

1 Exercícios

1.1 Determine a média, a moda, a mediana, o desvio médio e o desvio-padrão para cada conjunto numérico abaixo.

- a) {34, 29, 26, 37, 31}
- b) {34, 29, 26, 37, 31, 34}
- c) {5, 8, 12, 3, 9}
- d) {3, 6, 4, 7, 9, 8}
- e) {14, 19, 16, 21, 18, 19, 24, 15, 19}
- f) {6, 7, 7, 3, 8, 5, 3, 9}
- g) {500, 600, 800, 800, 500, 900, 900, 900, 900, 1100}

1.2 Com relação aos 80 números listados a seguir:

94 86 84 87 73 88 82 92 84 81
92 51 78 82 73 76 65 85 67 61
78 74 75 76 72 64 70 72 75 62
65 62 71 57 66 64 73 51 50 58
66 60 73 61 51 76 61 70 63 52
63 48 71 59 55 61 47 55 55 40
53 38 41 49 35 34 52 50 43 44
39 35 35 44 36 20 27 38 38 52

- a) represente-os em um histograma;
- b) determine a média, a moda e a mediana a partir dos dados brutos e dos que foram agrupados em classes para a construção do histograma;
- c) calcule o desvio-padrão e a largura a meia altura.

1.3 A lista abaixo apresenta as idades, em anos, de 24 alunos de uma turma.

18 21 23 25 18 18 21 19
22 19 21 20 17 21 24 24
20 21 18 25 21 17 22 19

- a) Calcule a média e o desvio-padrão.
- b) Inclua a idade do professor, de 50 anos, e recalcule os parâmetros.

1.4 Na tabela abaixo estão representadas as notas de Mecânica e de Eletricidade de 12 alunos de uma turma.

aluno	disciplinas	
	Mecânica	Eletricidade
1	42	75
2	57	70
3	15	40
4	74	56
5	23	50
6	20	61
7	5	42
8	60	54
9	11	32
10	12	55
11	45	76
12	75	60

- Esboce o diagrama de dispersão entre as notas.
- Determine as médias e os desvios-padrões para cada uma das disciplinas.
- Calcule a covariância e o coeficiente de correlação entre as notas.

1.5 Na tabela abaixo estão representadas as velocidades (v) e as correspondentes quantidades de gasolina (g) consumidas por um carro.

v (km/h)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
g (ℓ)	21	13	10	8	7	5,9	6,3	6,9	7,6	8,3	9	9,9	10,8	11,8

- Esboce o diagrama de dispersão entre a velocidade e o consumo.
- Determine as médias e os desvios-padrões para cada uma das grandezas.
- Calcule a covariância e o coeficiente de correlação entre o consumo de gasolina e a velocidade do carro.

2 Exercícios

2.1 De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o desvio-padrão são, respectivamente, 16 e 2. Que frações percentuais de leitura são esperadas nos seguintes intervalos?

- a) (14, 18)
- b) (12, 16)
- c) (18, 20)

2.2 O conjunto abaixo representa 5 medidas da aceleração da gravidade g em m/s^2 .

$$\{9,90; 9,68; 9,57; 9,72; 9,80\}$$

Qual a melhor estimativa e a respectiva incerteza para o seu valor esperado, isto é, qual a estimativa-padrão para a aceleração da gravidade?

2.3 O conjunto abaixo representa 5 medidas para a *f.e.m.*, em volts (V), de uma pilha.

$$\{1,62; 1,71; 1,80; 1,76; 1,68\}$$

Qual a estimativa-padrão para a *f.e.m.* da pilha?

2.4 Após determinar a velocidade do som em várias baterias de medidas, a dispersão em cada uma das baterias, caracterizada pelo desvio-padrão, foi da ordem de $\sigma_v = 10 \text{ m/s}$. Quantas medidas são necessárias, em uma bateria, para que a incerteza na estimativa-padrão da velocidade seja da ordem de 3 m/s ?

2.5 Três grupos de estudantes determinam a carga do elétron, com nível de confiança de 68%, como

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 = (1,72 \pm 0,04) \times 10^{-19} \text{ C} \\ e_2 = (1,75 \pm 0,07) \times 10^{-19} \text{ C} \\ e_3 = (1,62 \pm 0,03) \times 10^{-19} \text{ C} \end{array} \right.$$

Se o valor de referência para a carga do elétron é $1,60217733(49) \times 10^{-19} \text{ C}$, quais das estimativas são satisfatórias?

2.6 Dois experimentos em Física de Altas Energias anunciam a descoberta de uma nova partícula. As massas apresentadas, com nível de confiança de 68%, são:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = (7,8 \pm 0,2) \times 10^{-27} \text{ kg} \\ m_2 = (7,0 \pm 0,3) \times 10^{-27} \text{ kg} \end{array} \right.$$

Podem esses valores representarem a massa de uma mesma partícula?

2.7 As medidas da densidade de um líquido, em g/cm^3 , são:

$$\{1,9; 1,9; 1,8; 2,0; 1,9\}$$

- a) Qual a estimativa-padrão para a densidade do líquido?
- b) Se o valor de referência para a densidade do líquido é $1,8524(4) \text{ g/cm}^3$, analise a discrepância entre a estimativa e esse valor de referência.

2.8 Ao se estudar uma reação nuclear, as energias no início (E_i) e no final (E_f) do processo são:

$$\begin{cases} E_i = 75 \pm 3 \text{ MeV} \\ E_f = 60 \pm 9 \text{ MeV} \end{cases}$$

A discrepância é significativa?

2.9 Os dois únicos experimentos (DØ e CDF) que mediram a massa do *quark top* encontraram, respectivamente, os seguintes valores:

$$\begin{cases} m_t(\text{DØ}) = (179,0 \pm 5,1) \text{ GeV}/c^2 \\ m_t(\text{CDF}) = (176,1 \pm 6,6) \text{ GeV}/c^2 \end{cases}$$

Determine o resultado combinado dos dois experimentos para a massa do *top*.

2.10 Um estudante apresenta como estimativa-padrão da aceleração local da gravidade o resultado $(9,5 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$. Se o valor de referência local é $9,78791660(15) \text{ m/s}^2$, analise esse resultado.

2.11 A partir de 40 medidas da *f.e.m.* de uma pilha, um estudante determina que a média (\bar{x}_1) e o desvio-padrão (σ_{x_1}) são, respectivamente, $\bar{x}_1 = 1,022 \text{ V}$ e $\sigma_{x_1} = 0,01 \text{ V}$. Em seguida, utilizando outro voltímetro, obtém 10 novas medidas e encontra uma média \bar{x}_2 igual a $1,018 \text{ V}$ e a dispersão reduzida por um fator 2,5 ($\sigma_{x_2} = 0,004 \text{ V}$).

Qual a estimativa para a *f.e.m.* da pilha resultante da combinação das duas amostras?

3 Exercícios

3.1 As medidas dos lados (a e b) de uma peça retangular são $a = (10,32 \pm 0,05)$ cm e $b = (64,27 \pm 0,05)$ cm.

Determine o perímetro e a área da peça.

3.2 A medida do ângulo (θ) de refração de um raio luminoso ao penetrar em um meio transparente é $\theta = (22,3 \pm 0,5)^\circ$.

Qual o erro na determinação de $y = \sin \theta$?

3.3 A medida do raio (r) de um círculo é $r = (10,2 \pm 0,3)$ cm.

Determine a área (A) desse círculo.

3.4 O comprimento de um objeto é estimado a partir de 40 medidas obtidas com uma trena cuja menor divisão é igual a 1 cm. Em seguida, o comprimento do mesmo objeto é estimado, em uma única medida, usando-se uma régua cuja menor divisão é igual a 1 mm.

Compare a precisão das duas estimativas.

3.5 Cinco alunos medem os dois ângulos (α e β) agudos de um triângulo retângulo e encontram os seguintes valores:

aluno	α ($^\circ$)	β ($^\circ$)
1	41	50
2	39	52
3	40	51
4	39	51
5	40	49

Uma vez que $\alpha + \beta = 90^\circ$, verifique a compatibilidade das medidas com esse vínculo.

3.6 Os dados abaixo representam a posição (s) e o tempo (t) de deslocamento de um objeto em movimento uniforme sobre um trilho de ar.

t (s)	4	6	8	10	12
s (cm)	13	25	34	42	56

Determine a velocidade do objeto.

3.7 Determine a reta que melhor se ajusta aos seguintes conjuntos de pontos (x, y):

a) $\{(1, 5), (3, 5), (5, 1)\}$;

b) $\{(-3, 3), (-1, 4), (1, 8), (3, 9)\}$

3.8 Se o volume de uma amostra de gás é mantido constante, enquanto sua pressão (P) varia, a temperatura (T) obedece à relação

$$T = aP + b$$

onde a e b são constantes, e b é denominada temperatura do zero absoluto cujo valor de referência é $-273,15$ °C.

- a) Verifique a compatibilidade desse valor de referência com o seguinte conjunto de dados:

P (mm Hg)	T ($^{\circ}\text{C}$)
65	-20
75	17
85	42
95	84
105	127

- b) Qual a temperatura correspondente a 80 mm Hg?

- 3.9** Em um experimento sobre o efeito fotoelétrico realizado no Laboratório de Estrutura da Matéria do IF/UERJ, a partir de fontes de luz de frequências (ν) conhecidas, foram medidas as tensões (V) de corte da corrente em uma fotocélula.

ν (10^{14} Hz)	V (volts)
5,19	0,75
5,49	0,84
6,88	1,41
7,41	1,61
8,22	1,98

Essas tensões e frequências estão relacionadas, segundo a fórmula de Einstein, por

$$V = (h/e)\nu + b$$

onde h é a constante de Planck, e é a carga do elétron e b é um parâmetro que depende do material fotossensível.

Verifique a compatibilidade do parâmetro $a = h/e$ com o valor de referência

$$4,1356692(12) \times 10^{-15} \text{ eV s}$$

- 3.10** A partir da minimização da soma dos quadrados dos resíduos (Apêndice ??), mostre que, para um ajuste linear no qual a reta passa pela origem, $y = ax$, e as incertezas associadas às medidas são constantes, o coeficiente angular (a) é dado por

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2} = \frac{\overline{xy}}{\overline{x^2}}$$

com incerteza

$$\sigma_a = \frac{\varepsilon_y}{\sqrt{N \overline{x^2}}}$$

e

$$\varepsilon_y = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(y_i - ax_i)^2}{N-1}}$$

3.11 Baseado no procedimento do Apêndice ??, mostre que a faixa de confiança para um ajuste linear do tipo $y = ax$ é determinada pelas curvas

$$y_{\frac{1}{2}} = ax \pm \frac{\varepsilon_y}{\sqrt{N}} \sqrt{N + \frac{x^2}{x^2}}$$