

Física Estatística

Lista de exercícios - 03

(25 de junho de 2018)

1. Estime a temperatura na qual a capacidade térmica de um gás de fótons em um volume V seja igual à contribuição dos fônons à capacidade térmica de um sólido de mesmo volume à 1 K.
A temperatura de Debye do sólido é da ordem de 100 K e a concentração de átomos da ordem de 10^{22} átomos/cm³. (10⁵ K)
2. A concentração de hidrogênio no Universo é da ordem de 1 átomo/m³. Estime a razão entre a capacidade térmica da matéria e da radiação. (10⁻⁹)
3. A velocidade das ondas sonoras (longitudinais) no hélio líquido (⁴He) a temperaturas abaixo de 0,6 K é da ordem de 240 m/s, e a densidade cerca de 0,145 g/cm³. Determine a capacidade térmica por grama de acordo com o modelo de Debye e compare com o valor experimental (0,0204T³ J/K).
4. A intensidade da radiação vinda do Sol (constante solar) que chega à Terra é igual a 0,136 J/(s.cm²).
 - a) Mostre que a taxa de energia (potência) gerada pelo Sol é da ordem de 4×10^{26} J/s.
 - b) Estime a temperatura da superfície do Sol. (5760 K)
5. Considere que a autoenergia potencial do Sol é dada por $E_p = -G \frac{M_S}{R_S}$, e que a energia total (E) é igual a $E = E_p/2$. G é a constante da gravitação de Newton, e M_S e R_S são, respectivamente, a massa e o raio do Sol.
Estime a temperatura no interior do Sol, sabendo que o número de núcleons é da ordem de 10⁵⁷. (10⁷ K)
6. Considerando a Terra como um corpo negro, estime a temperatura da superfície terrestre. (278 K)
7. De acordo com a distribuição gran canônica, mostre que a flutuação relativa do número de partículas para um gás ideal não degenerado é dada por

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

8. O que é um gás degenerado?
9. A densidade de elétrons móveis em um semicondutor é da ordem de 10¹⁷ cm⁻³.
Por que esses elétrons se comportam como um gás não degenerado à temperatura ambiente? ($T_F \simeq 9$ K $\ll T_{\text{mbox{ambiente}}}$)
10. O que é nível de Fermi?
11. Estime a temperatura e o nível de Fermi para:
 - a) elétrons em um metal ($N/V \simeq 2 \times 10^{28}$ m⁻³); (2,7 eV)
 - b) prótons em um núcleo pesado ($N/V \simeq 0,55 \times 10^{44}$ m⁻³). (29 MeV)
12. Mostre que a pressão de um gás ideal de férmions não relativísticos em seu estado fundamental ($T = 0$ K), também denominada pressão de Fermi, é dada por

$$P_F = \frac{2}{5} \frac{N}{V} \epsilon_F \quad (\epsilon_F = \text{nível de Fermi})$$

13. Estime o nível de Fermi, em eV, e a pressão, em atm, de um gás ideal de férmions não relativísticos em seu estado fundamental, constituído por cerca 10^{23} elétrons confinados em um volume de 1 cm^3 . ($\varepsilon_F = 10 \text{ eV}$, $P_F = 5 \times 10^5 \text{ atm}$)
14. Estime a pressão de Fermi para uma estrela de nêutrons na qual a densidade de nêutrons é igual a 10^{18} kg/m^3 . ($5,4 \times 10^{28} \text{ atm}$)
15. Estime a temperatura na qual as contribuições das vibrações da rede e dos elétrons para o calor específico molar são iguais. ($T_D = 89,4 \text{ K}$, $\varepsilon_F = 2,0 \text{ eV}$) (0,81 K)
16. Considere que para uma estrela de massa igual a $3 \times 10^3 \text{ kg}$ e raio $3 \times 10^7 \text{ m}$ à temperatura de 10^7 K , todos os átomos de hidrogênio foram ionizados. Mostre que, enquanto os elétrons constituem um gás degenerado, os prótons constituem um sistema não degenerado. ($T_F (\text{elétrons}) = 2,7 \times 10^8 \text{ K}$, $T_F (\text{prótons}) = 1,5 \times 10^5 \text{ K}$)
17. Mostre que a energia média por partícula para um gás ideal de férmions ultra-relativístico em seu estado fundamental é dada por

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{4} \varepsilon_F$$

18. Nos primeiros estágios do Universo pode-se considerar as partículas como ultra-relativísticas. Mostre que nesses estágios a densidade das partículas pode ser estimada por

$$\frac{N}{V} \simeq 10^7 T^3$$