Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)
Instituto de Física Armando Dias Tavares (IFADT)
Departamento de Física Nuclear e Altas Energias (DFNAE)

Física de Partículas

Lista de exercícios - 03

(7 de setembro de 2015)

1. Mostre que:

   a) $\bar{u}u = 2m$

   b) $\bar{v}v = -2m$

   c) $\bar{u}\gamma_\mu u = 2p_\mu$

   d) $\displaystyle\sum_{s=1,2} v_s\bar{v}_s = \not{p} - m$

2. Mostre que o fator de fluxo $F = (2E_1)(2E_2)\big|\vec{v}_1 - \vec{v}_2\big|$ para colisões frontais pode ser escrito como

$$\boxed{F = 4p_i\sqrt{s}} \qquad (\sqrt{s} = E_1 + E_2)$$

   e, de modo explicitamente covariante, como

$$\boxed{F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}}$$

3. A partir da expressão para a seção de choque de espalhamento de 2 férmions carregados não-idênticos, no CM (centro de massa)

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right|_{\mathrm{CM}} = \frac{\langle |M|^2\rangle}{(4\pi)^2}\frac{1}{4s}\left(\frac{p_f}{p_i}\right)}$$

   onde $p_f = |\vec{k}'|$ e $p_i = |\vec{k}|$ são, respectivamente os módulos dos momenta final e inicial de um dos férmions, e $\sqrt{s}$ é a energia total inicial, mostre que

$$\boxed{-\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{\langle |M|^2\rangle}{16\pi\lambda(s, m^2, M^2)}}$$

   onde $t = k - k'$, m e M são, respectivamente, as massas dos dois férmions iniciais.

4. A partir da expressão para a amplitude invariante em 1ª ordem da QED para o espalhamento de 2 férmions carregados não-idênticos, de massas m e M,

$$\langle |M|^2\rangle = \frac{8e^4}{q^4}\Big\{(k' \cdot p')(k \cdot p) + (k' \cdot p)(k \cdot p') - M^2(k' \cdot k) - m^2(p' \cdot p) + 2m^2M^2\Big\}$$

   onde $q = k - k' = p' - p$

   a) Derive a fórmula de Mott para o espalhamento elétron-próton quando a energia (E) do elétron for muito menor que a energia de repouso (M) do próton

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right|_{\mathrm{Mott}} = \frac{\alpha^2}{4E^2v^4\mathrm{sen}^4\theta/2}\left(1 - v^2\mathrm{sen}^2\theta/2\right)} \qquad (E \ll M)$$

b) Mostre que para $E \geq 50$ MeV, a fórmula de Mott pode ser expressa como

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right|_{\text{Mott}} = \frac{\alpha^2 \cos^2\theta/2}{4E^2 \mathrm{sen}^4\theta/2}} \qquad (m \ll E \ll M)$$

e, para $v \to 0$, tende à fórmula de Rutherford

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right|_{\text{Ruth}} = \frac{\alpha^2 \cos^2\theta/2}{16E_c^2 \mathrm{sen}^4\theta/2}} \qquad (E_c \ll M)$$

onde E_c é a energia cinética inicial do elétron.