$v_{mod} < \langle v \rangle < v_{ef}$ $\qquad R = 8.3\times 10^7 \, erg/K.mol$

$\sqrt{\frac{2RT}{\mu}} < \sqrt{\frac{2.55RT}{\mu}} < \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ $\qquad k = 1.38\times 10^{-23}\, J/K$

Exercícios do capítulo 3

fáceis

Exercício 3.6.2 Determine, em função da temperatura e da massa molecular do gás, a moda, a média, a média quadrática e o desvio-padrão para a distribuição dos módulos das velocidades de Maxwell.

Exercício 3.6.3 Considere as moléculas dos seguintes gases: CO, H_2, O_2, Ar, NO_2, Cl_2 e He, todos mantidos a uma mesma temperatura. Determine aqueles que, quanto à distribuição de velocidades de Maxwell, terão, respectivamente, a maior e a menor: moda, média, valor eficaz e desvio-padrão.

$\frac{3}{2}kT$

Exercício 3.6.6 Calcule a energia cinética média por molécula para um gás ideal a temperaturas de −33 °C, 0 °C e 27 °C.

0.3 meV − 0.35 meV − 0.4 meV

28 − μ − 4

Exercício 3.6.7 Estime a velocidade eficaz das moléculas do nitrogênio (N_2) e do hélio (He) à temperatura ambiente ($T \simeq 27$ °C). $v_{ef}(N_2) = 517$ m/s $\quad v_{ef}(H_e) = 1368$ m/s

Exercício 3.6.8 Desprezando qualquer efeito relativístico, determine a temperatura para a qual a energia cinética média de translação das moléculas de um gás ideal seja igual à de um único íon ~~carregado~~ de hidrogênio acelerado a partir do repouso por uma diferença de potencial de 10^3 volts, cuja massa é igual à de uma das moléculas. 7.7×10^6K

Exercício 3.6.13 Calcule a velocidade média ($\langle v \rangle$), 1790 m/s, a velocidade eficaz (v_{ef}), 1940 m/s, e a dispersão, 750 m/s, $\sigma_v = \sqrt{\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2}$ das velocidades das moléculas do hidrogênio (H_2), à temperatura ambiente. Determine a diferença entre a energia média, $\langle \epsilon \rangle = m\langle v^2 \rangle/2$, e $m\langle v \rangle^2/2$. (9.3×10^{-22} J)

Exercício 3.6.14 Determine a densidade de moléculas (número de moléculas por unidade de volume) de um gás ideal nas CNTP. (Loschmidt) − $\frac{6.023\times 10^{23}}{22.4\times 10^3} = 2.69\times 10^{19}$ molec/cm³

médios

Exercício 3.6.18 Suponha que a energia ϵ de uma molécula de um gás ideal seja dada somente por sua energia cinética de translação. Mostre que, nesse caso, a fração de moléculas com energia entre ϵ e $\epsilon + d\epsilon$ é dada por

$$\frac{dN}{N} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}\, e^{-\epsilon/kT}\, d\epsilon$$

Exercício 3.6.24 Mostre que a probabilidade de que uma molécula de um gás ideal tenha *momentum* com módulo compreendido entre p e $p + dp$ é dada por

$$g(p)dp = 4\pi\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} \exp\left[-(p^2/2mkT)\right] p^2\, dp$$

Exercício 3.6.25 Considere a distribuição de Maxwell-Boltzmann para partículas que não interagem entre si e que se movem originalmente na horizontal sob a ação de um campo gravitacional uniforme, cuja energia é $p^2/2m + mgz$, sendo z a altura da partícula em relação a um ponto de referência. Determine para essas partículas:

a) a energia cinética média; $\langle \mathcal{E}_c \rangle = \frac{3}{2}kT$

b) a energia potencial média; $\langle \mathcal{E}_p \rangle = kT$

c) a dispersão na posição;

d) o valor da dispersão na posição à temperatura de 300 K, para moléculas de H_2.

$$\mathcal{E}_c = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \langle \mathcal{E}_c \rangle = \left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle = \frac{3}{2}kT$$

$$\rho(z) = A\, e^{-\mathcal{E}_p/kT} = A\, e^{-\frac{mg}{kT}z} \Rightarrow \langle \mathcal{E}_p \rangle = mg\langle z \rangle = mg A \underbrace{\int_0^\infty z\, e^{-\frac{mg}{kT}z}\, dz}_{\frac{kT}{mg}} = kT$$

$$I(\alpha) = A\int_0^\infty e^{-\frac{mg}{kT}z}\, dz = \frac{kT}{mg} A \underbrace{e^{-\frac{mg}{kT}z}\Big|_\infty^0}_{1} = 1$$

$$-\frac{dI}{d\alpha} = A\int z\, e^{-\frac{mg}{kT}z}\, dz = A\left(\frac{kT}{mg}\right)^2 = \frac{kT}{mg}$$

Exercício 3.6.9 Mostre que o número, $N(0, v_x)$, de moléculas de um gás ideal com componentes x de velocidades entre 0 e v_x é dado por

$$N(0, v_x) = \frac{N}{2}\,\mathrm{erf}(\xi)$$

sendo N o número total de moléculas e $\xi = (m/2kT)^{1/2} v_x$.

Mostre também que o número $N(v_x, \infty)$ de moléculas com componentes x de velocidades maiores que v_x é

$$N(v_x, \infty) = \frac{N}{2}\left[1 - \mathrm{erf}(\xi)\right]$$

dificeis

Esses resultados estão expressos em termos da função erro, $\mathrm{erf}(\xi)$, definida por

$$\mathrm{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-x^2} dx$$

Exercício 3.6.10 Mostre que o número, $N(0, v)$, de moléculas de um gás ideal com velocidades entre 0 e v é dado por

$$N(0, v) = N\left[\mathrm{erf}(\xi) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi e^{-\xi^2}\right]$$

na qual $\xi^2 = (mv^2/2kT)$.

Exercício 3.6.11 Determine as probabilidades de que a velocidade de uma molécula de hidrogênio (H_2), à temperatura ambiente, seja maior que: 80 km/h, 10^2 m/s e 10^3 m/s.

Exercício 3.6.12 Determine a porcentagem de moléculas de oxigênio que têm velocidades maiores que 10^3 m/s, quando a temperatura do gás for de: a) 10^2 K; b) 10^3 K e c) 10^4 K.

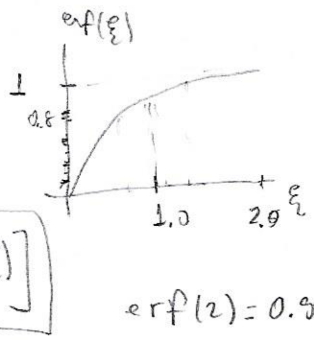
3.6.9

$$f(v_x) = A e^{-\frac{1}{2} m v_x^2/kT} = \frac{N v_x}{N} \qquad \alpha = \frac{m}{2kT} = \frac{1}{v_{mod}^2}$$

$$\underbrace{A \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_x^2} v_x}_{\sqrt{\pi/\alpha}} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{v_{mod}}$$

$$\frac{N(0, v_x)}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{v_x} e^{-(v_x/v_{md})^2} dv_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-x^2} dx \qquad \xi = \frac{v_x}{v_{mod}}$$

$$N(0, v_x) = \frac{N}{2} \underbrace{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-x^2} dx}_{erf(\xi)} = \frac{N}{2} erf(\xi)$$



$$N(0, \infty) = \frac{N}{2} \Longrightarrow \boxed{N(v_x, \infty) = \frac{N}{2}\left[1 - erf(\xi)\right]}$$

$erf(2) = 0.995$

$erf(1) = 0.843$