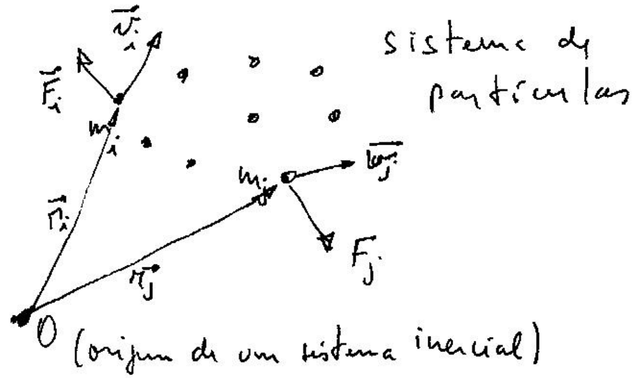
Conservação do momentum e referencial do C.M.

$$\frac{d}{dt}\Big(\underbrace{\sum_i m_i \vec{v}_i}_{\vec{P}}\Big) = \sum_i \vec{F}_i \quad \text{(resultante das forças)}$$

$\vec{P} \to$ momentum total do sistema



<u>centro de massa</u> (C.M.): $\vec{r}_{CM} = \dfrac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\vec{P}}{M}} \quad \text{(clássico)}$$

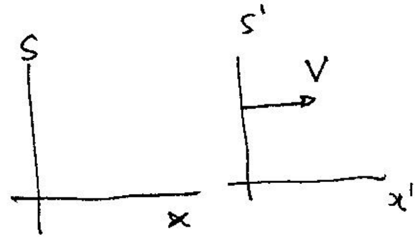
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i^{\,ext} + \underbrace{\sum_i \vec{F}_i^{\,int}}_{0 \text{ (3ª lei)}}$$

<u>sistema isolado</u>: $\vec{F}_i^{\,ext} = 0 \implies \boxed{\vec{P} = \text{cte}} \iff \boxed{\vec{v}_{CM} = \text{cte}}$

- a velocidade do C.M. de um sistema isolado é cte.
- segundo o referencial do C.M., o momentum total de um sistema isolado é nulo.

Referencial do C.M. em relatividade

- referencial p/ o qual o momentum total de um sistema isolado é nulo



$$\begin{cases} P_x = \sum_i P_{ix} = \sum_i \gamma(V)\left(P'_{ix} + \mathcal{E}'_i V/c^2\right) = \gamma(V)\left(\underbrace{\sum_i P'_{ix}}_{P'_x} + \underbrace{\sum_i \mathcal{E}'_i}_{E'} V/c^2\right) \\ P_y = P'_y \,,\; P_z = P'_z \Longrightarrow \vec{P}_y + \vec{P}_z = \vec{P}'_y + \vec{P}'_z = \vec{P}' - \underbrace{\vec{P}'_x}_{(\vec{P}'\cdot\vec{V})\vec{V}/V^2} \\ E = \gamma(V)\left(E' + P'_{ix} V\right) = \gamma(V)\left(E' + \vec{P}'\cdot\vec{V}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{P} = \vec{P}' - (\vec{P}'\cdot\vec{V})\vec{V}/V^2 + \gamma(V)\left[(\vec{P}'\cdot\vec{V})\vec{V}/V^2 + E'\vec{V}/c^2\right] \\ E = \gamma(V)\left[E' + \vec{P}'\cdot\vec{V}\right] \end{cases}$$

se S' é o referencial do C.M. $(\vec{V} = \vec{V}_{cm}) \Rightarrow \vec{P}' = 0 \Rightarrow E' = E/\gamma(V) \Rightarrow \vec{P} = \dfrac{E}{c^2}\vec{V}_{cm}$

→ partículas massivas

$$\boxed{\vec{V}_{cM} = \frac{\vec{P}}{(E/c^2)}} = \frac{\sum_i \gamma_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i \gamma_i m_i} \xrightarrow[c\to\infty]{} \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

Sistemas nucleares

admitindo-se que: $E_0 = \overset{\text{massa do núcleo}}{M} c^2$

e que: $E_0 = \sum_i \underbrace{\gamma_i m_i c^2}_{\mathcal{E}_i} + U_{int}$ — energia potencial de interação nuclear (negativa) (nuclear + eletromag.)

atrativa

$$M = \sum_i \gamma_i m_i + U_{int}/c^2 \implies \boxed{M \neq \sum_i m_i}$$ (não-aditividade da massa)

limite semi-relativístico: $\gamma_i = 1 + \frac{1}{2}\frac{v_i^2}{c^2} \implies E_0 = \left(\sum_i m_i\right)c^2 + \underbrace{\left(\sum_i \frac{m_i v_i^2}{2}\right)}_{T} - |U_{int}|$

T (energia cinética - positiva)

núcleos estáveis: $|U_{int}| > T \implies \boxed{M < \sum_i m_i}$

$\boxed{\Delta M = \sum_i m_i - M}$ (defeito de massa - diferença entre a massa dos constituintes e a massa do sistema)

$\boxed{E_l = \Delta M c^2}$ (energia de ligação - necessária p/ desintegrar o núcleo - igual à energia liberada na formação do núcleo) (fusão)

núcleos instáveis: $|U_{int}| < T \implies \boxed{M > \sum_i m_i}$

o sistema pode se desintegrar espontaneamente (fissão) liberando a energia

$\boxed{Q = \left(M - \sum m_i\right)c^2}$ → Q da reação em um processo de fissão.

Massa

- a massa é invariante, mas não é conservada. $e^+ e^- \to 2\gamma$ (aniquilação elétron-pósitron)

- a massa de um sistema isolado de partículas (materiais e não-materiais) pode ser definida por

$$M = \frac{1}{c^2}\sqrt{E^2 - (pc)^2}$$

momentum total

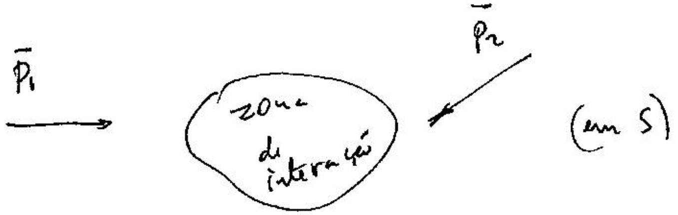
energia do sistema

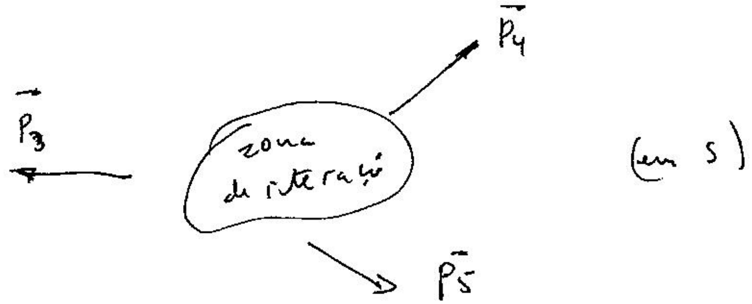
- energia interna contribui para a massa..

- a massa não é aditiva.. $\left(M \neq \sum_i m_i\right)$

- não é adequado se referir à conversão de matéria (ou massa) em energia, e vice-versa. Se há conservação da energia, o que quer dizer conversão de energia em massa?
- massa e energia são atributos distintos (mas correlatos) associados à uma partícula (material ou não-material).
- o mais correto é se referir à aniquilação de partículas massivas em partículas não-massivas (conservando a energia), ou à criação de partículas massivas a partir da interação de partículas não-massivas e massivas (conservando a energia).

Colisões em altas energias





(em S')

$$\left(\vec p_1{}' + \vec p_2{}'\right)_{//} = \gamma(V)\left[\left(\vec p_1 + \vec p_2\right)_{//} - \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)V/c^2\right]$$

$$\left(\vec p_3{}' + \vec p_4{}' + \vec p_5{}'\right)_{//} = \gamma(V)\left[\left(\vec p_3 + \vec p_4 + \vec p_5\right)_{//} - \left(\varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5\right)V/c^2\right]$$

conservação de momentum

$$\left\{\begin{array}{l} \vec p_1{}' + \vec p_2{}' = \vec p_3{}' + \vec p_4{}' + \vec p_5{}' \\ \vec p_1 + \vec p_2 = \vec p_3 + \vec p_4 + \vec p_5 \end{array}\right. \Longrightarrow \boxed{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5}$$

(conservação de energia)

$$\left(\varepsilon_1' + \varepsilon_2'\right) = \gamma(V)\left[\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right) - \left(\vec p_1 + \vec p_2\right)\cdot\vec V\right]$$

$$\varepsilon_3' + \varepsilon_4' + \varepsilon_5' = \gamma(V)\left[\left(\varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5\right) - \left(\vec p_3 + \vec p_4 + \vec p_5\right)\cdot\vec V\right]$$

conservação de energia

$$\left\{\begin{array}{l} \varepsilon_1' + \varepsilon_2' = \varepsilon_3' + \varepsilon_4' + \varepsilon_5' \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left(\vec p_1 + \vec p_2\right)_{//} = \left(\vec p_3 + \vec p_4 + \vec p_5\right)_{//} \\ \left(\vec p_1 + \vec p_2\right)_{\perp} = \left(\vec p_3 + \vec p_4 + \vec p_5\right)_{\perp} \end{array}\right.$$

(conservação de momentum)