

Concepção eletromagnética da luz

Vitor Oguri

Departamento de Física Nuclear e Altas Energias
Instituto de Física Armando Dias Tavares
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

Rio de Janeiro, 07 de outubro de 2017

Sumário

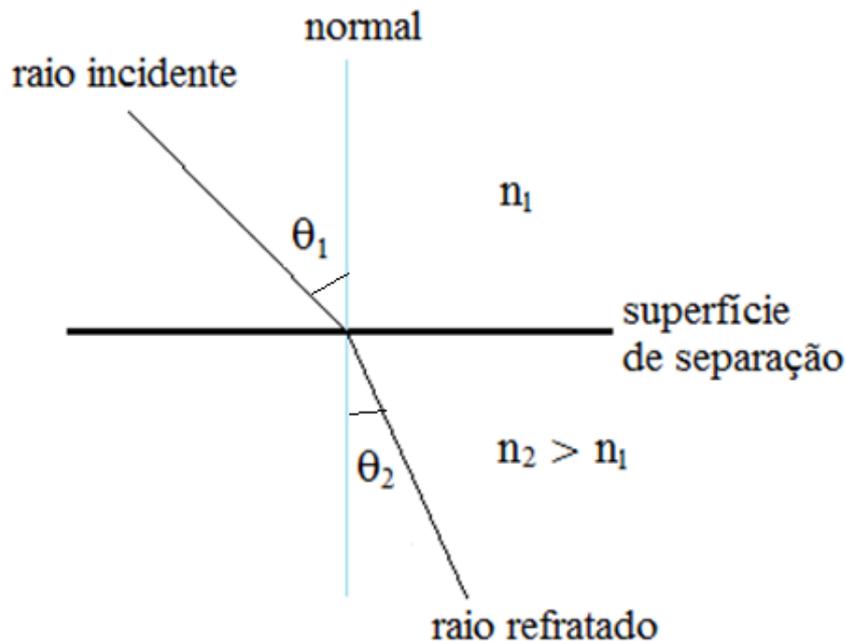
- **Óptica Geométrica**
- **Fenômenos ondulatórios**
- **A luz como um fenômeno ondulatório**
- **Difração**
- **Interferência**
- **Descrição eletromagnética da luz**

Óptica Geométrica

- antigos gregos
 - som \Leftrightarrow audição
 - luz \Leftrightarrow visão
 - olho recebe imagens como feixes de partículas (atomistas)
 - olho envia raios contínuos de luz sobre os objetos (pitagóricos)
 - Euclides fundamenta os fenômenos luminosos na Geometria

Óptica Geométrica

- Snell (1621) \Rightarrow lei da refração

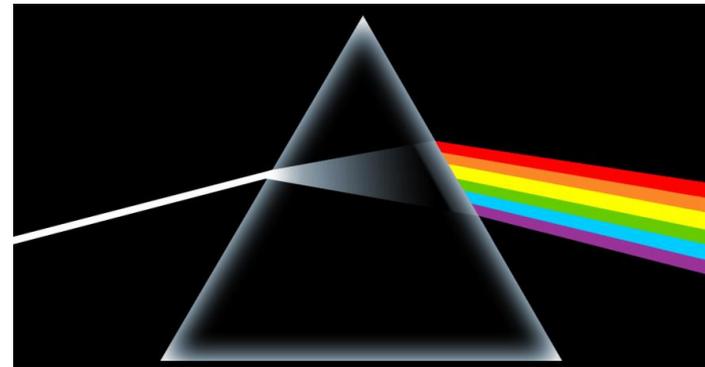


$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Fermat (1657) \Rightarrow princípio do tempo mínimo
“A natureza sempre atua pelos caminhos e meios mais simples e mais rápidos.”
- Newton (1657): decompõe a luz solar em raios de várias cores pela refração em um prisma

Óptica Geométrica

“Tendo escurecido meu quarto e feito um pequeno orifício na minha cortina, para permitir a entrada de uma quantidade suficiente de luz do Sol, coloquei meu prisma próximo à entrada de luz, de forma que ela pudesse ser refratada sobre a parede oposta.”



Fenômenos ondulatórios – equação de onda

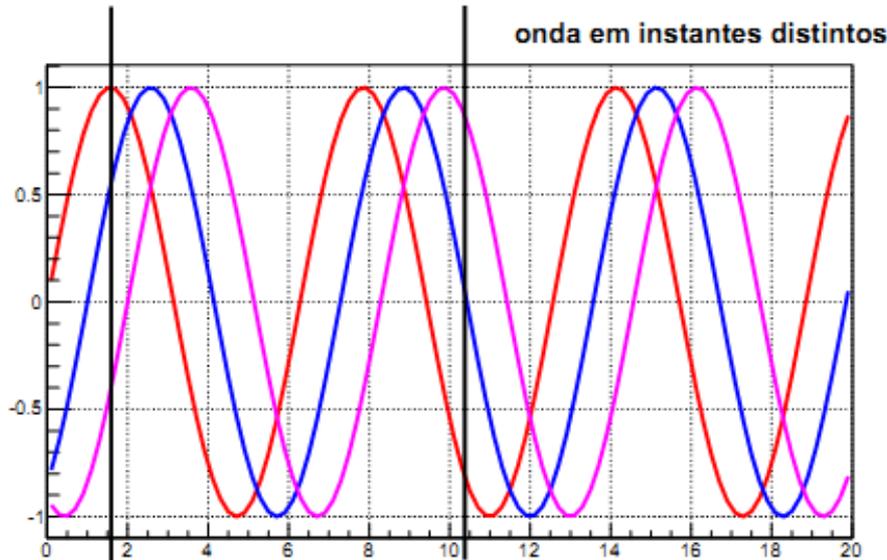
- A equação de onda de d'Alembert
 - fenômenos acústicos se caracterizam pela transferência de energia de uma região a outra em um líquido, sólido ou gás
 - **resultam da comunicação dos movimentos de vibração, em última instância, dos átomos do meio**
 - apesar da natureza discreta da matéria, o efeito pode ser descrito por alterações ou perturbações de algumas propriedades do meio, tais como: pressão de um gás, ou deslocamento dos pontos de uma corda elástica
 - **perturbações são representadas por funções contínuas da posição (x) e do tempo (t): funções de onda – $\Psi(x, t)$**
 - funções de onda obedecem a equação de onda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi(x, t)$$

v – velocidade de propagação

Fenômenos ondulatórios – ondas monocromáticas

- ondas monocromáticas : perfil periódico e harmônico



$$\Psi(x, t) = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

A - amplitude

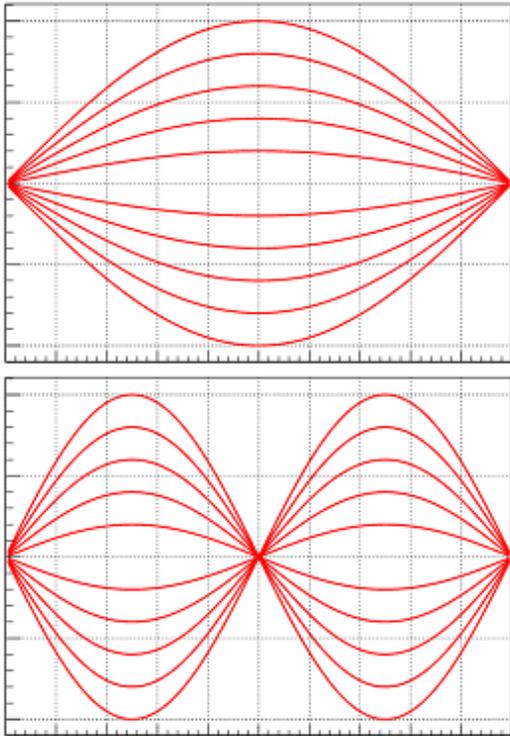
λ - comprimento de onda

ν - frequência

- propagação no sentido positivo do eixo x , com velocidade $v = \lambda \nu$
- intensidade da onda: $I \sim A^2$

Fenômenos ondulatórios – ondas estacionárias

modos normais de vibração



$$\Psi_n(x, t) = \text{sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda_n} \right) \cos 2\pi \nu_n t$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \Rightarrow \quad \nu_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$\{\lambda_n, \nu_n\} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda_n} x \right) \cos 2\pi \nu_n t$$

(solução geral)

energia: $E = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon_n$ \rightarrow energia de cada modo

modos normais comportam-se como componentes independentes que transportam a energia de uma onda

A luz como um fenômeno ondulatório

- som – efeito produzido por perturbações da pressão ou da densidade do ar, que fazem vibrar os tímpanos com frequências de 20 Hz a 20 kHz.

Os fenômenos ópticos ora eram considerados ondulatórios, ora corpuscular.

- Descartes (1664)
 - não acredita no vazio
 - compara a propagação da luz com a do som
 - considera a luz como uma pressão transmitida através de um meio perfeitamente elástico: o éter
 - o éter de tão rarefeito seria capaz de penetrar em todos os corpos sem ser percebido

Luz como um fenômeno ondulatório

- polêmica sobre a natureza da luz se estende até o séc. XIX

- corpuscular x ondulatória

- Grimaldi (1665) - difração

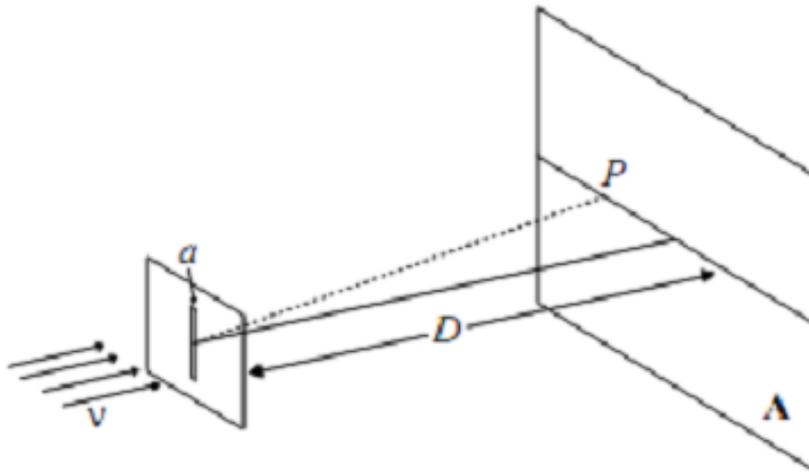
“a luz se propaga (...) não só diretamente, refrativamente e por reflexão, mas também em um certo outro modo, difrativamente.”

- séc. XIX: experimentos de difração e interferência

- o éter é resgatado pelos partidários da visão ondulatória

Luz como um fenômeno ondulatório - difração

Difração por uma fenda



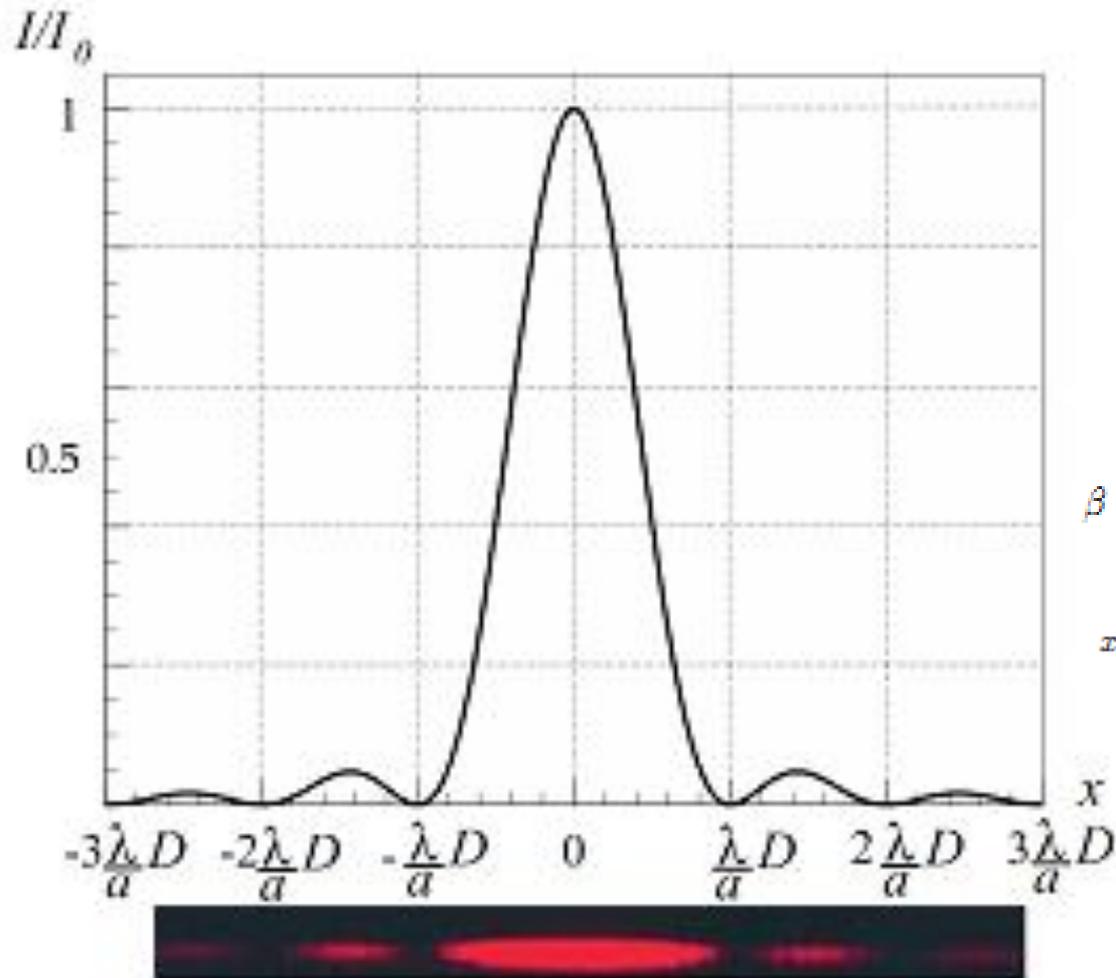
(franjas claras e escuras)



padrão de franjas claras e escuras resulta da superposição de um grande número de ondas de mesmo comprimento de onda, que foram difratadas pela fenda, em uma dada região do espaço.

Luz como um fenômeno ondulatório - difração

Difração por uma fenda



$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

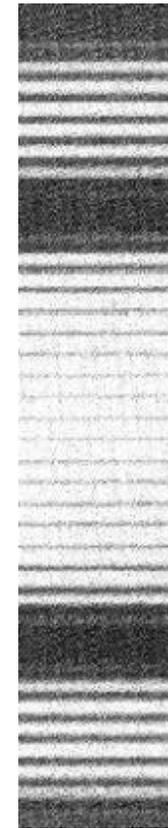
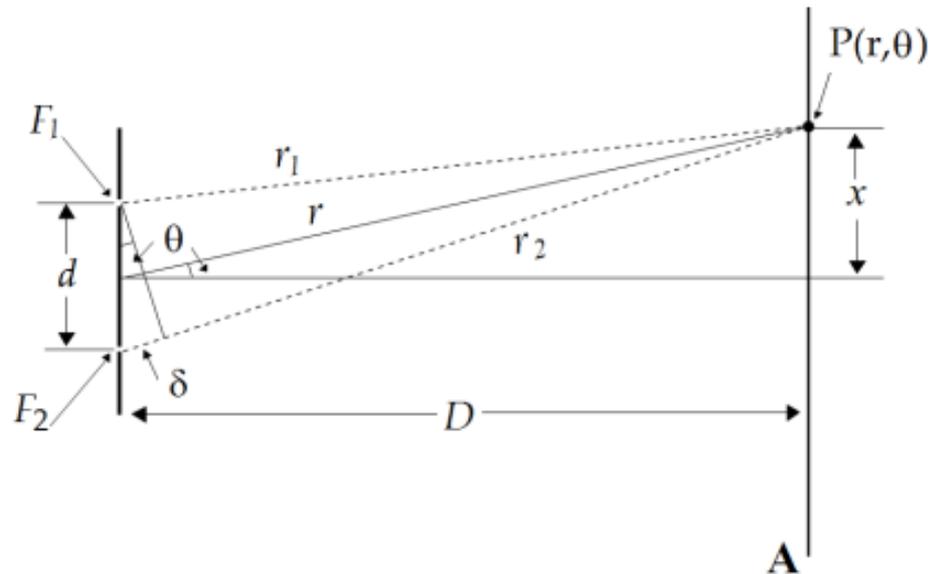
$$\beta = \pi \frac{a x}{\lambda D}$$

$$\beta = \pm\pi, \pm 2\pi, \dots \Rightarrow n\lambda = a \sin \theta$$

$$x = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda D}{a} \quad (\text{m\u00e1ximos secund\u00e1rios})$$

Luz como um fenômeno ondulatório - interferência

Experimento da dupla fenda



- O padrão de interferência resulta da superposição de ondas que alcançam o anteparo por dois caminhos
- Se a diferença de marcha (δ) for um múltiplo inteiro do comprimento de onda (λ),

a interferência é construtiva (franjas claras)

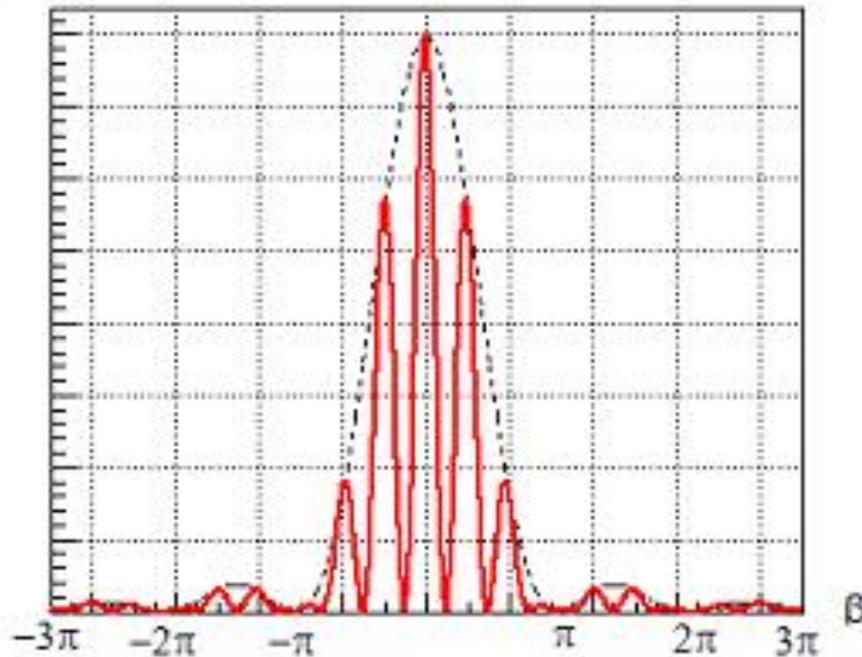
$$\delta = \frac{d}{D}x$$

$$\delta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Luz como um fenômeno ondulatório - interferência

Experimento da dupla fenda de Young

Intensidade



$$I = I_0 \underbrace{\left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2}_{\text{difração}} \underbrace{\left(\frac{\sin 2\gamma}{\sin \gamma} \right)^2}_{\text{interferência}}$$

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

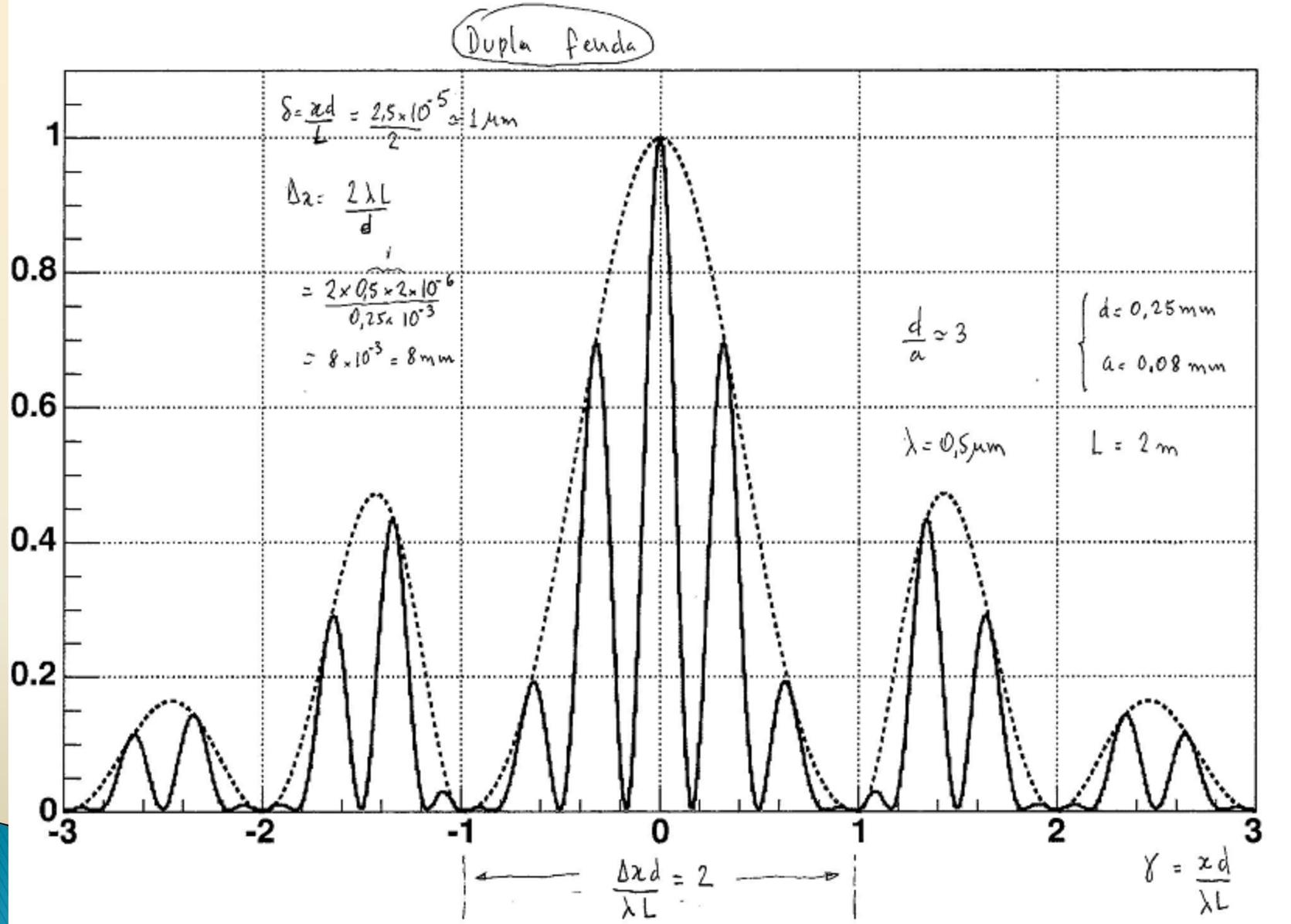
$$\gamma = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

$$x_n = n \frac{\lambda}{d} D \quad (\text{máximos}) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$x_n = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d} D \quad (\text{zeros}) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

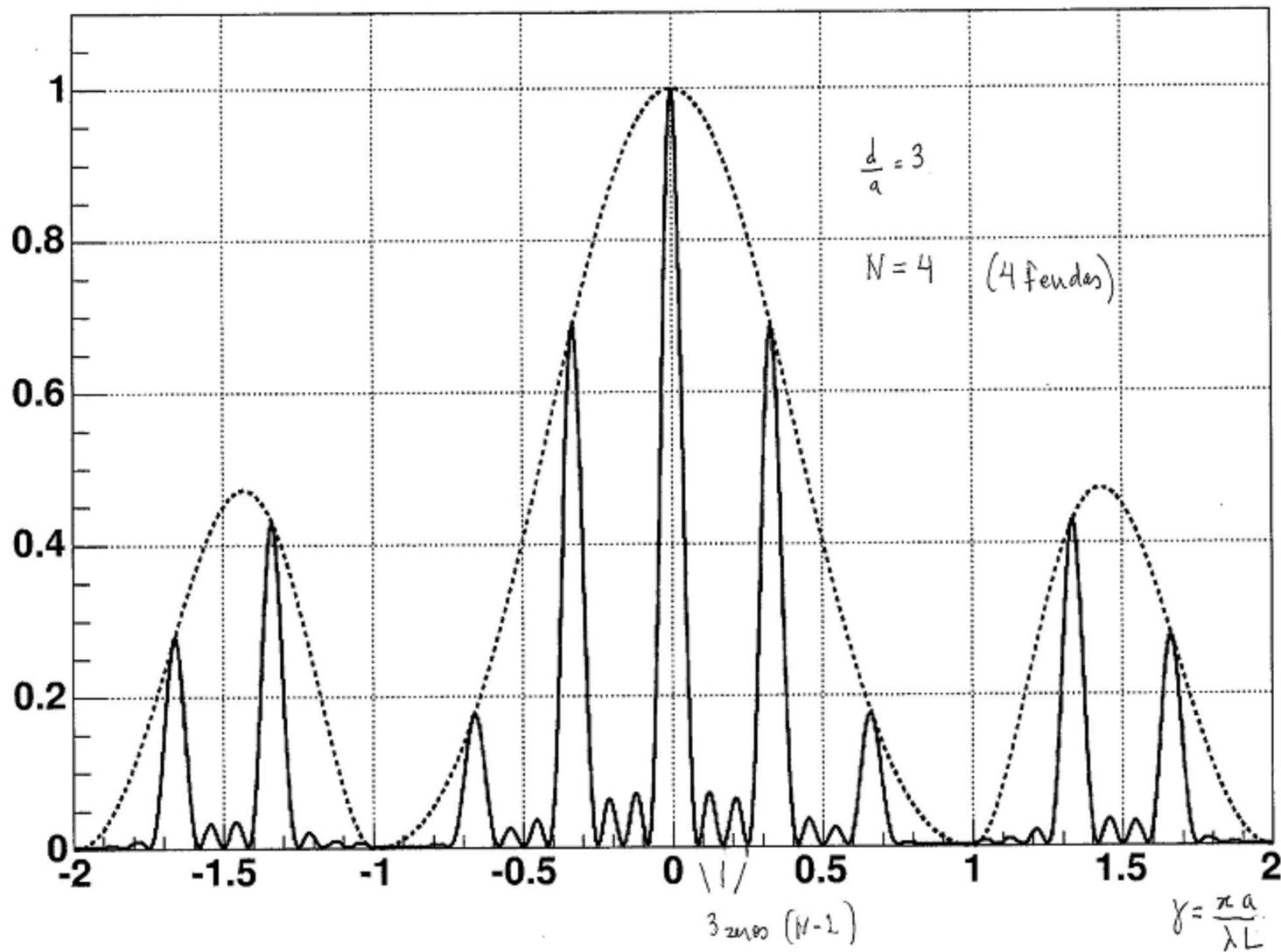
$$\beta = \pm \pi, \pm 2\pi, \dots \Rightarrow n\lambda = a \sin \theta \Rightarrow x = n \frac{\lambda}{a} D \quad (\theta < 10^\circ)$$

Dupla fenda



Múltiplas fendas

$$I = I_0 \left(\frac{\text{sen } \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\text{sen } N\gamma}{\text{sen } \gamma} \right)^2 \quad \text{sendo} \quad \begin{cases} \beta = \frac{\pi}{\lambda} a \text{sen } \theta \\ \gamma = \frac{\pi}{\lambda} d \text{sen } \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = n\pi \Rightarrow n\lambda = d \text{sen } \theta \\ \gamma = \frac{n\pi}{N} \Rightarrow n\lambda = Nd \text{ sen } \theta \end{cases}$$



Descrição eletromagnética da luz

- equações de Maxwell (1865)

$$\begin{cases} \nabla \cdot \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0 \\ \nabla \times \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} -\vec{B} \\ \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \left[\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0 \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

- ondas planas monocromáticas linearmente polarizadas

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0 \\ \vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0 \\ \vec{k} \times \vec{E}_0 = \omega \vec{B}_0 \rightarrow E = \frac{\omega}{k} B = cB \quad (\text{SI}) \\ E = B \quad (\text{gaussiano}) \end{cases}$$

Descrição eletromagnética da luz

- Maxwell (1865)

- campos eletromagnéticos obedecem a equação de ondas
- **propagam-se no vácuo com velocidade da luz**

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \begin{array}{l} \epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m} \\ \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \end{array} \quad c \simeq 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

- propagam-se em um meio dielétrico com velocidade

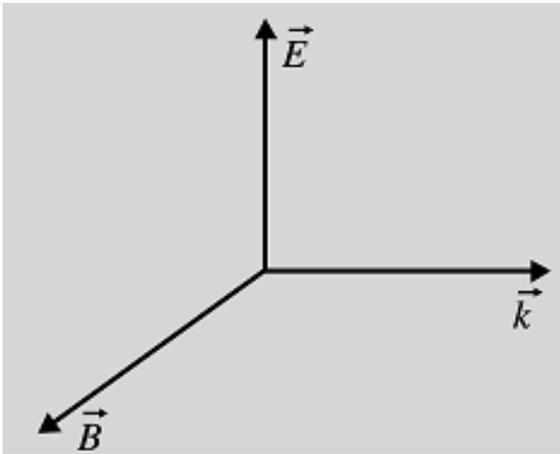
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}}$$

- **índice de refração de um meio ($n=c/v$)**

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

Descrição eletromagnética da luz

- fenômenos eletromagnéticos e ópticos têm a mesma natureza
- **ondas eletromagnéticas são transversais**



Tipo de Radiação	Frequência ν (Hz)	Comprimento de onda (λ)
Microondas	$10^9 - 10^{12}$	(300 – 0.3) mm
Infravermelho	$10^{12} - 4.3 \times 10^{14}$	(300 – 0.8) μm
Luz (visível)	$(4.3 - 5.7) \times 10^{14}$	(0.8 – 0.4) μm
Ultravioleta	$5.7 \times 10^{14} - 10^{16}$	(0.4 – 0.03) μm
Raios X	$10^{16} - 10^{19}$	(300 – 0.3) Å

- intensidade proporcional ao quadrado da amplitude
- **ondas eletromagnéticas transportam energia e momentum**
- exercem pressão ao incidir sobre uma superfície

Descrição eletromagnética da luz

- energia eletromagnética

$$\begin{cases} \nabla \cdot \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0 \\ \nabla \times \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} -\vec{B} \\ \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \left[\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0 \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

- ondas planas monocromáticas linearmente polarizadas

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0 \\ \vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0 \\ \vec{k} \times \vec{E}_0 = \omega \vec{B}_0 \rightarrow E = \frac{\omega}{k} B = cB \quad (\text{SI}) \\ E = B \quad (\text{gaussiano}) \end{cases}$$

Descrição eletromagnética da luz

- energia e densidade de energia eletromagnética

$$u_{\text{em}} = \frac{1}{8\pi} (E^2 + B^2) \quad (\text{gaussiano}) \quad \rightarrow \quad U_{\text{em}} = \int u_{\text{em}} dV$$

↓

$$\frac{dU_{\text{em}}}{dt} = \frac{1}{8\pi} \frac{d}{dt} \int (E^2 + B^2) dV$$

- energia de uma onda plana eletromagnética monocromática

$$\vec{k} = \hat{z} k \rightarrow \begin{cases} \vec{E} = \hat{x} E_0 \sin(kz - \omega t) = \hat{x} E_x(z, t) \\ \vec{B} = \hat{y} E_0 \sin(kz - \omega t) = \hat{y} B_y(z, t) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (\nabla \times \vec{E})_y = -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ (\nabla \times \vec{B})_x = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)_x = -\frac{\partial B_y}{\partial z} \end{cases}$$

Descrição eletromagnética da luz

- Teorema de Poynting

$$\begin{aligned}\frac{dU_{em}}{dt} &= \int \frac{\partial u_{em}}{\partial t} dV = \frac{1}{4\pi} \int \left(\overbrace{E_x \frac{\partial E_x}{\partial t}}^{-c \frac{\partial B_y}{\partial z}} + \overbrace{B_y \frac{\partial B_y}{\partial t}}^{-c \frac{\partial E_x}{\partial z}} \right) dV = -\frac{c}{4\pi} \int \overbrace{\frac{\partial}{\partial z} (E_x B_y)}^{\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B})} dV \\ &= - \int \nabla \cdot \left[\underbrace{\frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{B})}_{\vec{P} \text{ (vetor de Poynting)}} \right] dV\end{aligned}$$

↓

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{P} = 0$$

⇔

$$- \frac{dU_{em}}{dt} = \oint \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

Descrição eletromagnética da luz

- Intensidade de uma onda plana eletromagnética monocromática

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} = \hat{k} \frac{c}{4\pi} E_{\circ}^2 \text{sen}^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \\ u_{\text{em}} = \frac{E^2}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} E_{\circ}^2 \text{sen}^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \end{array} \right. \rightarrow \boxed{\vec{P} = \hat{k} u_{\text{em}} c}$$

⇓

$$I = \langle \vec{P} \cdot \vec{k} \rangle = \frac{c}{8\pi} E_{\circ}^2 = \langle u_{\text{em}} \rangle c$$

$$I_{\text{Sol}} \simeq 1,4 \times 10^3 \text{ W/m}^2$$

Descrição eletromagnética da luz

- momentum de uma onda plana eletromagnética monocromática

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\langle \frac{dU}{dt} \right\rangle_{\text{part.}} = - \left\langle \frac{dU_{\text{em}}}{dt} \right\rangle_{\text{campo}} \\ \left\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot \vec{v} \right\rangle_{\text{part.}} = - \left\langle \frac{d\vec{p}_{\text{em}}}{dt} \cdot (c\vec{k}) \right\rangle_{\text{campo}} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\vec{p}_{\text{em}} = \frac{U_{\text{em}}}{c} \hat{k}}$$

Descrição eletromagnética da luz

- pressão da luz

$$\begin{cases} U = \frac{3}{2} kT \\ PV = NkT \end{cases}$$

$$P_{\text{gas}} = \frac{2}{3} \frac{U}{V} = \frac{2}{3} u = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \epsilon = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \langle pv \rangle$$

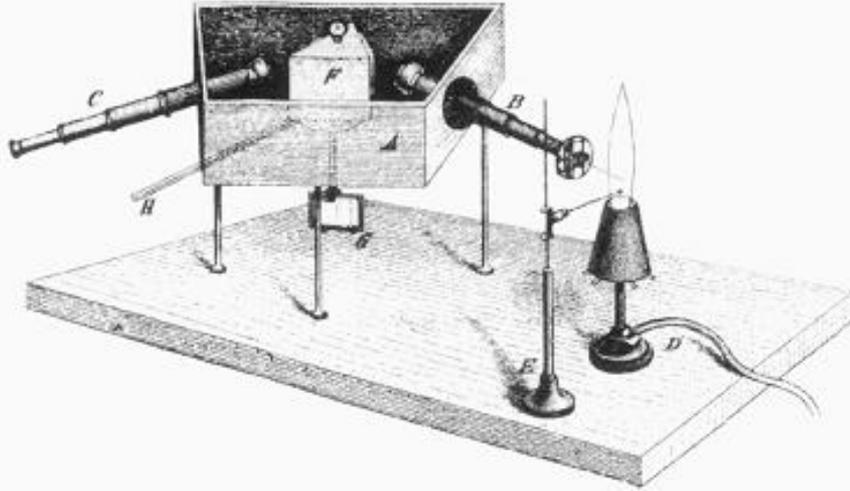
$$P_{\text{luz}} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \langle p_{\text{em}} c \rangle = \frac{1}{3} \frac{1}{V} \langle \underbrace{N p_{\text{em}} c}_{U_{\text{em}}} \rangle = \frac{1}{3} \langle u_{\text{em}} \rangle = \frac{1}{3} \frac{I}{c}$$

$$I_{\text{Sol}} \simeq 1,4 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\text{Sol}} = \frac{I}{c} \simeq 0,5 \times 10^{-5} \text{ Pa}$$

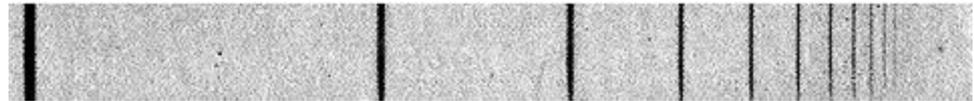
$$P_{\text{ar}} \simeq 1 \text{ atm} \simeq 10^5 \text{ Pa} \simeq 1 \text{ kgf/cm}^2$$

O espectro de radiação do corpo negro

- Kirchhoff (1860) - Espectroscopia óptica



- espectro de linhas

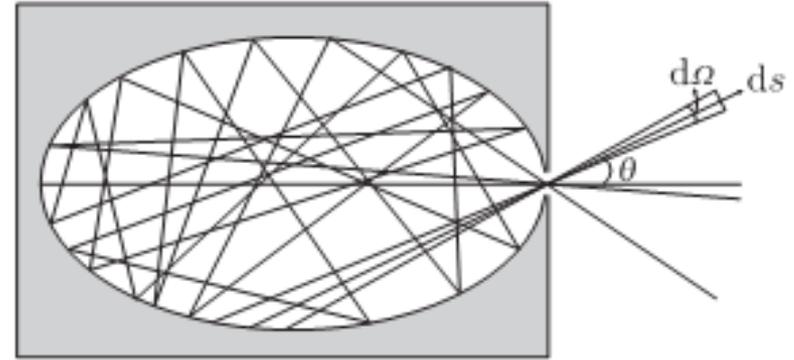


- espectro de bandas



O espectro de radiação do corpo negro

- para um corpo negro, $a = 1$

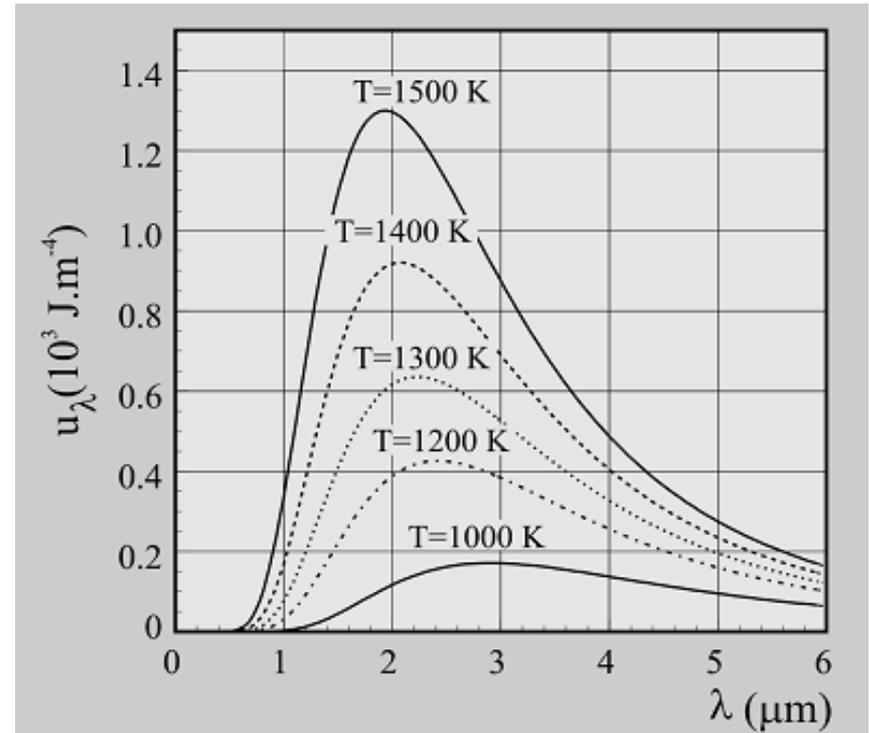


- Paschen (1894): frequências altas, na faixa visível ($\nu \sim 10^{14}$ Hz, $\lambda \sim 3\mu\text{m}$) e temperaturas de 10^3 K

Lei de Wien (1896)

$$u_\nu \sim \nu^3 e^{-a\nu/T}$$

↑
densidade espectral de energia

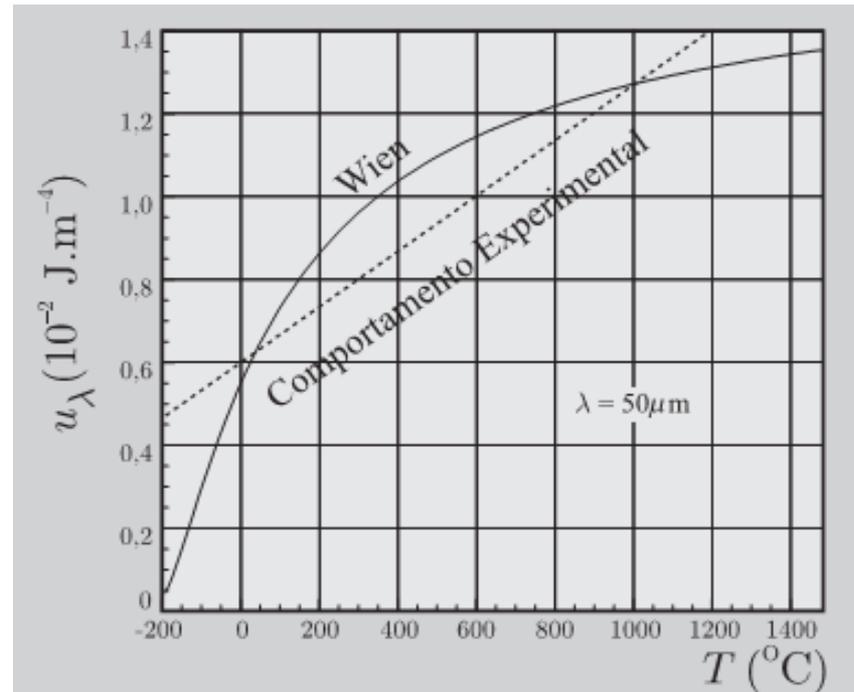


O espectro de radiação do corpo negro

Lummer, Pringsheim, Kurlbaum e Rubens (1900):
frequências na faixa do infravermelho ($\nu \sim 10^{13}$ Hz, $\lambda \sim 50\mu\text{m}$)

lei de Rayleigh (1900)

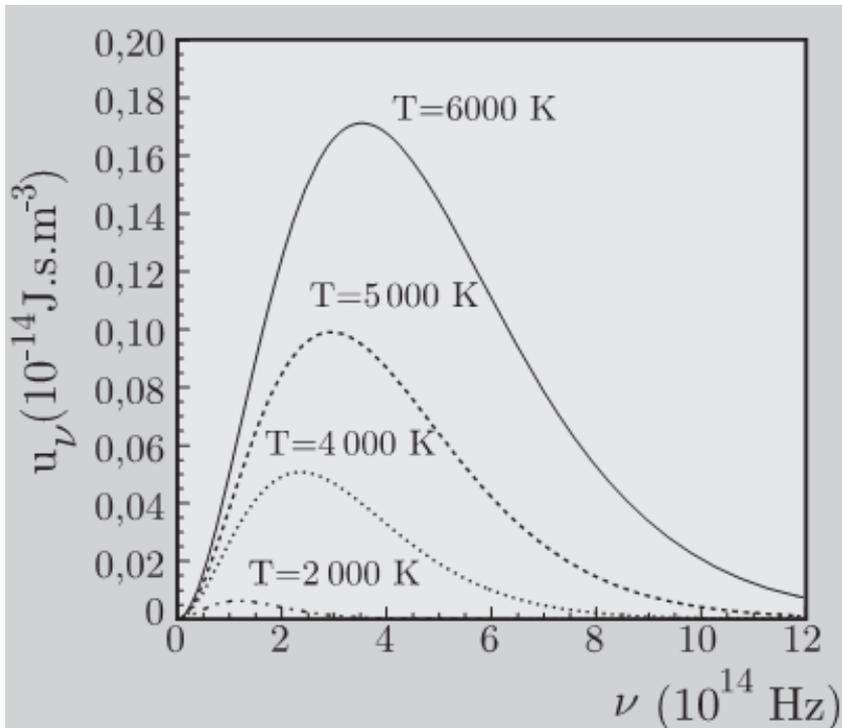
$$u_\nu \sim \nu^2 T$$



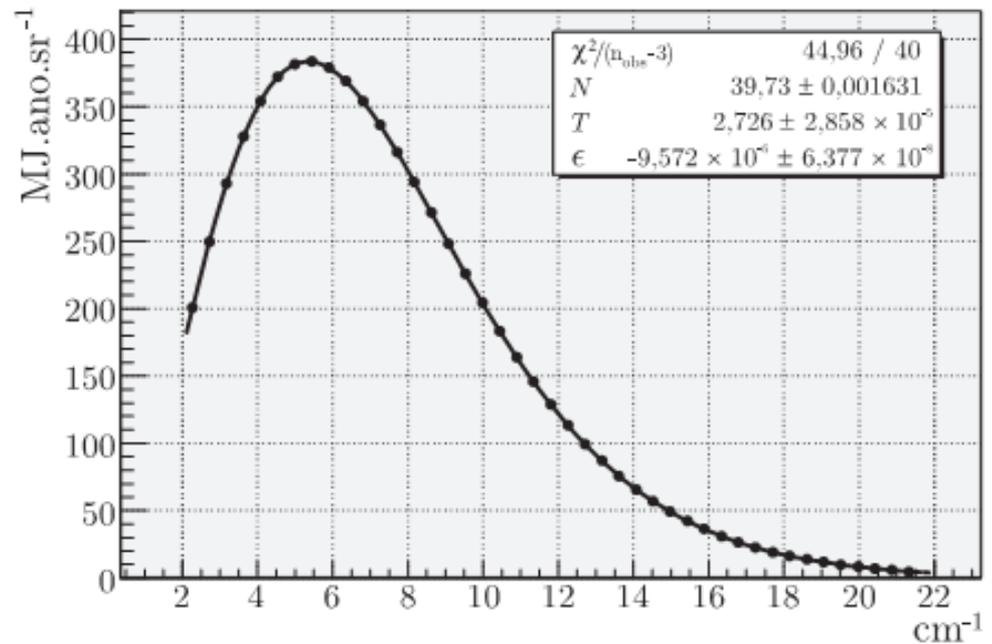
O espectro de radiação do corpo negro

- lei de Planck (1900)

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \langle \epsilon \rangle \longrightarrow u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3 / c^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



Radiação C3smica de Fundo



Einstein e a quantização da luz

número de estados para uma partícula $\sim V/V_0$

número de estados para N partículas

$$G \sim \left(\frac{V}{V_0} \right)^N$$

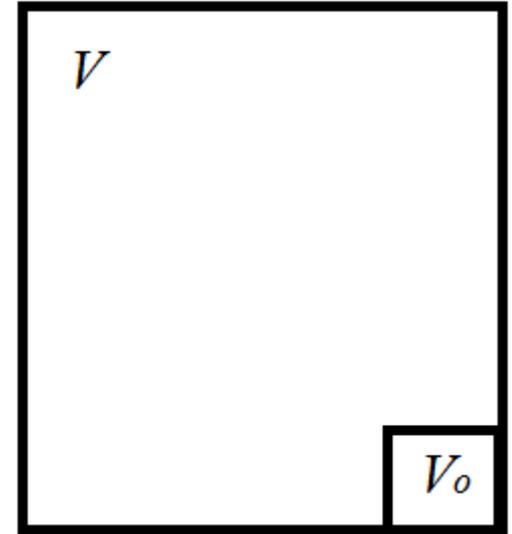
variação de entropia de uma gás ideal para uma variação de volume ($V_2 - V_1$) isotérmica

$$\Delta S = Nk \ln \frac{V_2}{V_1}$$

variação de entropia da componente de frequência ν da radiação de corpo negro para uma variação de volume ($V_2 - V_1$) isotérmica (energia U constante)

$$\Delta S = \left(\frac{U}{h\nu} \right) k \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Componente de frequência ν da radiação de corpo negro comporta-se como um gás de partículas de energia $h\nu$ (1905).

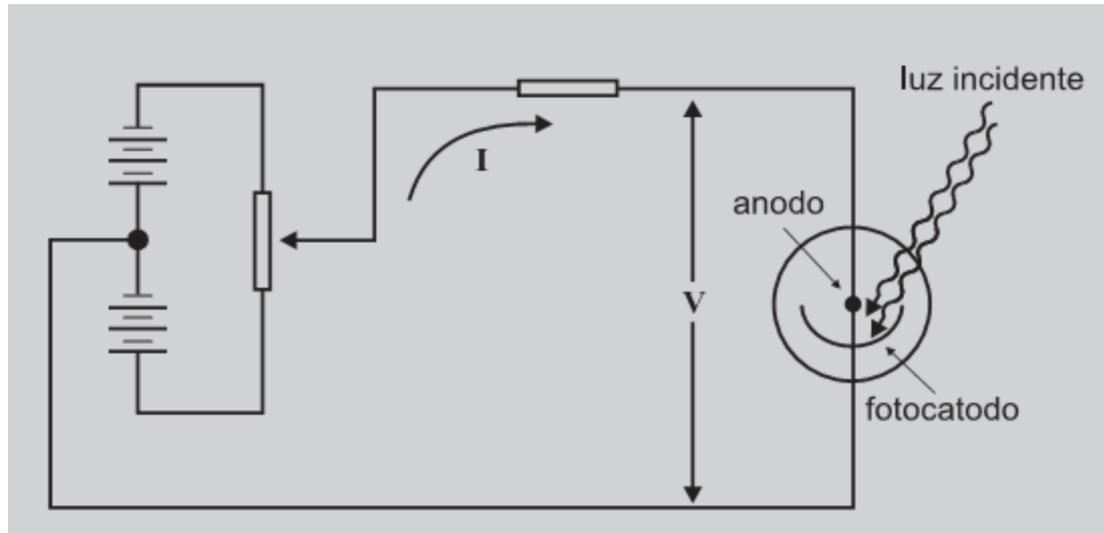


Einstein e a quantização da luz

- visão corpuscular da luz
- luz monocromática de frequência $\nu \leftrightarrow$ conjunto de partículas de energia $h\nu$
- Bose (1924) – corpúsculos de luz são partículas indistinguíveis que podem compartilhar o mesmo estado quântico
- fótons e partículas de spin inteiro – bósons
- quantização da luz - > explica algumas propriedades da interação da luz com os metais, como o efeito foto-elétrico

Efeito foto-elétrico

Experimentos de Lenard (1902)



- a ocorrência da emissão de elétrons não depende da intensidade da luz incidente;
- a ocorrência da emissão depende da frequência da luz, mas para cada metal há um limite inferior;
- o valor de corte do potencial retardador cresce com a frequência da luz.

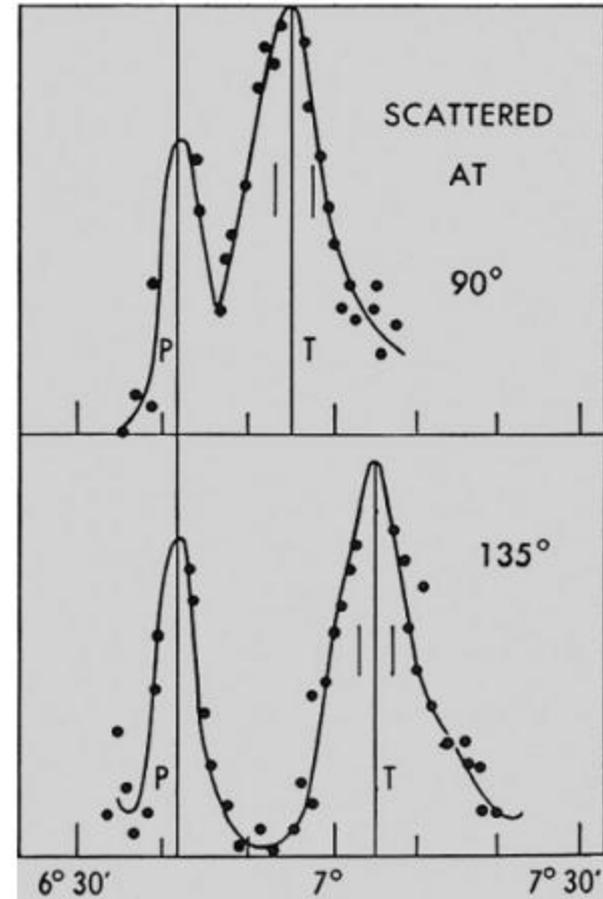
$$eV = h\nu - \phi \quad \leftarrow \text{função trabalho}$$

O efeito Compton

Compton (1922)

- incide raios-X sobre um alvo de grafite
- teoria clássica -> sem alteração do comprimento de onda
- pico com comprimento de onda maior que o incidente

$$\lambda' = \lambda + A \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$



O efeito Compton

Compton (1922)

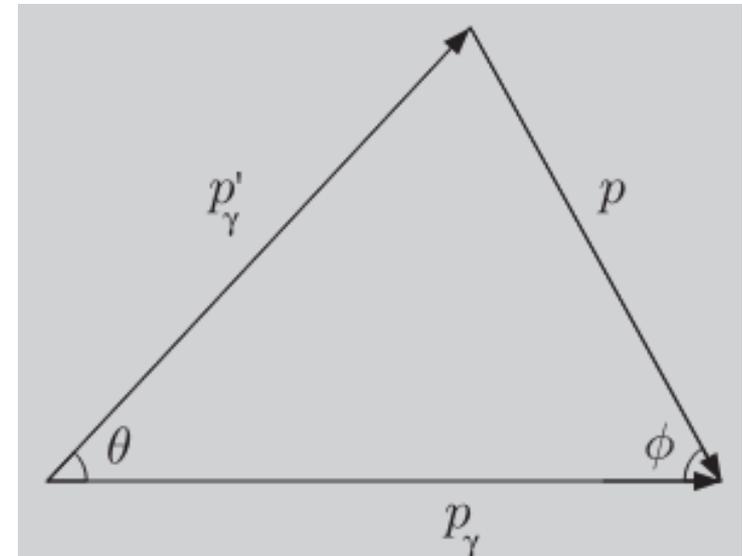
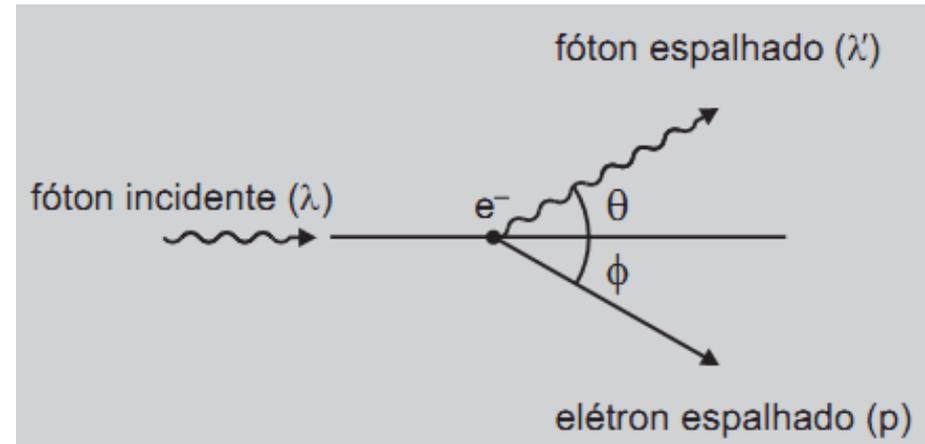
- fóton

- $\epsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ (energia)

- $\vec{p}_\gamma = \frac{\epsilon_\gamma}{c} \hat{k}$ (momentum)

- leis de conservação de energia e momentum

$$\begin{cases} \epsilon_\gamma + mc^2 = \epsilon'_\gamma + \epsilon \\ \vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p} \end{cases}$$



O efeito Compton

Compton (1922)

- conservação de energia $\epsilon_\gamma + mc^2 = \epsilon'_\gamma + \epsilon$

$$\underbrace{\epsilon^2 - m^2 c^4}_{p^2 c^2} = \epsilon_\gamma^2 + \epsilon'_\gamma{}^2 - 2\epsilon_\gamma \epsilon'_\gamma + 2(\epsilon_\gamma - \epsilon'_\gamma)mc^2$$

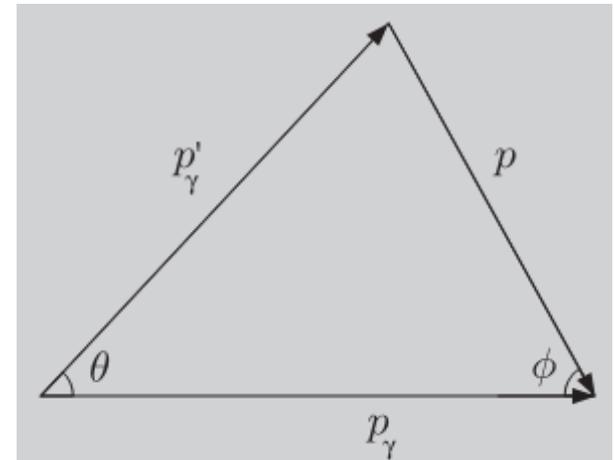
- conservação de *momentum*

$$p^2 = p'^2_\gamma + p^2_\gamma - 2p'_\gamma p_\gamma \cos \theta$$

$$p^2 c^2 = \epsilon_\gamma^2 + \epsilon'^2_\gamma - 2\epsilon_\gamma \epsilon'_\gamma \cos \theta$$

$$(\epsilon_\gamma - \epsilon'_\gamma)mc^2 = \epsilon_\gamma \epsilon'_\gamma (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \left(\frac{2h}{mc} \right) \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$



$$\frac{1}{\epsilon'_\gamma} - \frac{1}{\epsilon_\gamma} = \frac{1}{mc^2} (1 - \cos \theta)$$

Conclusão

- quantização da luz - > fóton
- corpo negro - > energia do fóton: $E = h\nu$
- efeito Compton - > *momentum* do fóton: $p = h\nu/c$

Apesar do conceito de fóton ter tido origem no espectro do corpo negro, foi o efeito Compton que exibiu a evidência experimental que convenceu a maioria da comunidade científica, nos anos de 1920, a aceitar a existência do fóton como uma das partículas elementares da natureza.

Bibliografia

- M. H. Shamos, *Great Experiments in Physics*, Dover Pub. Inc., 1987.
- F. Caruso, V. Oguri & A. Santoro, *Partículas elementares: 100 anos de descobertas*, Editora Livraria da Física, 2^a edição, 2012.
- F. Caruso & V. Oguri, *Física Moderna: origens clássicas e fundamentos quânticos*, Elsevier Ed. Ltda, 2006.