

# Introdução à Física de Partículas

Prof. Wagner Carvalho  
DFNAE / IF / UERJ

[wpc@uerj.br](mailto:wpc@uerj.br)  
Sala 3030A

**2019/1**

# Programa

- I. Conceitos básicos
- II. Detectores e aceleradores de partículas
- III. Princípios de invariância e leis de conservação
- IV. Interações eletromagnéticas
- V. Interações fracas
- VI. Interações fortes

# Cronograma

	Fev	Mar				Abr				
Ter	26	5	12	19	26	2	9	16	23	30
Qui	28	7	14	21	28	4	11	18	25	2

	Mai					Jun				Jul
Ter	30	7	14	21	28	4	11	18	25	2 Prova
Qui	2	9	16	23	30	6	13	20	27	4



Conceitos Básicos



Interações Eletromagnéticas



Detectores e Aceleradores



Interações Fracas



Princípios de Invariância e Leis de Conservação



Interações Fortes

# Bibliografia de Apoio

## Disponíveis na biblioteca da Física (CTC/D):

- ◆ **Aitchison, Ian J. R.**, *Gauge theories in particle physics, volume 1 : a practical introduction: From relativistic quantum mechanics to QED (2013)*. Exemplares: 1.
- ◆ **Aitchison, Ian J. R.**, *Gauge theories in particle physics, volume 2 : a practical introduction: From relativistic quantum mechanics to QED (2013)*. Exemplares: 2.
  
- ◆ **Griffiths, David J.**, *Introduction to elementary particles (2008)*. Exemplares: 2.
- ◆ **Griffiths, David J.**, *Introduction to elementary particles (1987)*. Exemplares: 2.
  
- ◆ **Perkins, Donald H.**, *Introduction to High Energy Physics (2000)*. Exemplares: 1.
- ◆ **Perkins, Donald H.**, *Introduction to High Energy Physics (1987)*. Exemplares: 3.

# V – Interações fracas

## As interações fundamentais

### ◆ Fraca

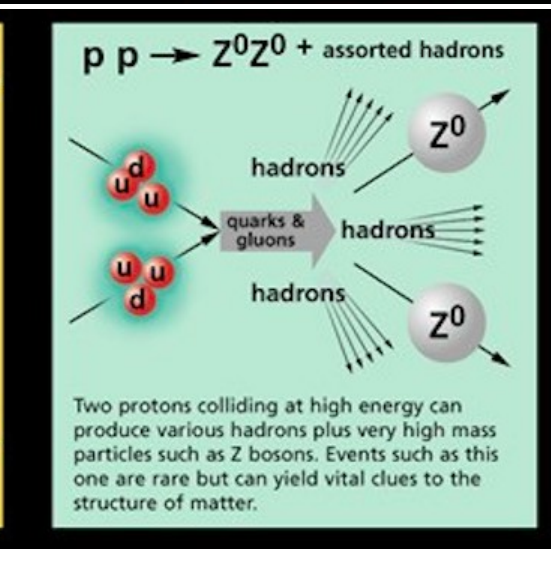
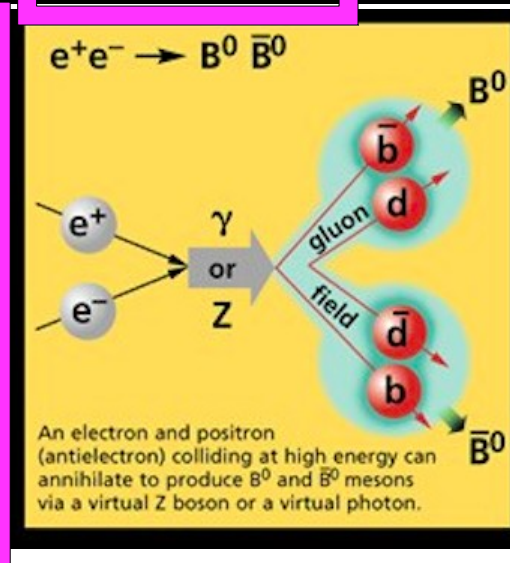
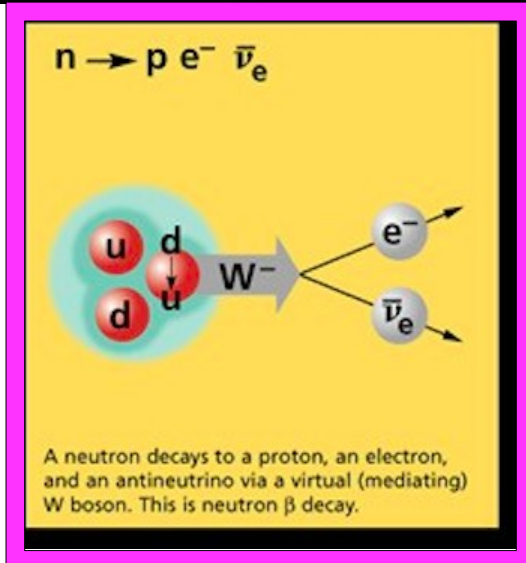
Responsável, dentre outros, pelo processo de transmutação nuclear chamado decaimento- $\beta$ , no qual ocorre a emissão de um elétron e um neutrino por um núcleo radioativo.

Partícula mediadora: bósons  $W^\pm$  e  $Z^0$ .

# V – Interações fracas

## As interações fundamentais

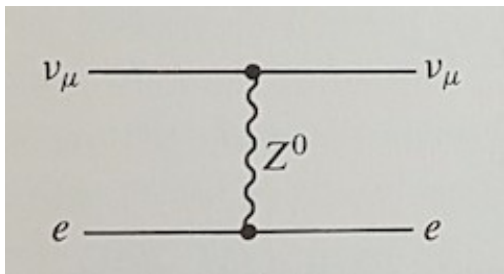
Property \ Interaction	Gravitational	Weak (Electroweak)	Electromagnetic	Strong	
				Fundamental	Residual
Acts on:	Mass – Energy	Flavor	Electric Charge	Color Charge	See Residual Strong Interaction Note
Particles experiencing:	All	Quarks, Leptons	Electrically charged	Quarks, Gluons	Hadrons
Particles mediating:	Graviton (not yet observed)	$W^+ W^- Z^0$	$\gamma$	Gluons	Mesons
Strength relative to electromag for two u quarks at: for two protons in nucleus	$10^{-41}$ $10^{-41}$ $10^{-36}$	0.8 $10^{-4}$ $10^{-7}$	1 1 1	25 60 Not applicable to hadrons	Not applicable to quarks 20



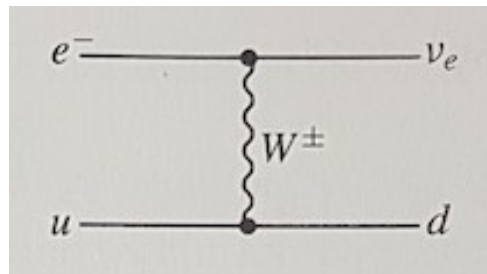
# V – Interações fracas

## Classificação dos processos fracos

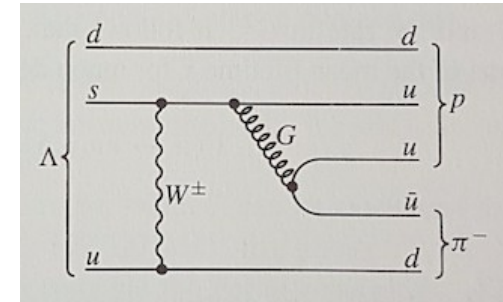
- ◆ Quanto ao tipo de partícula participante da interação:



Leptônico  
(NC)



Semi-leptônico  
(CC)



Não-leptônico  
(CC)

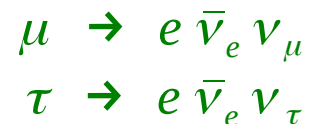
- ◆ Quanto ao fluxo (**corrente**) de carga elétrica:

- Interações fracas via corrente **carregada** ( *charged-current weak interactions* – CC ) [  $W^\pm$  ]
- Interações fracas via corrente **neutra** ( *neutral-current weak interactions* – NC ) [  $Z^0$  ]

# V – Interações fracas

## Universalidade leptônica

- ◆ O acoplamento fraco é idêntico para todos os férmions? Ou, equivalentemente, todos os quarks e léptons carregam a mesma carga fraca?
- ◆ A resposta é sim para os léptons e não para os quarks.
- ◆ Discutiremos agora o caso dos léptons. Os quarks serão discutidos posteriormente.
- ◆ Trataremos dos processos puramente leptônicos dos decaimentos do múon e do tau em elétron e neutrinos associados:





# V – Interações fracas

## Universalidade leptônica

- Em processos que envolvem baixas energias (comparadas com a massa dos mediadores da interação) como no caso dos decaimentos do tau e do múon, o acoplamento é essencialmente pontual:

$$G(q) = \frac{g}{q^2 + M_W^2} \sim \frac{g}{M_W^2}$$

sendo G a constante de Fermi das interações fracas.

- Na descrição do processo de decaimento de uma partícula, define-se uma grandeza chamada largura de decaimento  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \hbar W = 2\pi |M|^2 \int \rho_f d\Omega$$

e que está diretamente relacionada com o tempo de decaimento  $\tau$  da partícula:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

# V – Interações fracas

## Universalidade leptônica

- ◆ O cálculo (longo e complicado) da largura de decaimento para o decaimento do múon fornece:

$$\Gamma(\mu \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G^2 m_\mu^5}{192 \pi^3}$$

sendo que as massas do elétron e dos neutrinos são insignificantes em comparação com a massa do múon e foram desprezadas.

- ◆ Expressão análoga pode ser escrita para o tau.
- ◆ Porém, enquanto o múon tem este único canal de decaimento, o tau pode decair via muitos canais. A fração, chamada **razão de ramificação**, com que decai no canal eletrônico é de  $17,80 \pm 0,06 \%$ .

# V – Interações fracas

## Universalidade leptônica

- Usando-se a expressão para  $\Gamma$ , pode-se testar a universalidade das constantes fundamentais de acoplamento do múon  $g_\mu$  e do tau  $g_\tau$ , a partir da relação:

$$\left(\frac{g_\tau}{g_\mu}\right)^4 = B(\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau) \left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^5 \left(\frac{\tau_\mu}{\tau_\tau}\right)$$

### Exercício:

Demonstre esta relação a partir da fórmula do slide anterior.

- Usando os valores  $\tau_\mu = 2,197 \times 10^{-6}$  s,  $\tau_\tau = (291,0 \pm 1,5) \times 10^{-15}$  s,  $m_\mu = 105,658$  MeV e  $m_\tau = 1770,0$  MeV, obtemos:

$$\frac{g_\tau}{g_\mu} = 0,999 \pm 0,003$$

- De forma similar

$$\frac{g_\mu}{g_e} = 1,001 \pm 0,004$$

# V – Interações fracas

## Universalidade leptônica

- ◆ Os resultados anteriores demonstram que diferentes famílias de léptons se acoplam aos bósons  $W^\pm$  com intensidade idêntica.
- ◆ Chega-se à mesma conclusão sobre a universalidade do acoplamento dos léptons com o bóson neutro  $Z^0$ .
- ◆ Resultados obtidos pelos experimentos do colisor  $e^+e^-$  LEP para as larguras parciais de decaimento nos diferentes canais leptônicos mostram valores idênticos, dentro das faixas de erro:

$$Z^0 \rightarrow e^+e^- : \mu^+\mu^- : \tau^+\tau^- = 1 : 1,000 \pm 0,004 : 0,999 \pm 0,005$$

# V – Interações fracas

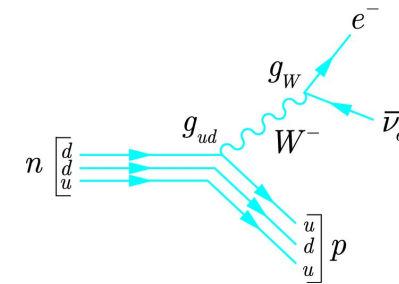
## Decaimento beta

- ◆ O modelo para a interação fraca é o decaimento beta, observado em núcleos instáveis ou no nêutron livre ( $\tau \approx 15$  min):

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

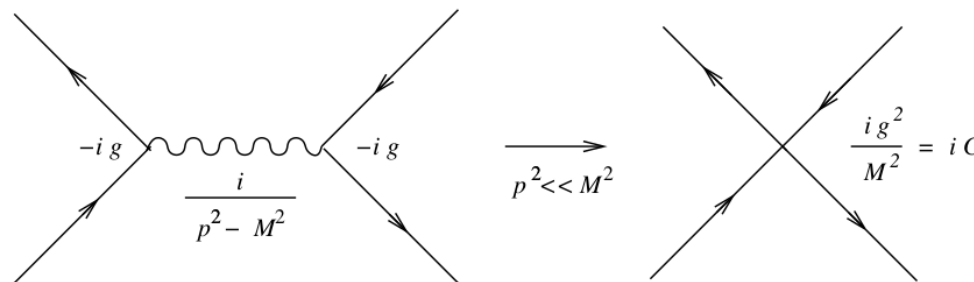
- ◆ Em termos dos quarks constituintes:

$$d \rightarrow u e^- \bar{\nu}_e$$



- ◆ Este processo novamente envolve baixos valores de momento transferido ( $q^2 \ll M_W^2$ ) e a interação é tratada como essencialmente **pontual**.

- ◆ Este “acoplamento de quatro férmions” foi postulado por Fermi em 1934 em seu tratamento do decaimento beta.



# V – Interações fracas

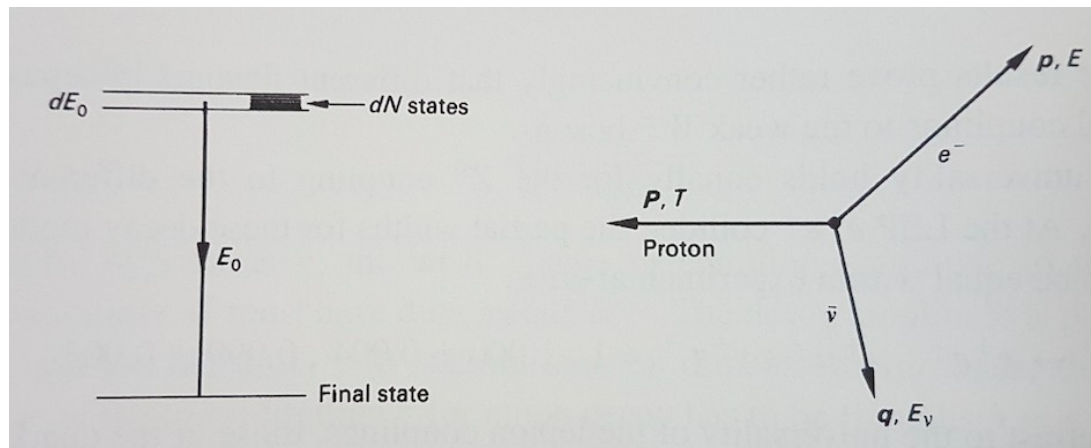
## Decaimento beta

- ▶ A probabilidade de transição, ou taxa de decaimento, é dada por:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE_0}$$

onde  $dN/dE_0$  é a densidade de estados finais por unidade de intervalo de energia.

- ▶ A densidade de estados é determinada pelo número de formas de se dividir a energia disponível entre os produtos do decaimento, no intervalo  $E_0$  a  $E_0 + dE_0$ , sendo  $dE_0$  a largura de energia devida ao tempo finito de vida do estado inicial.

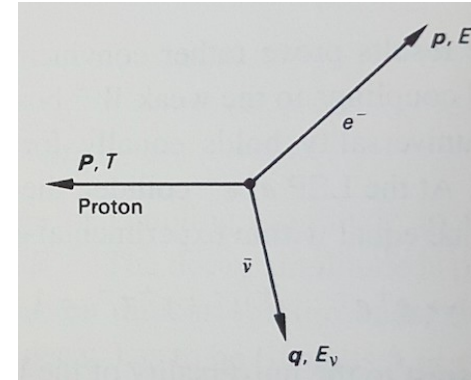


# V – Interações fracas

## Decaimento beta

- ◆ No sistema de repouso do estado inicial (nêutron):

$$\vec{P} + \vec{q} + \vec{p} = 0$$
$$T + E_\nu + E = E_0$$



- ◆ Assumindo  $m_\nu = 0$ , então  $E_\nu = qc$ .
- ◆ Para valores típicos de  $E_0 \approx 1$  MeV, a energia cinética do próton no estado final é da ordem de  $10^{-3}$  MeV e pode ser desprezada nos cálculos. Portanto, pode-se considerar a energia  $E_0$  como compartilhada entre o elétron e o neutrino:  $qc = E_0 - E$ .

# V – Interações fracas

## Decaimento beta

- ▶ O número de estados disponíveis para um elétron com momento entre  $p$  e  $p+dp$  confinado em um volume  $V$  e em um elemento de ângulo sólido  $d\Omega$  é:

$$\frac{V d\Omega}{(2\pi)^3 \hbar^3} p^2 dp$$

- ▶ Normalizando a função de onda a um volume unitário, integrando sobre o ângulo sólido e ignorando os efeitos de spin, chega-se ao seguinte fator de espaço de fase para o elétron:

$$\frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi)^3 \hbar^3}$$

e, de forma análoga, para o neutrino:

$$\frac{4\pi q^2 dq}{(2\pi)^3 \hbar^3}$$



# V – Interações fracas

## Decaimento beta

- ◆ O número de estados finais é, então:

$$dN = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi)^6 \hbar^6} p^2 q^2 dp dq$$

- ◆ Para um dado valor do momento do elétron, o momento do neutrino é determinado pelo vínculo:

$$q = (E - E_0)/c \quad , \quad dq = dE_0/c$$

- ◆ Portanto, a densidade em energia de estados finais é:

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{1}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} p^2 (E - E_0)^2 dp$$

# V – Interações fracas

## Decaimento beta

- ◆ É a densidade em energia que determina o espectro em momento da taxa de decaimento  $W$ :

$$N(p)dp \propto p^2(E - E_0)^2 dp$$

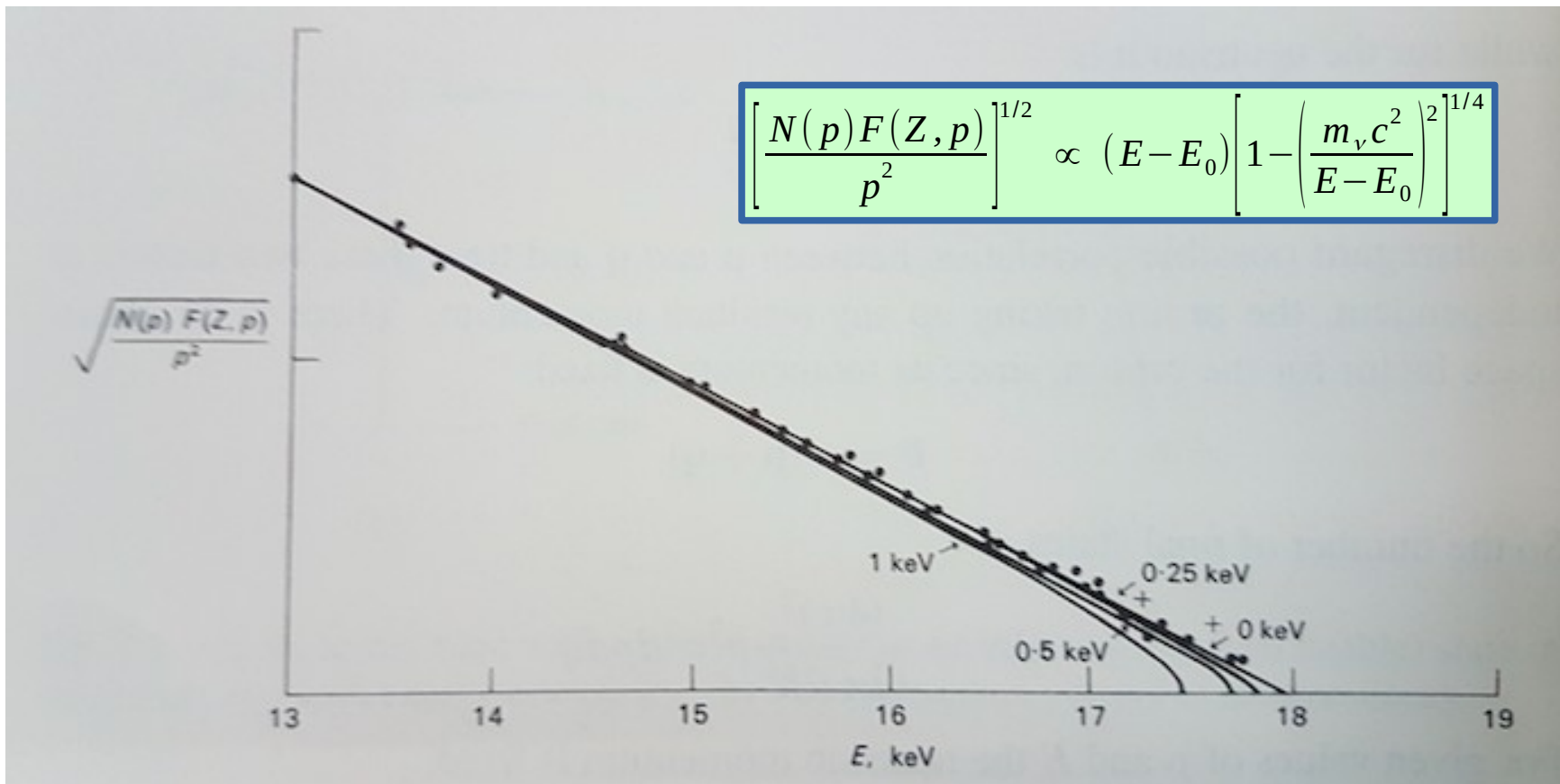
- ◆ Assim, um gráfico de  $[N(p)/p^2]^{1/2}$  versus  $E$  fornece uma reta que cruza o eixo  $x$  em  $E=E_0$ . Tal gráfico é chamado gráfico de Kurie.
- ◆ Para que o gráfico de Kurie seja realmente linear é necessário que seja incorporada uma correção  $F(Z,p)$  referente à interação coulombiana do elétron com o campo eletromagnético do núcleo residual.
- ◆ Para o caso de massa não-nula do neutrino, o espectro de momento é alterado para:

$$N(p)dp \propto p^2(E - E_0)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E - E_0}\right)^2} dp$$

# V – Interações fracas

## Decaimento beta

- ▶ Gráfico de Kurie para o decaimento  $H^3 \rightarrow He^3 + e^- + \bar{\nu}_e$



# V – Interações fracas

## Tabela de Massas

Partícula / Nuclídeo	Massa (uma)	Massa (MeV)
p	1.007276	938.2720813(58)
n	1.008664	939.5654133(58)
<sup>3</sup> H	3.01604927791(237)	2809.432094(17)
<sup>3</sup> He	3.01602932008(25)	2809.413503(17)
e	0.00054858	0.5109989461(31)

$$1 \text{ uma} = 1.660\,539\,040(20) \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.494\,0954(57) \text{ MeV}/c^2$$

# V – Interações fracas

## Decaimento $\beta$ inverso

- ◆ Em 1930, Pauli apresentou a hipótese do neutrino como uma forma de explicar a energia e o momento “faltantes” no decaimento  $\beta$ .
- ◆ Entretanto, para que sua existência fosse realmente aceita, precisava ser demonstrada através de uma interação direta do neutrino, via o decaimento  $\beta$  inverso:



- ◆ O cálculo da seção de choque, usando um procedimento similar aos vistos anteriormente, fornece:

$$\sigma(\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+) \simeq 10^{-43} E^2 \text{ cm}^2$$

- ◆ Com  $E$ , em MeV, sendo a energia do neutrino acima do limiar  $E_0$  necessário para que a reação ocorra ( $E_0 = 1,80$  MeV para a reação acima). Para  $E = 1$  MeV, o livre caminho médio do neutrino em água é de 50 anos-luz!

# V – Interações fracas

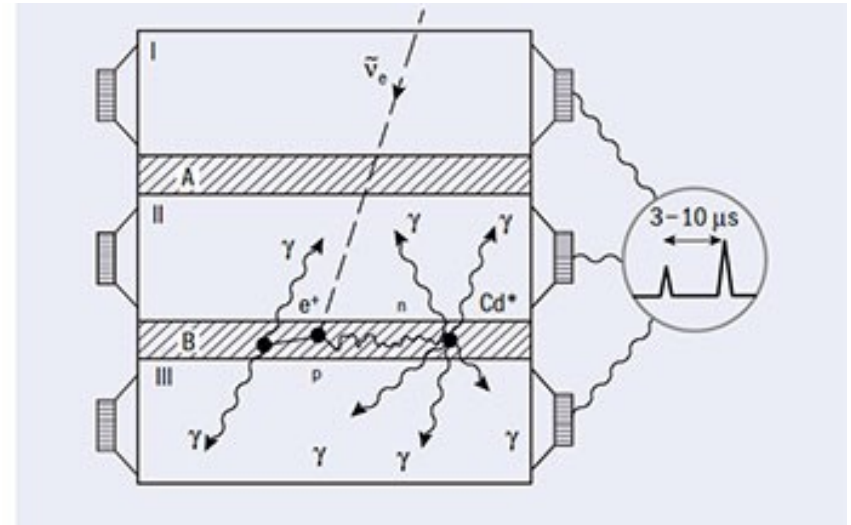
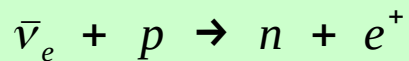
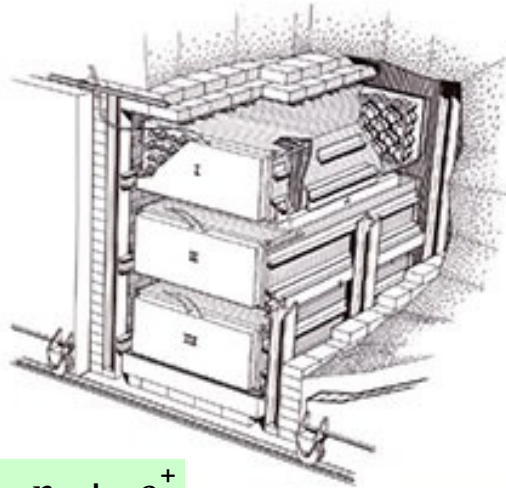
## Decaimento $\beta$ inverso

- ◆ A primeira observação de interações de neutrinos foi realizada em 1956, por C. L. Cowan e F. Reines.
- ◆ Como fonte de neutrinos, Cowan e Reines utilizaram um reator nuclear.
- ◆ A fissão do urânio produz núclídeos com excesso de nêutrons, os quais sofrem decaimento  $\beta$ , emitindo elétrons e antineutrinos. São emitidos seis antineutrinos por fissão, em média, com um espectro que tem seu máximo em alguns poucos MeV.
- ◆ Como ilustração, o fluxo de antineutrinos produzido por um reator de 1 GW de potência a alguns metros de seu núcleo é da ordem de  $10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .
- ◆ Assim, a seção de choque extremamente baixa do decaimento  $\beta$  inverso é compensada por fluxos extremamente altos de antineutrinos, tornando possível a sua detecção.

# V – Interações fracas

## Decaimento $\beta$ inverso

- Uma ilustração do arranjo experimental e um esquema do princípio de detecção do antineutrino no experimento de Cowan e Reines são mostrados abaixo.

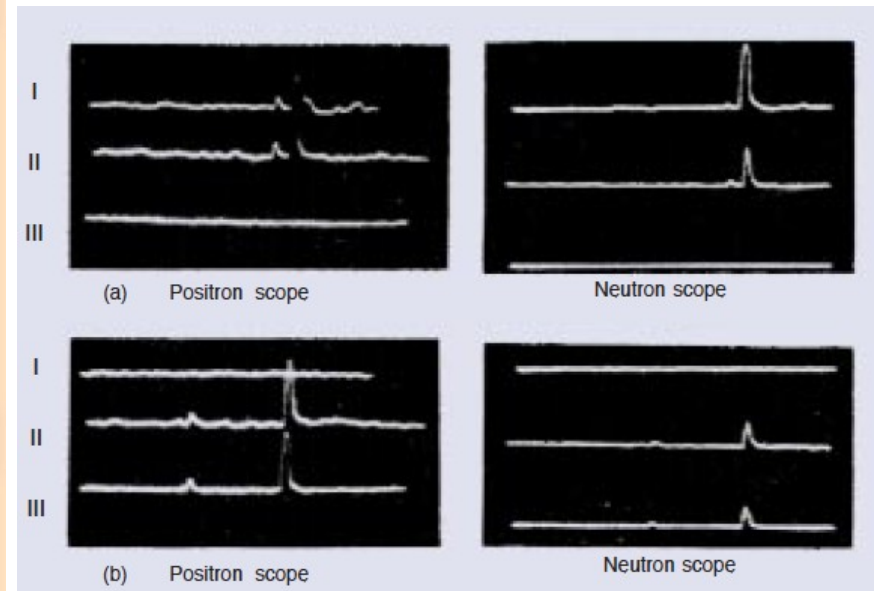
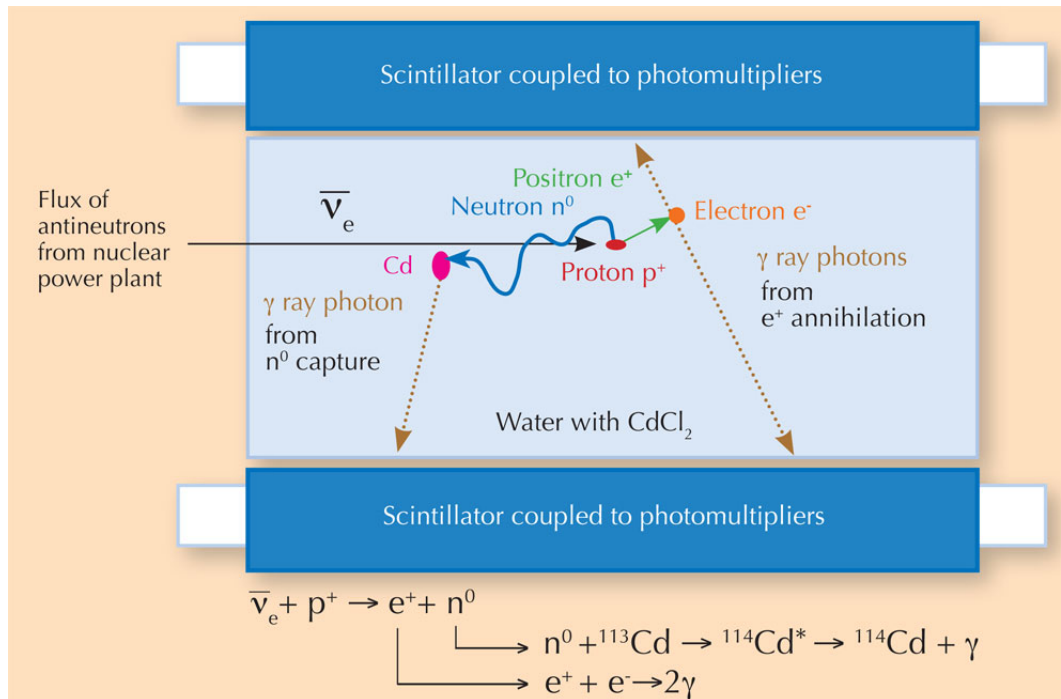


- O princípio fundamental do experimento é a detecção dos sinais deixados pelos produtos da interação, o pósitron e o nêutron.

# V – Interações fracas

## Decaimento $\beta$ inverso

- ◆ A aniquilação do pósitron produz um par de fótons numa escala de tempo de  $10^{-9}$  s.
- ◆ Já o nêutron, é capturado por um núcleo de cádmio, presente na mistura de água e cloreto de cádmio ( $\text{CdCl}_2$ ) usada nos tanques, produzindo fótons via a reação:  $n + {}^{113}\text{Cd} \rightarrow {}^{114}\text{Cd}^* \rightarrow {}^{114}\text{Cd} + \gamma$





# V – Interações fracas

## Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$

- ◆ As primeiras evidências de violação da conservação da paridade vieram do decaimento de mésons  $K$ .
- ◆ Constatou-se que o que se pensava serem duas partículas de massas muito próximas, então chamadas  $\tau$  e  $\theta$ , decaindo uma em  $2\pi$  e a outra em  $3\pi$ , eram na verdade a mesma partícula.
- ◆ Estes dois estados de decaimento da partícula, que passou a ser denominada  $K$ , possuem valores distintos de paridade:

$$\begin{array}{ll} K \rightarrow \pi\pi & P = +1 \\ K \rightarrow \pi\pi\pi & P = -1 \end{array}$$

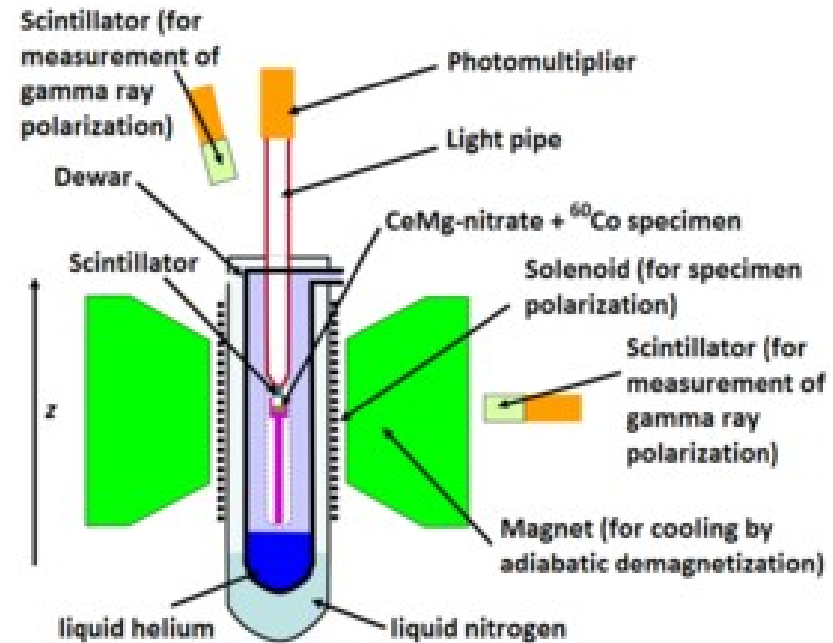
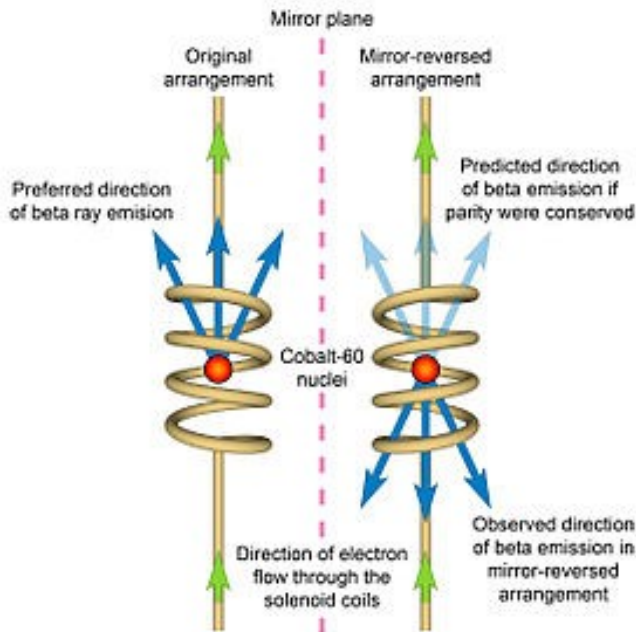
- ◆ Em 1956, T. D. Lee e C. N. Yang fizeram uma minuciosa revisão de dados experimentais disponíveis e chegaram à conclusão de que não havia evidências da conservação da paridade nas interações fracas e sugeriram, então, experimentos que poderiam testar tal hipótese.

# V – Interações fracas

## Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

- Em 1957, C. S. Wu e colaboradores realizaram um experimento para estudar a conservação de paridade nas interações fracas, que consistia em medir a distribuição angular dos elétrons emitidos no decaimento de núcleos de  $^{60}\text{Co}$  polarizados.

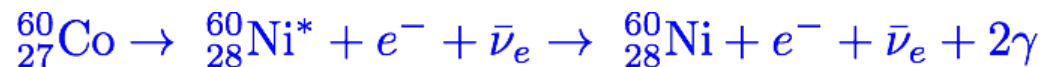
Referência: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.105.1413>



## V – Interações fracas

### Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

- ◆ No experimento de Wu, a amostra de  $^{60}\text{Co}$  era posicionada no interior de um solenóide e resfriada à temperatura de 0,01 K.
- ◆ A tal temperatura, os núcleos de  $^{60}\text{Co}$ , com spin  $J=5$ , alinham-se com o campo magnético produzido pelo solenóide criando uma amostra altamente polarizada, pois a interação do momento de dipolo magnético nuclear com o campo do solenóide sobrepuja a agitação térmica.
- ◆ Os átomos de  $^{60}\text{Co}$  sofrem decaimento  $\beta$  via a seguinte reação:



- ◆ O núcleo filho de níquel, com spin  $J=4$ , é produzido em um estado excitado e chega ao seu estado fundamental através da emissão de dois fótons.

## V – Interações fracas

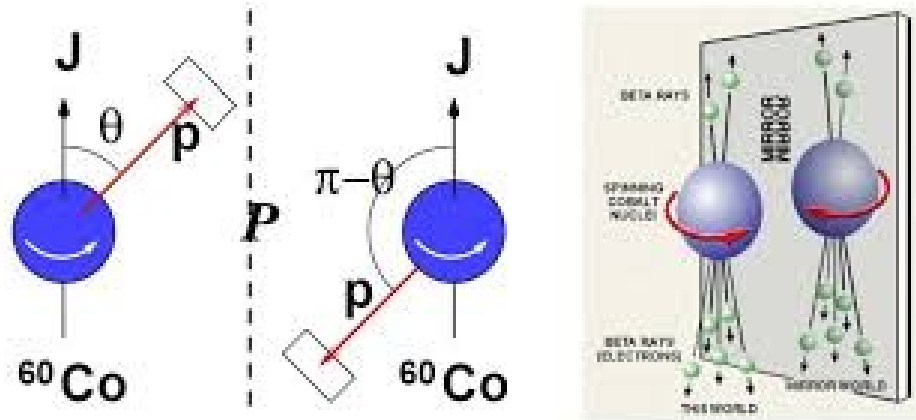
### Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

- ◆ Devido à conservação do momento angular, o elétron e seu antineutrino devem ter seus spins alinhados e no mesmo sentido do spin do núcleo de níquel.
- ◆ O estudo da distribuição angular dos elétrons emitidos permite testar a invariância (ou não) sob a operação de paridade do decaimento  $\beta$  do  $^{60}\text{Co}$ , comparando a taxa de emissão dos elétrons em um dado ângulo  $\theta$  com a taxa correspondente no ângulo complementar  $\pi-\theta$ .
- ◆ Taxas equivalentes implicam na invariância do processo em estudo mediante a operação de paridade. Como ilustração, os fótons de desexcitação do  $\text{Ni}^*$  são emitidos isotropicamente, um processo que ocorre via interação eletromagnética e que conserva a paridade.
- ◆ Por outro lado, a observação de uma assimetria entre as taxas de emissão nos ângulos  $\theta$  e  $\pi-\theta$  (*forward-backward asymmetry*) implica em violação da paridade.

# V – Interações fracas

## Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

- ◆ A figura abaixo ilustra as duas configurações angulares, relacionadas através da operação de paridade, e sua equivalência através de uma “reflexão em um espelho”.



- ◆ As medidas realizadas por Wu e colaboradores revelaram uma assimetria na distribuição nos ângulos  $\theta$  e  $\pi-\theta$ , demonstrando inequivocamente a violação de paridade no decaimento  $\beta$ .

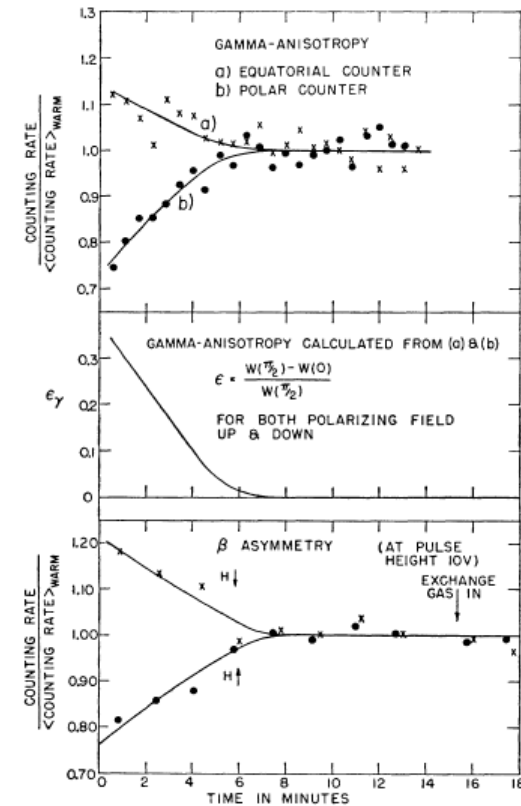


FIG. 2. Gamma anisotropy and beta asymmetry for polarizing field pointing up and pointing down.

## V – Interações fracas

### Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

- Formalmente, a assimetria observada é consistente com uma distribuição da forma:

$$I(\theta) = 1 + \alpha \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} = 1 + \alpha \frac{v}{c} \cos(\theta)$$

sendo  $\sigma$  um vetor unitário na direção de  $\mathbf{J}$ .

- Representando as intensidades para  $\sigma$  paralelo e antiparalelo a  $\mathbf{p}$  por  $I^+$  e  $I^-$ , a polarização longitudinal é dada por:

$$P = \frac{I^+ - I^-}{I^+ + I^-} = \alpha \frac{v}{c}$$

# V – Interações fracas

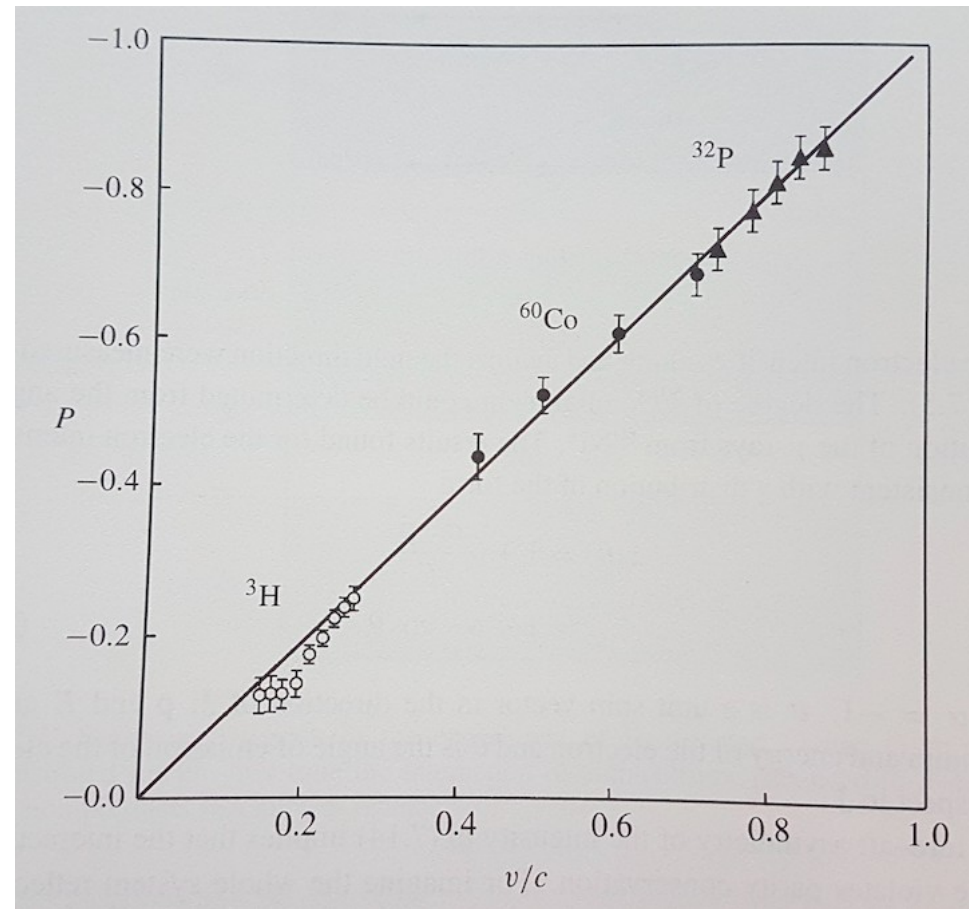
## Não-conservação de paridade no decaimento $\beta$ : o experimento de Madame Wu

Experimentalmente:

$$\alpha = \begin{cases} +1 & \text{para } e^+ \rightarrow P = + \frac{v}{c} \\ -1 & \text{para } e^- \rightarrow P = - \frac{v}{c} \end{cases}$$

**Ilustração:** Polarização de elétrons emitidos em decaimentos nucleares  $\beta$ , em função da velocidade do elétron ( $v/c$ ).

Koks, F.W.J., and J. van Klinken, *Nucl. Phys.* **A272**, 61 (1976)



# V – Interações fracas

## Revisitando a equação de Dirac para partícula de massa nula

- ◆ No caso particular de uma partícula sem massa, a equação de Dirac se reduz às equações de Weyl (usando  $c = \hbar = 1$ ) :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \pm \left( \sigma_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \pm \vec{\sigma} \cdot \nabla \psi$$

- ◆ Estas equações podem ser reescritas usando os operadores energia e momento na forma:

$$\begin{aligned} E \chi &= -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi \\ E \phi &= +\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi \end{aligned}$$

- ◆  $\chi$  e  $\phi$  são espinores de dimensão 2, representando duas soluções separadas das equações de Weyl. Portanto, estas equações têm ao todo 4 soluções, correspondentes a partícula e antipartícula com dois estados de spin cada.



# V – Interações fracas

## Helicidade

- ▶ A primeira das equações de Weyl do slide anterior, para um férmion de energia positiva  $E = |\mathbf{p}|$ , pode ser reescrita como:

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \chi = -\chi$$

- ▶ A quantidade

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = -1$$

- ▶ é denominada **helicidade** e mede o sinal da componente do spin da partícula na direção de seu movimento.
- ▶ Helicidade positiva, isto é,  $H = +1$ , corresponde ao sentido de uma rosca de **mão direita** (*right-handed*, em inglês). Já  $H = -1$ , corresponde ao sentido de uma rosca de **mão esquerda** (*left-handed*). Estes dois valores de helicidade serão denominados, abreviadamente, RH e LH.

# V – Interações fracas

## Helicidade

- ◆ A solução  $\chi$  representa uma partícula LH com energia positiva  $E$ , mas pode também representar uma partícula RH com energia negativa  $-E$  e momento  $-\mathbf{p}$ .
- ◆ Esta segunda solução é interpretada como uma antipartícula.
- ◆ A outra equação de Weyl também fornece uma solução que pode ser interpretada como uma partícula RH ou uma antipartícula LH.
- ◆ Para partículas sem massa, a helicidade é um invariante de Lorentz. Ela não pode ser revertida e é, portanto, uma quantidade conservada.
- ◆ O fóton, embora partícula de spin 1 não descrita pela equação de Dirac, é um caso de partícula sem massa cuja helicidade é sempre conservada.

# V – Interações fracas

## Helicidade

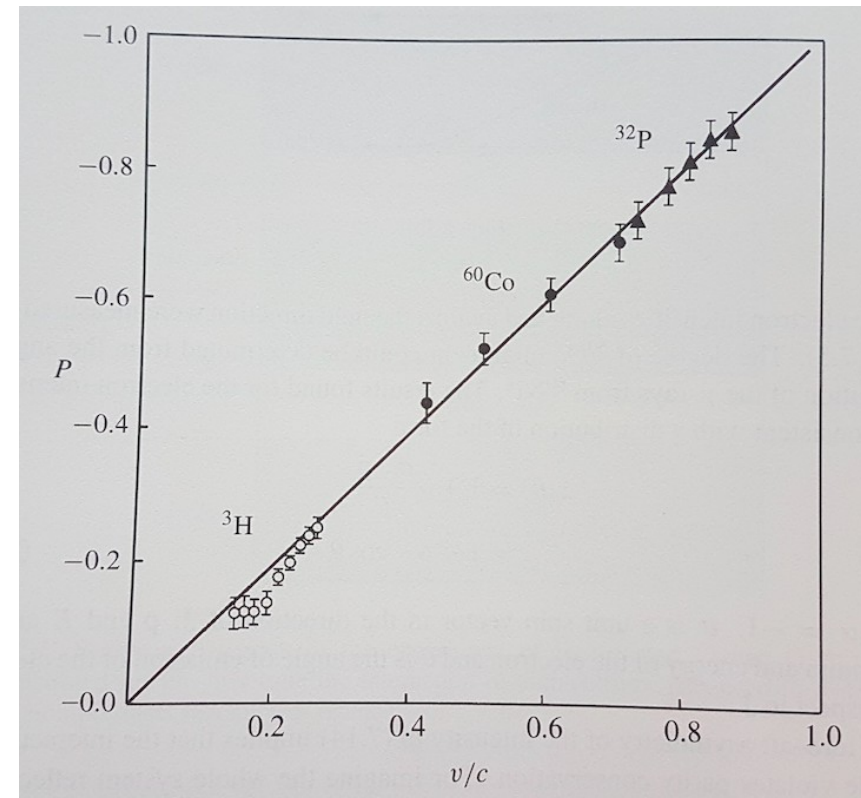
- ◆ Os neutrinos, que são partículas de spin  $\frac{1}{2}$  descritas pela equação de Dirac, têm massa extremamente pequena, próxima do limite de massa nula.
- ◆ Por terem massa praticamente nula, os neutrinos são descritos por somente duas das quatro soluções das equações de Weyl.
- ◆ Somente neutrinos LH e antineutrinos RH são observados na Natureza.
- ◆ Ao contrário das partículas sem massa, as partículas com massa não são autoestados puros de helicidade mas sim uma mistura de estados LH e RH. Assim, um elétron, por exemplo, pode ser observado tanto no estado LH quanto no estado RH.

# V – Interações fracas

## Helicidade do neutrino

- Assumindo que o neutrino seja uma partícula de massa  $m=0$ , então sua polarização deve ser máxima, isto é,  $P = +1$  ou  $P = -1$ .
- O resultado acima implica que neutrinos são autoestados do operador de helicidade:

$$H = \begin{cases} +1 & \text{para } \bar{\nu} \\ -1 & \text{para } \nu \end{cases}$$



# V – Interações fracas

## Interação V-A

- Para férmions **sem massa**, os operadores

$$P_{R,L} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \right)$$

- Agindo sobre espinores de duas componentes  $\psi$ , projetam estados de uma helicidade específica a partir de um estado que seja uma sobreposição arbitrária de helicidades positivas e negativas:

$$P_R \psi = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \right) (\psi_L + \psi_R) = \psi_R$$

$$P_L \psi = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \right) (\psi_L + \psi_R) = \psi_L$$

# V – Interações fracas

## Interação V-A

- ◆ Historicamente, os primeiros desenvolvimentos em direção à atual teoria das interações fracas foram feitos por Fermi, em 1934.
- ◆ Seu modelo para o decaimento  $\beta$  foi feito em analogia com os processos eletromagnéticos.
- ◆ O espalhamento  $e + p \rightarrow e + p$ , por exemplo, é descrito como a interação de duas correntes mediada por um propagador, com o elemento de matriz dado por:

$$M \propto \frac{e^2}{q^2} J_{barion} J_{lepton}$$

- ◆ As correntes eletromagnéticas são descritas na teoria de Dirac por um operador construídos com matrizes 4x4  $\gamma$  (gama).

# V – Interações fracas

## Interação V-A

### Matrizes Gama

(representação ou base de Dirac)

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, & \gamma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma^5 &:= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \gamma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

# V – Interações fracas

## Interação V-A

- ◆ Usando o operador  $O_{em} = \gamma_0 \gamma_\mu$  (onde  $\mu=0,1,2,3$  e uma soma é feita sobre  $\mu$ ), as correntes são dadas por:

$$\begin{aligned} J_{lepton} &= \psi_e^* \gamma_0 \gamma_\mu \psi_e \equiv \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e \\ J_{barion} &= \psi_p^* \gamma_0 \gamma_\mu \psi_p \equiv \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_p \end{aligned}$$

- ◆ Por analogia, Fermi descreveu o processo fraco  $\nu_e + n \rightarrow e + p$  usando:

$$M = G J_{barion}^{weak} J_{lepton}^{weak} = G (\bar{\psi}_p O \psi_n) (\bar{\psi}_e O \psi_\nu)$$

- ◆ Fermi assumiu que o operador  $O$  seria um operador vetorial, como no eletromagnetismo.
- ◆ As principais diferenças seriam a natureza pontual da interação (*four-fermion interaction*), especificada pela constante de acoplamento de Fermi  $G$ , e a mudança de carga elétrica do lépton e do bárion interagentes.



# V – Interações fracas

## Interação V-A

- ◆ A descoberta da violação de paridade implicava a combinação de dois tipos de interação com diferentes paridades.
- ◆ Há cinco tipos de operadores permitidos por invariância relativística:
  - Vetorial (**V** → Vector)
  - Vetor-axial (**A** → Axial vector)
  - Escalar (**S** → Scalar)
  - Pseudo-escalar (**P** → Pseudoscalar)
  - Tensorial (**T** → Tensor)
- ◆ Contudo, o fato experimental de que léptons e antiléptons envolvidos nas interações fracas têm polarização longitudinal (helicidade) opostas, restringe as escolhas a apenas dois tipos de operadores, **V** e **A**.

# V – Interações fracas

## Interação V-A

- Para férmions **sem massa**, partícula e antipartícula têm helicidades opostas, e o operador tem a forma:

$$\frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$$

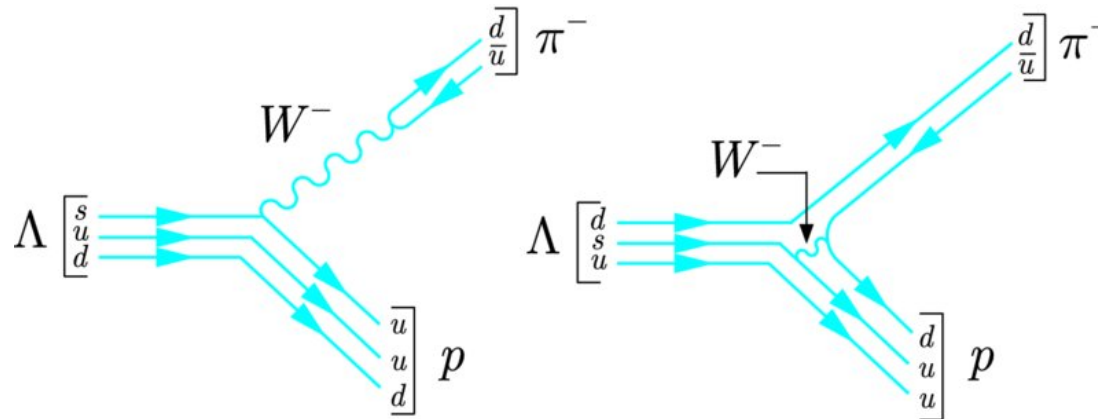
- Já para férmions **com massa**, o operador tem a forma mais geral:

$$\frac{1}{2}(C_V - \gamma_5 C_A)$$

# V – Interações fracas

## Processos hadrônicos

- ◆ Conforme visto anteriormente, os processos via interação fraca envolvendo hádrons podem ser semileptônicos ou puramente hadrônicos.
- ◆ Tais processos podem ser entendidos em termos da emissão ou absorção de bósons vetoriais ( $W^\pm$  e  $Z$ ) pelos quarks constituintes dos hádrons.
- ◆ Exemplos são dados abaixo para o decaimento da partícula lambda ( $\Lambda$ )



# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- ◆ As reações puramente hadrônicas são mais complicadas e difíceis de descrever, pois as partículas no estado final interagem fortemente entre si.
- ◆ Por esta razão, limitaremos as discussões aos processos semileptônicos e, inicialmente, às duas primeiras gerações (ou famílias) de quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$$

- ◆ As interações fracas dos quarks são melhor compreendidas a partir dos conceitos de [simetria lepton-quark](#) e *mixing* (mistura).
- ◆ Em sua forma mais simples, o conceito de simetria lepton-quark assume que as duas gerações de quarks acima e as duas de leptons abaixo interagem de forma idêntica.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$$

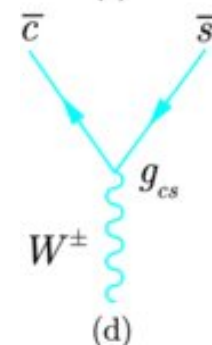
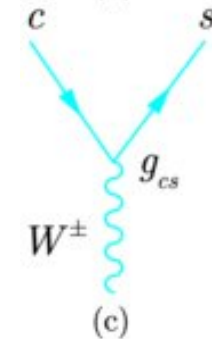
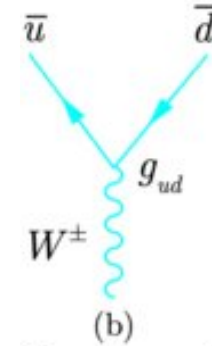
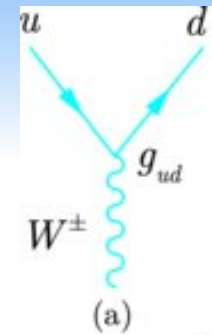
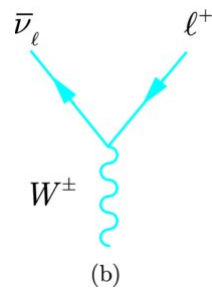
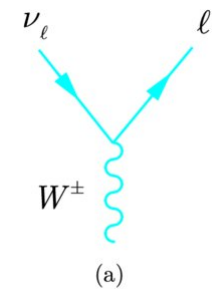
# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- ▶ Tal simetria implica em que os vértices básicos dos  $W^\pm$  envolvendo quarks podem ser obtidos a partir dos vértices envolvendo léptons fazendo-se as substituições:

$$\nu_e \rightarrow u \quad , \quad e \rightarrow d \quad , \quad \nu_\mu \rightarrow c \quad , \quad \mu \rightarrow s$$

$$g_{ud} = g_{cs} = g_W$$



# V – Interações fracas

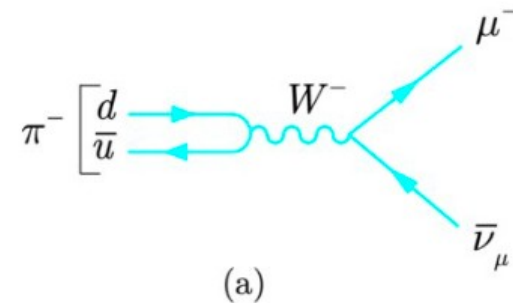
## Simetria lepton-quark e *mixing*

- Esta hipótese funciona bem para muitas reações, como o decaimento do pión:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

que, em termos de quarks, corresponde a:

$$d\bar{u} \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

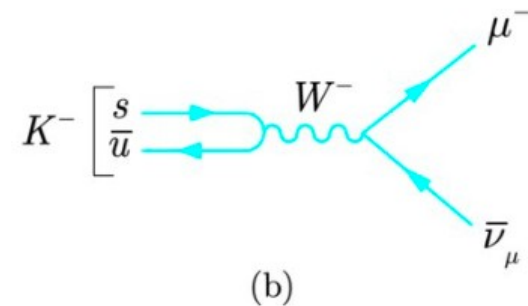


- Contudo, outros decaimentos observados experimentalmente são proibidos neste esquema simples. Por exemplo, o decaimento do káon:

$$K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

que corresponde a:

$$s\bar{u} \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$



# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- ▶ Mas o vértice  $usW$  não é um dos vértices definidos pela hipótese anterior de simetria.
- ▶ Tal vértice pode ser introduzido, entretanto, usando a hipótese de *mixing*, devida a Nicola Cabibbo.
- ▶ Por esta hipótese, os quarks  $d$  e  $s$  participam nas interações fracas através de suas combinações lineares:

$$\begin{aligned}d' &= d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \\s' &= -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C\end{aligned}$$

- ▶ O parâmetro  $\theta_C$  é chamado **ângulo de Cabibbo** e, com esta alteração, a simetria lepton-quark se aplica aos dubletos:

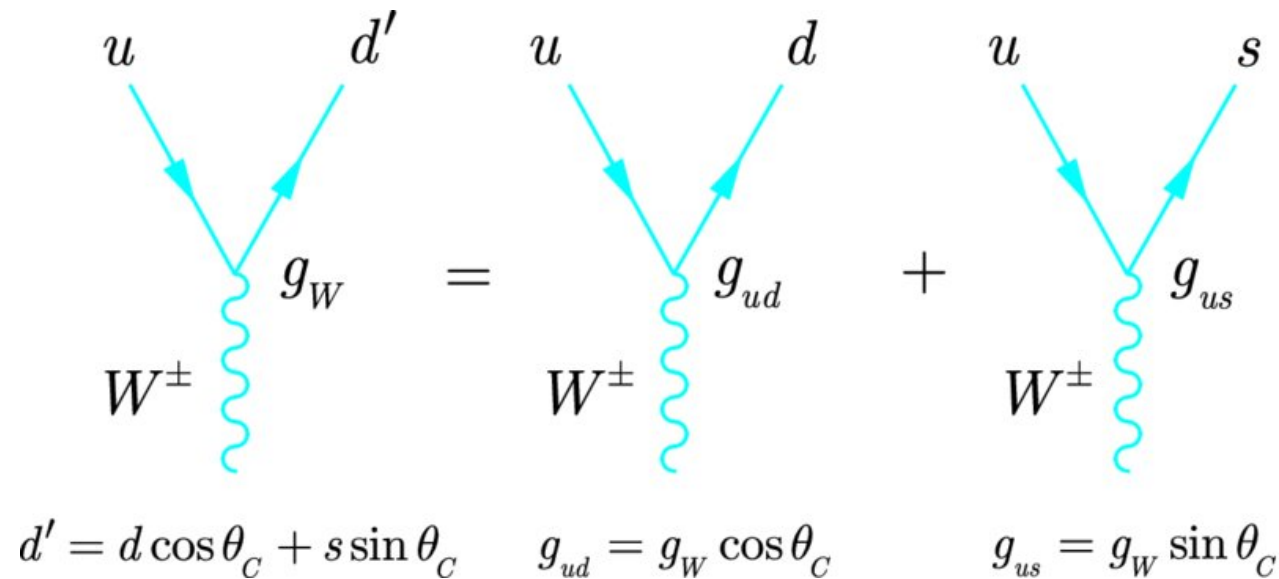
$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- As constantes de acoplamento são, então, modificadas da seguinte maneira:

$$g_{ud} = g_{cs} = g_W \cos \theta_C$$
$$g_{us} = -g_{cd} = g_W \sin \theta_C$$

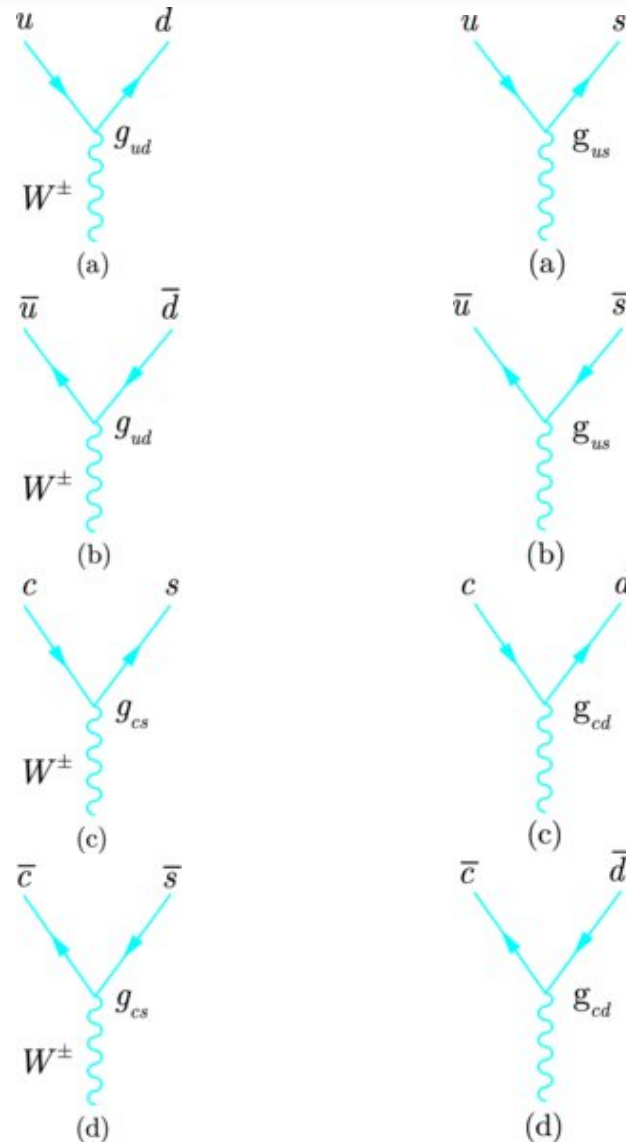




# V – Interações fracas

Simetria lepton-quark e *mixing*

Conjunto completo de vértices envolvendo quarks das duas primeiras gerações.



# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- ◆ O ângulo de Cabibbo pode ser determinado com os valores das constantes  $g_{ud}$  e  $g_{us}$  obtidos a partir das taxas medidas para vários decaimentos hadrônicos.
- ◆ Um exemplo é a comparação entre as taxas de decaimento semileptônico dos mésons  $K$  e  $\pi$ , mencionados anteriormente:

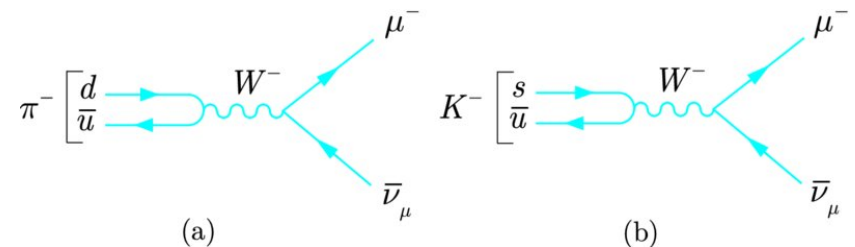
$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu)} \propto \frac{g_{us}^2}{g_{ud}^2} = \tan^2 \theta_C$$

- ◆ Obviamente, a diferença de massa entre o káon e o pión (e, em nível mais fundamental, entre os quarks  $d$  e  $s$ ) precisa ser levada em conta para a determinação da razão  $g_{us}/g_{ud}$  a partir da razão entre as taxas de decaimento.

- ◆ A média dos valores experimentais fornece:

$$g_{us}/g_{ud} = \tan \theta_C = 0,2313 \pm 0,0007$$

$$\theta_C = 13,02 \pm 0,04^\circ$$



# V – Interações fracas

## Simetria lepton-quark e *mixing*

- ◆ Valor similar para o ângulo de Cabibbo é obtido a partir da comparação das taxas de decaimento do nêutron e do múon, que depende da razão:

$$(g_{ud}/g_w)^2 = \cos^2 \theta_C$$

- ◆ Um próximo passo é examinar as constantes de acoplamento  $g_{cd}$  e  $g_{cs}$  que envolvem o quark  $c$ .
- ◆ Medidas de  $\theta_C$  envolvendo o charm fornecem valores compatíveis com o apresentado anteriormente, mas com incertezas maiores.
- ◆ Uma característica marcante dos decaimentos de **partículas charmosas** é que na grande maioria das vezes uma **partícula estranha** (contendo o quark  $s$ ) é produzida no estado final.
- ◆ Isto pode ser compreendido em termos das razões entre as constantes de acoplamento:

$$(g_{us}/g_{ud})^2 = (g_{cd}/g_{cs})^2 = \tan^2 \theta_C \approx 1/20$$

# V – Interações fracas

## Mecanismo de GIM e o quark charm

- ◆ A discussão anterior foi feita assumindo-se a existência do quark  $c$ .
- ◆ Numa perspectiva histórica, contudo, a teoria de Cabibbo foi proposta cerca de uma década antes que a primeira partícula charmosa fosse observada, e envolvia somente os quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ , organizados em uma estrutura de dubleto:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}$$

- ◆ Segundo esta formulação, processos envolvendo correntes neutras deveriam ter taxas comparáveis a processos similares que ocorrem via correntes carregadas. Por exemplo, decaimentos semileptônicos do méson  $K^+$  em estados finais envolvendo o  $\pi^+$  ou o  $\pi^0$ .

- ◆ Entretanto, medidas mostravam que:

$$\frac{K^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu} \nu}{K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu} \leq 10^{-5}$$

# V – Interações fracas

## Mecanismo de GIM e o quark charm

- ◆ Glashow, Iliopoulos e Maiani (daí a sigla GIM), propuseram a introdução de um segundo dubleto, envolvendo um novo quark:

$$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

- ◆ Com este dubleto conseguiram explicar a supressão das transições envolvendo correntes neutras, devido à ortogonalidade do setor inferior deste dubleto com o setor inferior do primeiro dubleto.
- ◆ Os estados  $d'$  e  $s'$  podem ser representados em termos dos estados  $d$  e  $s$  através da matriz unitária:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

# V – Interações fracas

## A terceira geração

- ◆ Em 1971, somente sete férmions fundamentais eram conhecidos: os léptons  $\nu_e$ ,  $e$ ,  $\nu_\mu$  e  $\mu$ , e os quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ .
- ◆ O quark  $c$  foi descoberto em 1974 e ao final de 1977 seis léptons e cinco quarks já eram conhecidos:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \\ b \end{pmatrix}$$

- ◆ Assim como acontecera com a segunda família, mais uma vez se fazia necessário mais um quarks para restabelecer a simetria lepton-quark.
- ◆ Tal quark, o top ( $t$ ) seria descoberto em 1995, no Tevatron, pelos experimentos CDF e D0.

# V – Interações fracas

## A terceira geração

- Com a introdução de uma nova família, a mistura deve agora envolver os três quarks de carga  $-2/3$ :  $d$ ,  $s$  e  $b$ . Isto é feito com a generalização da matriz de mistura:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

- Esta é a denominada **matriz CKM** (de Cabibbo, Kobayashi e Maskawa), que precisa ser unitária. Seus termos  $V_{\alpha\beta}$  relacionam quarks do setor  $up$  ( $\alpha=u,c,t$ ) com quarks do setor  $down$  ( $\beta=d,s,b$ ).
- A simetria lepton-quark é então satisfeita pelos dubletos:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

# V – Interações fracas

## A terceira geração

- ◆ As constantes de acoplamento relacionadas aos vértices  $\alpha\beta W$  são dadas por:

$$g_{\alpha\beta} = g_W V_{\alpha\beta}$$

- ◆ No limite em que a mistura entre o quark  $b$  e os quarks  $d,s$  pode ser desprezada:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C & 0 \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ◆ Qual boa é a aproximação acima, equivalente a  $b' = b$ , pode ser averiguada estudando decaimento de partículas contendo o quark  $b$ .



# V – Interações fracas

## A terceira geração

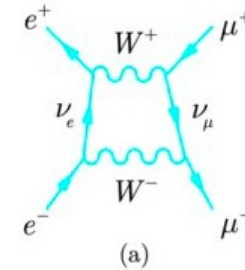
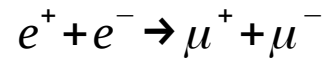
- ◆ Falta complementar ...

# V – Interações fracas

## Teoria unificada das interações eletromagnética e fraca

- Originalmente proposta para solucionar problemas relacionados com diagramas de Feynman em que mais de um bóson  $W$  é trocado.

- Por exemplo, na reação:

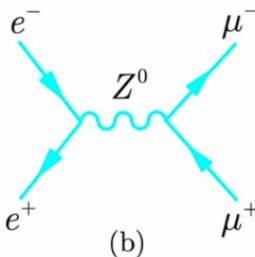
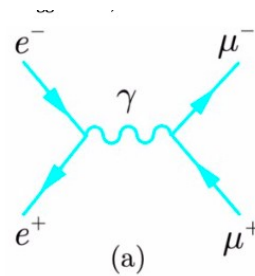
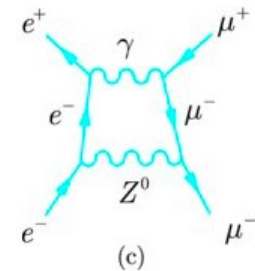
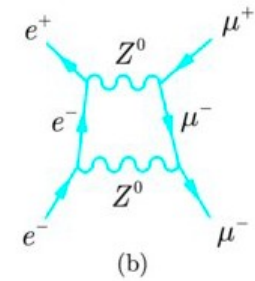


- A expectativa é que tais contribuições sejam pequenas, por serem de ordem mais alta. Tal expectativa tem suporte nos dados experimentais, em bom acordo com os cálculos teóricos que desconsideram contribuições de ordem superior.
- Entretanto, cálculos explícitos de diagramas como o acima fornecem resultados proporcionais a integrais divergentes, isto é, **infinitos!**

# V – Interações fracas

## Teoria unificada das interações eletromagnética e fraca

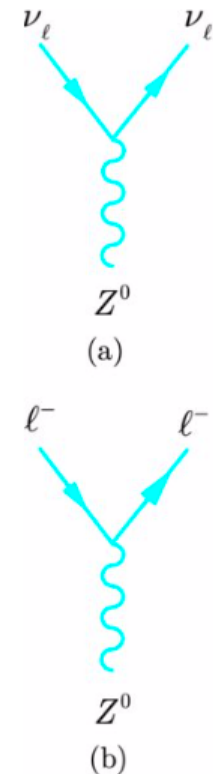
- Na teoria unificada, este problema é automaticamente resolvido adicionando-se as contribuições de outros diagramas de ordem superior, que envolvem o  $\gamma$  e o  $Z^0$ , como os mostrados ao lado.
- Também eles, produzem contribuições divergentes. Porém, quando todos as contribuições são somadas, as divergências se cancelam e o resultado final é bem definido e **finito**.
- Este cancelamento não é acidental, mas consequência das relações entre as constantes de acoplamento associadas aos vértices que envolvem  $\gamma$ ,  $W^\pm$  e  $Z^0$ .
- Os diagramas de ordem mais baixa para a mesma reação são mostrados ao lado.



# V – Interações fracas

## Correntes neutras

- ◆ A existência de correntes neutras foi predita pela teoria unificada em 1968, alguns anos antes de serem experimentalmente observadas.
- ◆ Da mesma forma que as correntes carregadas podem ser compreendidas em termos de vértices básicos **W-lépton**, as correntes neutras podem ser em termos dos vértices **Z-lépton**, mostrados ao lado.
- ◆ Também de forma análoga, tais vértices devem observar a **conservação** dos números leptônicos  $L_e$ ,  $L_\mu$  e  $L_\tau$  e da carga  $Q$ .



# V – Interações fracas

## Correntes neutras

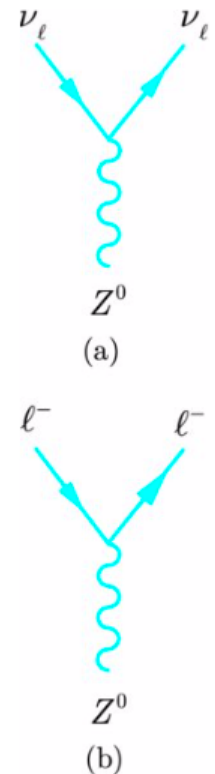
- Os vértices relativos aos quarks podem ser obtidos dos vértices envolvendo léptons pela aplicação dos princípios da simetria lépton-quark e de *quark mixing*.
- Considerando-se apenas as duas primeiras famílias:

$$\nu_e \rightarrow u \quad , \quad \nu_\mu \rightarrow c \quad , \quad e \rightarrow d' \quad , \quad \mu \rightarrow s'$$

- Os vértices leptônicos e seus correspondentes quarkônicos são apresentados abaixo.

$$\nu_e \nu_e Z^0 \quad , \quad \nu_\mu \nu_\mu Z^0 \quad , \quad eeZ^0 \quad , \quad \mu\mu Z^0$$

$$uuZ^0 \quad , \quad ccZ^0 \quad , \quad d'd'Z^0 \quad , \quad s's'Z^0$$



# V – Interações fracas

## Correntes neutras

- A soma de todas as contribuições  $qqZ^0$ , novamente, considerando-se apenas as duas primeiras famílias, é dada por:

$$\sum qqZ^0 = uuZ^0 + ccZ^0 + d'd'Z^0 + s's'Z^0$$

- Usando-se as definições de  $d'$  e  $s'$  introduzidas na discussão sobre o mecanismo de GIM, obtêm-se:

$$\sum qqZ^0 = uuZ^0 + ccZ^0 + (d \cos \theta_c + s \sin \theta_c)(d \cos \theta_c + s \sin \theta_c)Z^0 + (-d \sin \theta_c + s \cos \theta_c)(-d \sin \theta_c + s \cos \theta_c)Z^0$$

$$\sum qqZ^0 = uuZ^0 + ccZ^0 + ddZ^0 \cos^2 \theta_c + ssZ^0 \sin^2 \theta_c + (dsZ^0 + sdZ^0) \sin \theta_c \cos \theta_c + ddZ^0 \sin^2 \theta_c + ssZ^0 \cos^2 \theta_c - (dsZ^0 + sdZ^0) \sin \theta_c \cos \theta_c$$

$$\sum qqZ^0 = uuZ^0 + ccZ^0 + ddZ^0 + ssZ^0$$

# V – Interações fracas

## Correntes neutras

- ◆ Na expressão anterior, os termos cruzados envolvendo quarks de mesma carga ( $ds$  ou  $sd$ ) se cancelam e o resultado final envolve apenas termos com produtos das funções de quarks de mesmo sabor:  $uu$ ,  $cc$ ,  $dd$  ou  $ss$ .
- ◆ Esta formulação implica em que **as correntes neutras conservam o sabor dos quarks** em ordem mais baixa, isto é, em diagramas envolvendo a troca um único bóson  $Z$ .
- ◆ Reações em que efetivamente ocorre mudança de sabor, envolvendo quarks de mesma carga elétrica, podem ocorrer através de diagramas em que há a troca de mais do que um bóson vetorial ( $W$  e  $Z$ ). Um exemplo é a reação  $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$ .
- ◆ Tais resultados estão de acordo com os resultados experimentais e permanecem válidos quando estendidos para englobar as três famílias de quarks.

# V – Interações fracas

## Massas dos bósons $W^\pm$ e $Z^0$ e unificação

- ◆ As várias constantes de acoplamento que ocorrem nas interações eletrofracas não são independentes entre si, mas relacionadas de forma que os infinitos que ocorrem em diagramas de ordem superior sejam exatamente cancelados em todos os possíveis cenários.
- ◆ Isto é garantido, desde que duas equações sejam satisfeitas. A primeira é chamada **condição de unificação**:

$$\frac{e}{2(2\epsilon_0)^{1/2}} = g_W \sin \theta_W = g_Z \cos \theta_W$$

sendo o ângulo de mistura fraca  $\theta_W$  dado por:

$$\cos \theta_W = M_W/M_Z \quad (0 < \theta_W < \pi/2)$$

e  $g_Z$  a constante que caracteriza a intensidade da interação nos vértices relativos às correntes neutras.



# V – Interações fracas

## Massas dos bósons $W^\pm$ e $Z^0$ e unificação

- ◆ Observe que a condição de unificação relaciona as constantes de acoplamento eletromagnética e fraca.
- ◆ A segunda equação a ser satisfeita, denominada **condição anômala**, relaciona as cargas elétricas de léptons e quarks:

$$\sum_l Q_l + 3 \sum_q Q_q = 0$$

- ◆ A soma é feita sobre todos os léptons e quarks. O fator 3 no segundo termo tem origem na soma sobre os três estados de cor dos quarks.

# V – Interações fracas

## Massas dos bósons $W^\pm$ e $Z^0$ e unificação

- ◆ A condição de unificação relaciona as intensidades das interações às massas dos bósons  $W$  e  $Z$  e, historicamente, foi usada para prever a massa do segundo, a partir da do primeiro, antes mesmo que fossem descobertos.
- ◆ Em termos da constante de Fermi,  $G_F$ , as massas do  $W$  e do  $Z$  são dadas por:

$$M_W^2 = \frac{\sqrt{2} g_W^2}{G_F} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} G_F \sin^2 \theta_W}$$

$$M_Z^2 = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} G_F \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W}$$

- ◆ O valor atualmente estabelecido para o ângulo de mistura fraco é obtido de:

$$\sin^2 \theta_W = 0,2313 \pm 0,0001$$