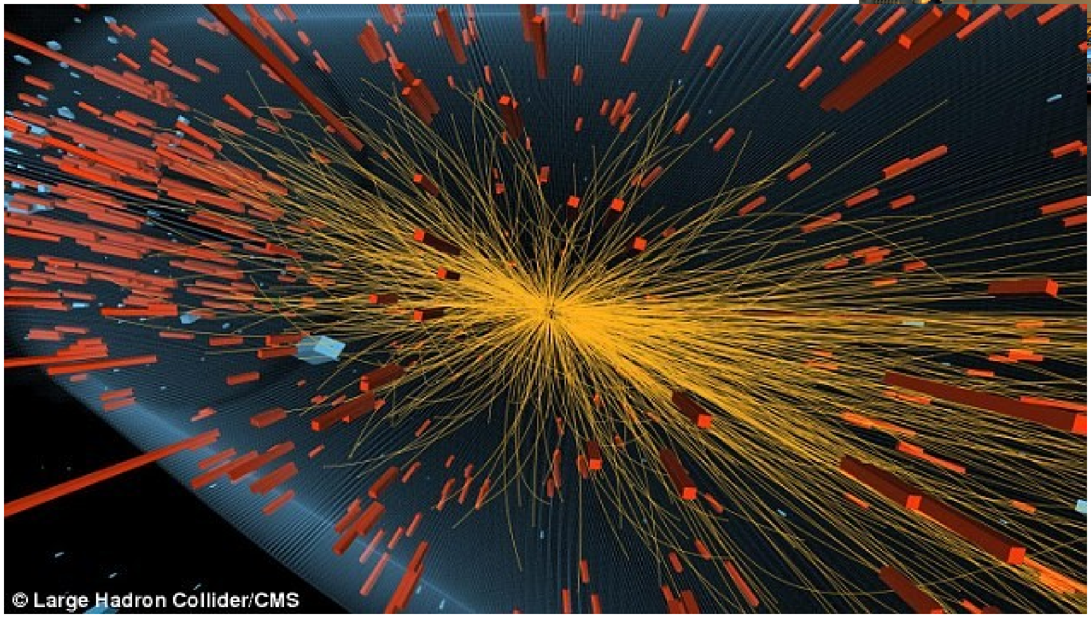
Uma Breve Introdução ao Monte Carlo



Uma Breve Introdução ao Monte Carlo

- Introdução
- Histórico
- Método da Rejeição Simples
- Algumas Aplicações Simples
  - Cálculo de integrais
  - Geração de eventos
- Referências

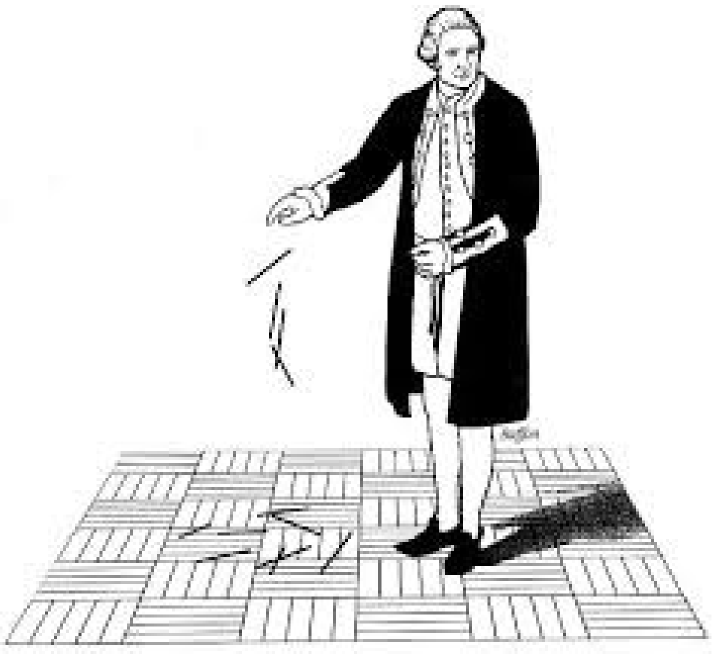
Introdução

- O que é?
  - Métodos a Monte Carlo são algorítimos numéricos que se utilizam da geração de números aleatórios

- É aplicado em diferentes áreas da física para resolver diferentes problemas

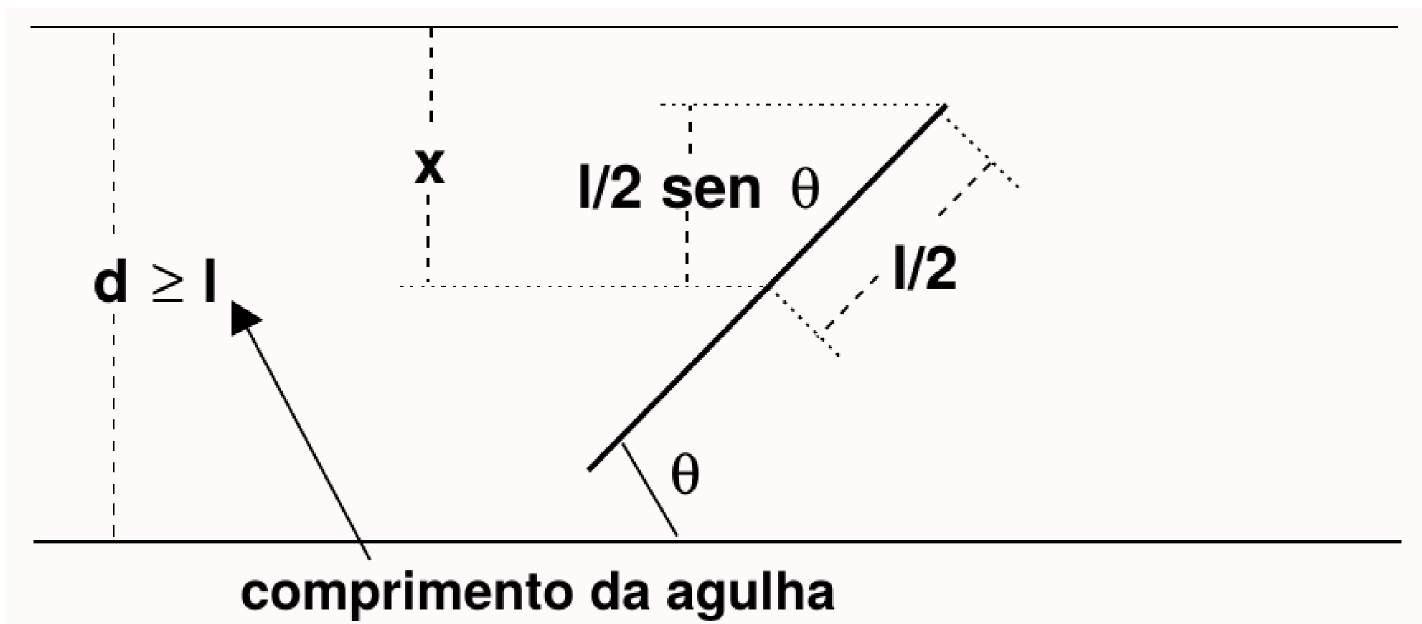
Histórico

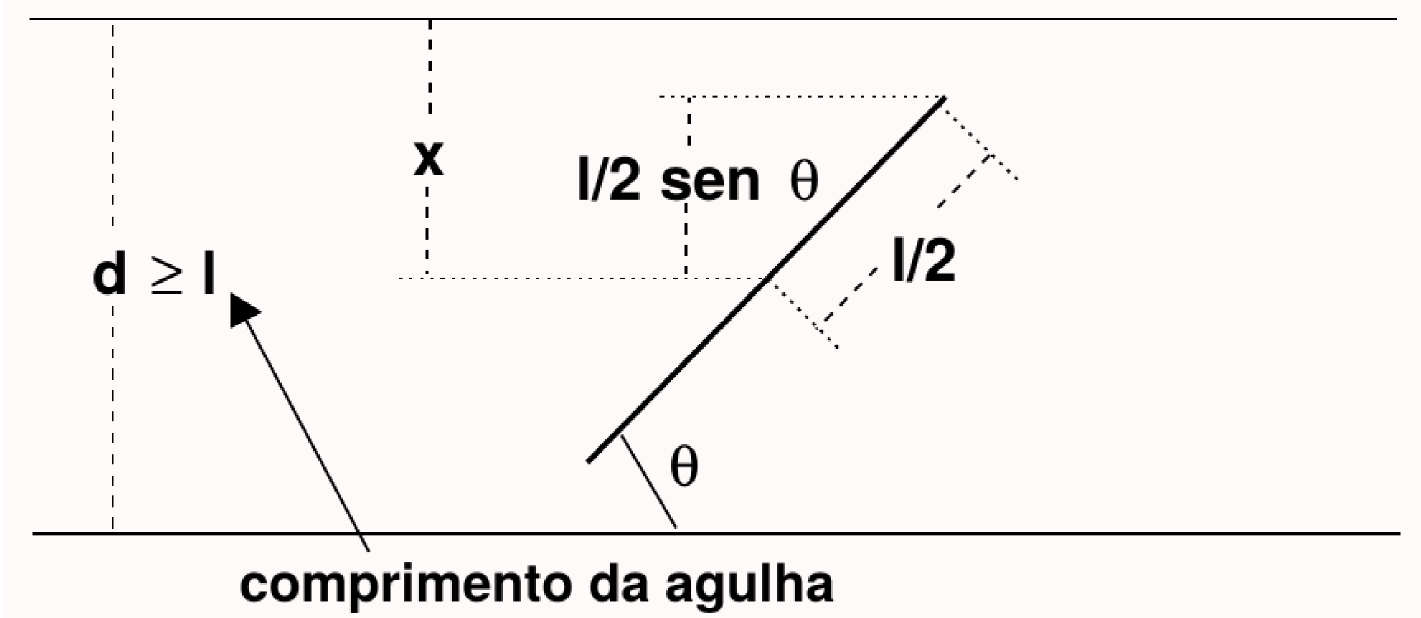
- Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon
  - Cientista francês do século XVIII
  - Determina o valor de π através de lançamentos aleatórios de uma agulha



Histórico – O Experimento de Buffon

- Determinar o valor de π a partir do lançamento de uma agulha de comprimento l sobre um folha de papel, onde foram traçadas linhas

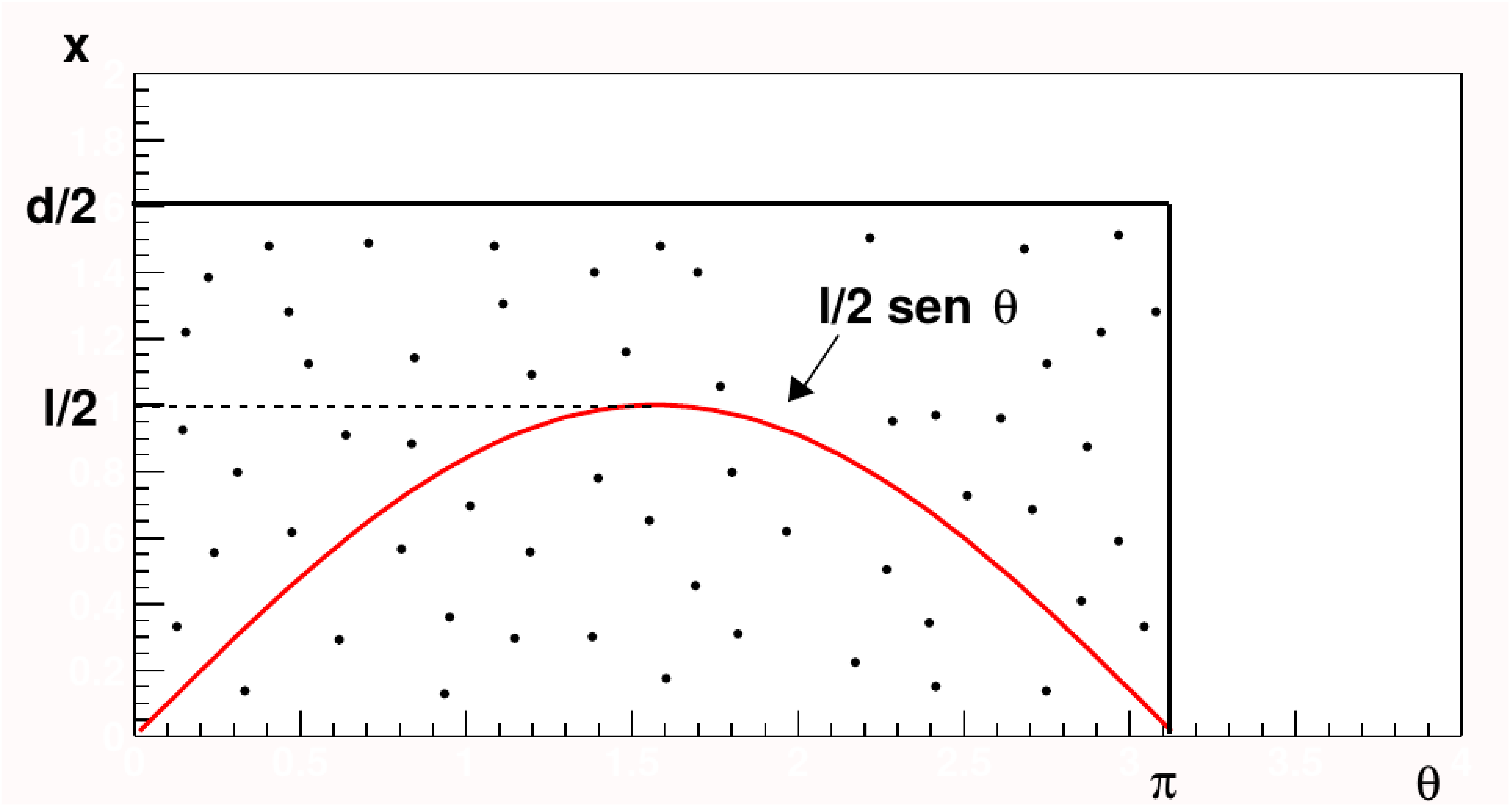




- x e θ configuram a posição espacial da agulha
- logo lançamentos da agulha são como sortear valores aleatórios de x e θ
- a agulha só interceptará alguma linha se:

$$x \le (\ell/2)\ \mathbf{sen}\theta$$

- Espaço de configuração:



- Probabilidade, *a priori,* de a agulha interceptar alguma linha:

- Probabilidade, *a priori,* de a agulha interceptar alguma linha:

$$p = \frac{I}{A} = \frac{2}{\pi}\frac{\ell}{d}$$

- Probabilidade, *a priori,* de a agulha interceptar alguma linha:

$$p = \frac{I}{A} = \frac{2}{\pi}\frac{\ell}{d}$$

- Probabilidade, *a posteriori*, de a agulha interceptar alguma linha:

- Probabilidade, *a priori,* de a agulha interceptar alguma linha:

$$p = \frac{I}{A} = \frac{2}{\pi}\frac{\ell}{d}$$

- Probabilidade, *a posteriori*, de a agulha interceptar alguma linha:

$$p = m/N$$

onde m é o número de interceptações em N lançamentos

- Logo:

$$\frac{2}{\pi}\frac{\ell}{d} = \frac{m}{N}$$

$$\Rightarrow$$

$$\pi = \left(\frac{2N}{m}\right)\left(\frac{\ell}{d}\right)$$

- Logo:

$$\frac{2}{\pi}\frac{\ell}{d} = \frac{m}{N} \quad \Longrightarrow \quad \pi = \left(\frac{2N}{m}\right)\left(\frac{\ell}{d}\right)$$

Exercício: Estimar π para N = 10, 50, 100, 1000

Histórico

- Durante a Segunda Grande Guerra Stanisław Ulam estudou a possibilidade de utilizar o método da simulação durante seu trabalho com armas nucleares em Los Alamos

- O nome do método vem do *Monte Carlo Cassino,* onde o tio de Ulam perdia dinheiro em jogos de apostas

Método da Rejeição Simples

- Obter uma distribuição de números aleatórios segundo uma dada função f(x)

Método da Rejeição Simples

- Obter uma distribuição de números aleatórios segundo uma dada função f(x)

- Pode ser encarado como uma sequência de tentativas de acertar um alvo, a partir de disparos aleatórios distribuídos uniformemente em uma região

Método da Rejeição Simples

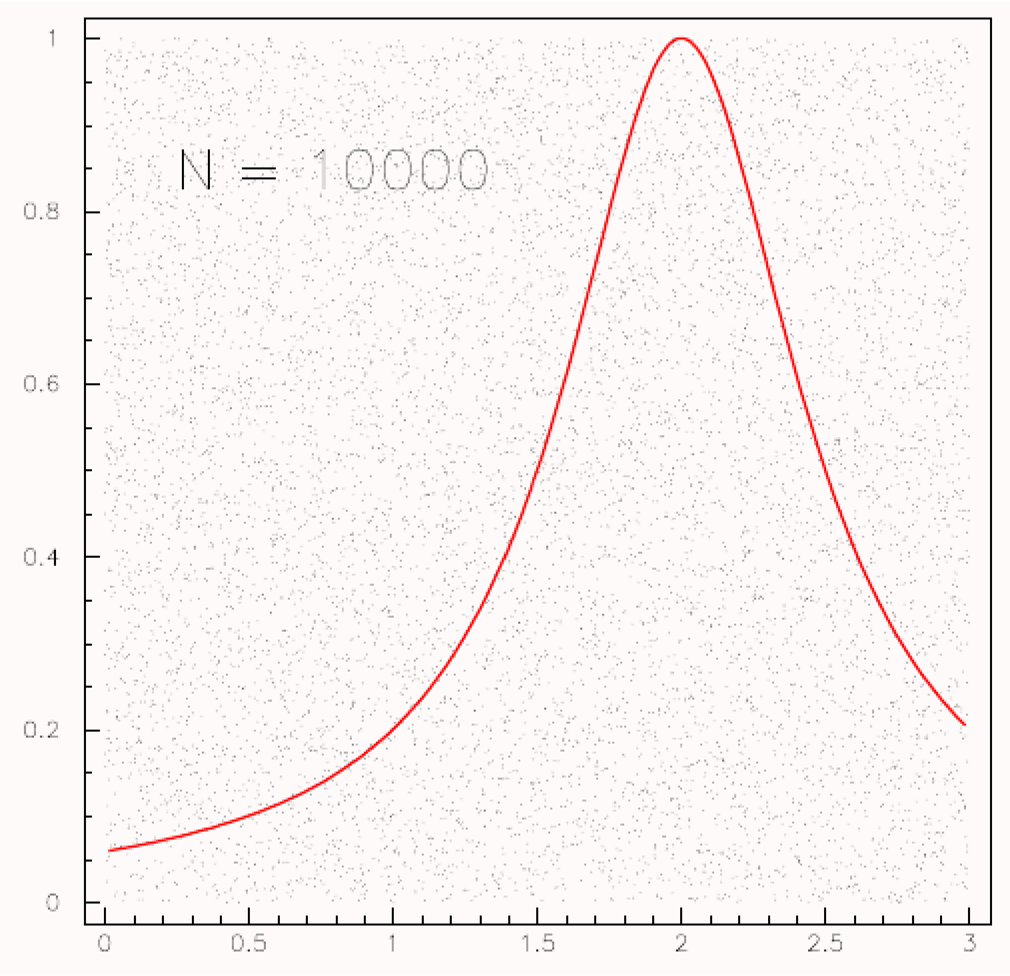
- Obter uma distribuição de números aleatórios segundo uma dada função f(x)

- Pode ser encarado como uma sequência de tentativas de acertar um alvo, a partir de disparos aleatórios distribuídos uniformemente em uma região

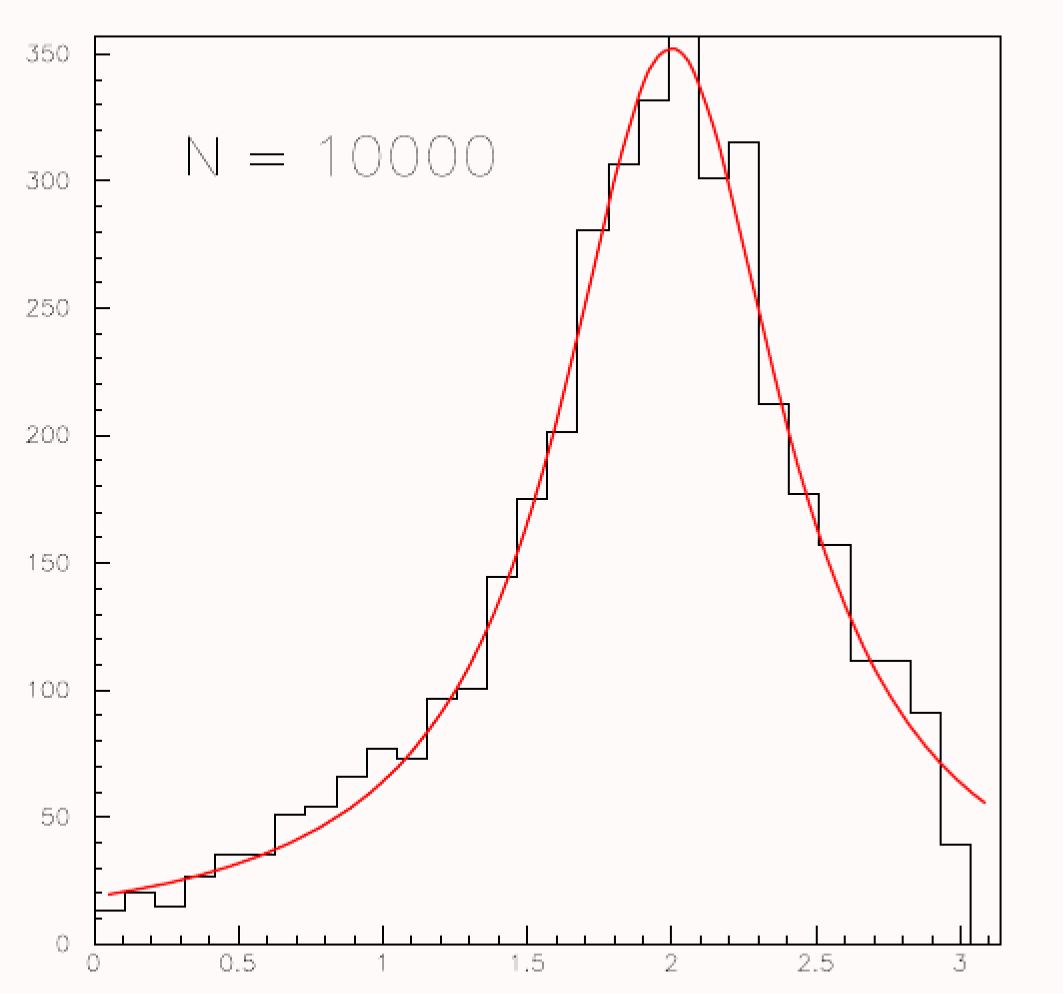
- A condição para que um ponto genérico (x,y) esteja na região limitada pela curva f(x) é dada por:

$$\boxed{y \leq f(x)}$$

- Um exemplo:



- Um exemplo:

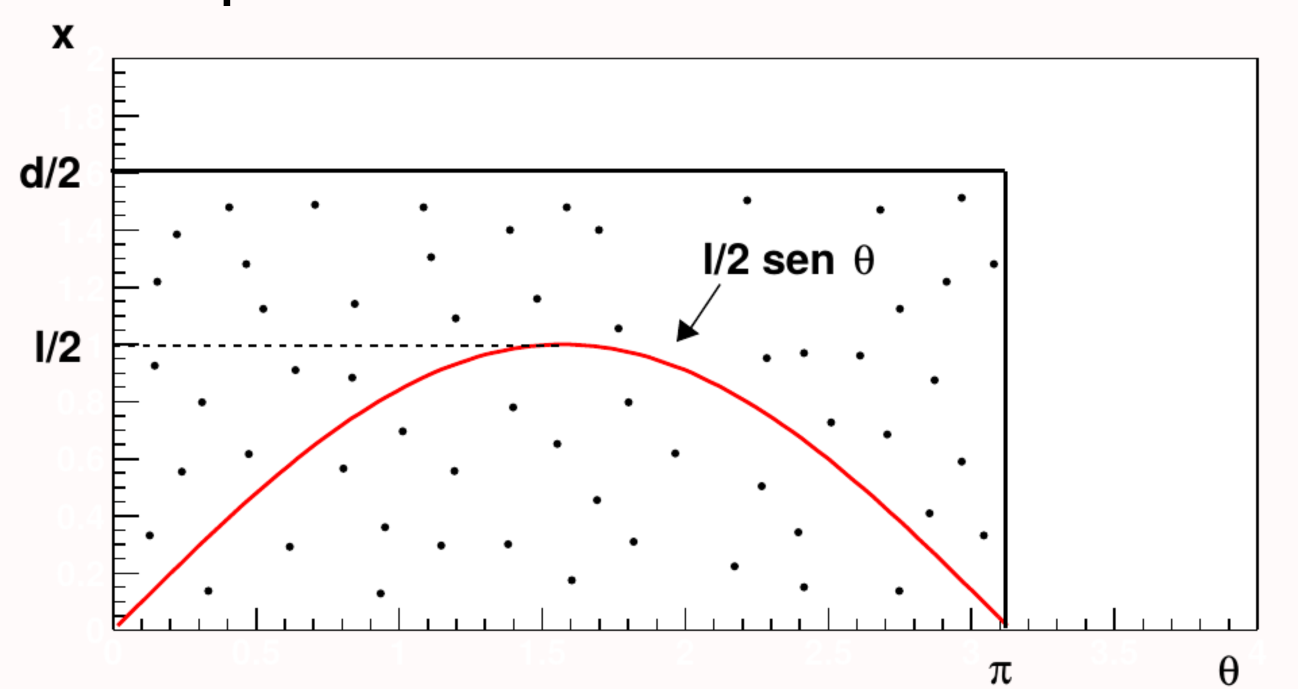


Algumas Aplicações Simples

- Cálculo de integrais
  - Pode ser usado o método de rejeição simples
  - Uma integral definida nada mais é do que o cálculo de uma área

Algumas Aplicações Simples

- Cálculo de integrais
  - Pode ser usado o método de rejeição simples
  - Uma integral definida nada mais é do que o cálculo de uma área
  - Por exemplo:



Algumas Aplicações Simples

- Calcular a área da função $f(x) = (l/2)sen(\theta)$ no intervalo de 0 a π

Algumas Aplicações Simples

- Calcular a área da função $f(x) = (l/2)\text{sen}(\theta)$ no intervalo de 0 a π
- Podemos gerar pontos aleatórios genéricos (x,y)

Algumas Aplicações Simples

- Calcular a área da função $f(x) = (l/2)\text{sen}(\theta)$ no intervalo de 0 a π
- Podemos gerar pontos aleatórios genéricos (x,y)
- A partir do teste de rejeição simples, aceitamos os m pontos abaixo da curva, após N lançamentos

Algumas Aplicações Simples

- Calcular a área da função f(x) = (l/2)sen(θ) no intervalo de 0 a π
- Podemos gerar pontos aleatórios genéricos (x,y)
- A partir do teste de rejeição simples, aceitamos os m pontos abaixo da curva, após N lançamentos
- Semelhante ao problema de Buffon, o valor da integral definida será dado por:

$$I = A\frac{m}{N}$$

onde A é a área do retângulo definido previamente

Algumas Aplicações Simples

- Calcular a área da função f(x) = (l/2)sen(θ) no intervalo de 0 a π
- Podemos gerar pontos aleatórios genéricos (x,y)
- A partir do teste de rejeição simples, aceitamos os m pontos abaixo da curva, após N lançamentos
- Semelhante ao problema de Buffon, o valor da integral definida será dado por:

$$I = A\frac{m}{N}$$

onde A é a área do retângulo definido previamente

Exercício:Fazer um programa que resolva integrais definidas usando o método

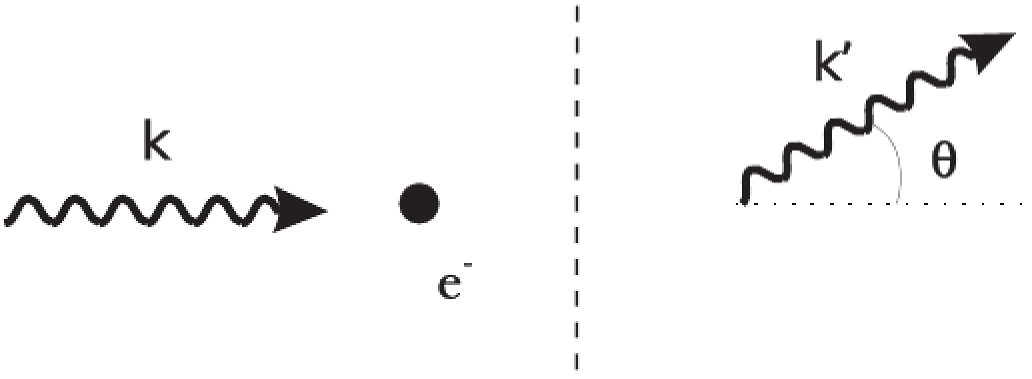
Algumas Aplicações Simples

- Geração de Eventos

- Exemplos:
  - Espalhamento Compton
  - Espalhamento de Rutherford

Algumas Aplicações Simples

- Espalhamento Compton



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2}\left(\frac{k'}{k}\right)^2\left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} - \sin^2\theta\right)$$

$$k' = \frac{k}{1 + (k/m)(1 - \cos\theta)}$$

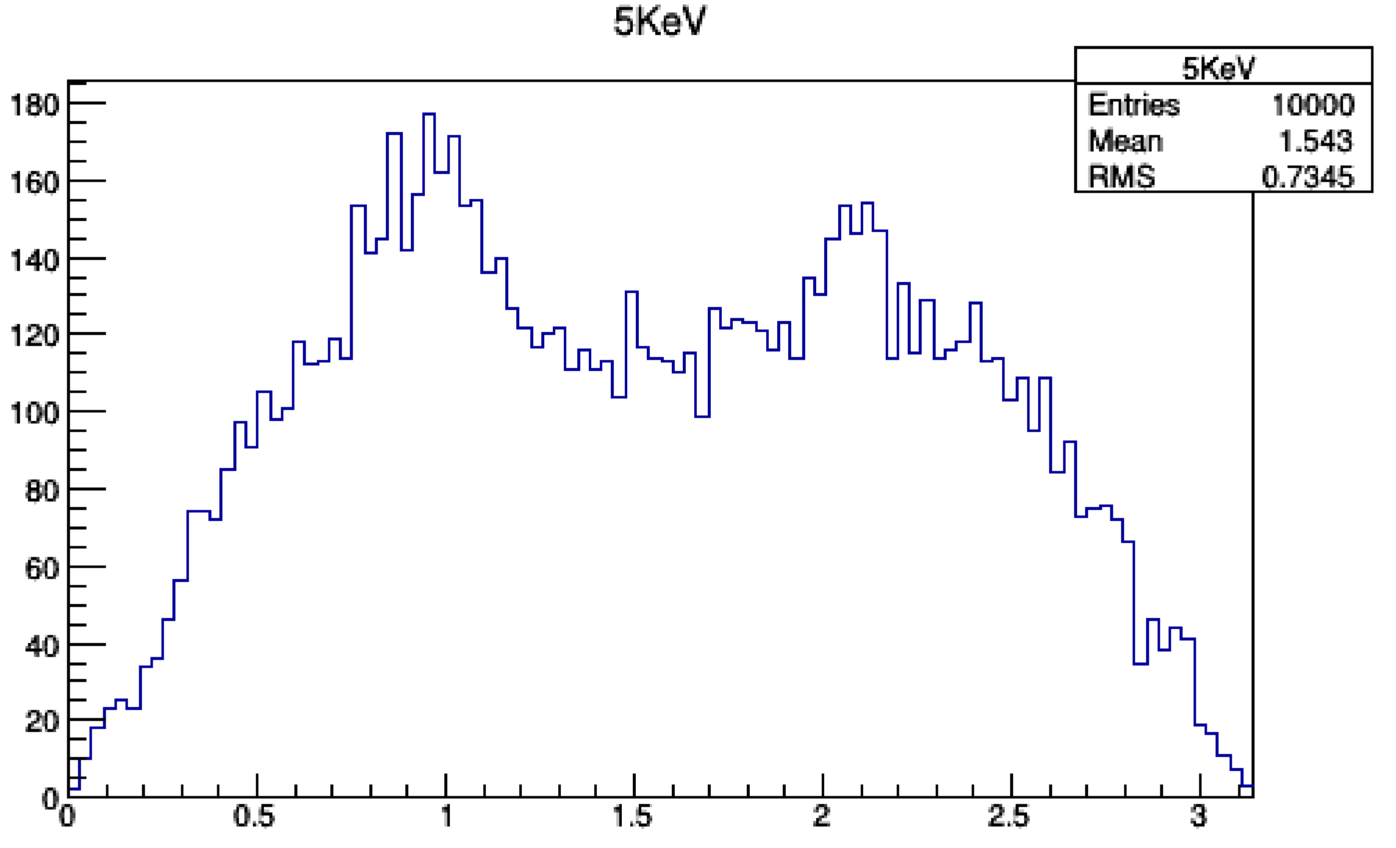
Algumas Aplicações Simples

- Espalhamento Compton

```
#include "TMath.h"
#include <iostream>
#include "TRandom.h"
#include "TH1.h"
#include <math.h>

using namespace std;
Double_t m = 0.511;
Double_t k;
Int_t nexp = 10000;
Int_t cont = 0;

////////                    usar o método da rejeição                         ////////
////////   f(x) = (((1/(1+0.01*(1-cos(x))))^2)*(((1/(1+0.01*(1-cos(x)))))+(1+0.01*(1-cos(x))))-sin(x)*sin(x)))*sin(x) ////////
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////

void theta() {

TFile f("histo2.root","recreate");
TH1D * h1 = new TH1D("5KeV","5KeV",100,0,3.141);

for (Double_t j = 0; j < nexp; j++) {
//
    for (Double_t i = 0; i < 1200; i++) {                              //Rejeição
        Double_t zz = 1.076*(gRandom->Rndm());
        Double_t x = 3.14*(gRandom->Rndm());
    if (zz<=((pow((1/(1+0.01*(1-cos(x)))),2))*(((1/(1+0.01*(1-cos(x)))))+(1+0.01*(1-cos(x))))-sin(x)*sin(x)))*sin(x)){i=1200;}
    }
    h1->Fill(x);
    }

h1->Write();

cout << cont << endl;
cont = cont + 1;

}
```

Algumas Aplicações Simples

- Espalhamento Compton



Algumas Aplicações Simples

- Espalhamento de Rutherford

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m v_0^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}.$$

Algumas Aplicações Simples

- Espalhamento de Rutherford

Exercício: Fazer uma simulação a Monte Carlo a qual gere eventos de espalhamento de Rutherford e construir o histograma da distribuição angular

Referências

- Notas de aula do professor Oguri
- Notas Técnicas CBPF-NT-001/01