# Física Geral

## Leis de Conservação, Trabalho e Energia.

# Leis de Conservação

Em um sistema isolado, se uma grandeza ou propriedade se mantém constante em um intervalo de tempo no qual ocorre um dado processo físico, diz-se que há **conservação da propriedade ou grandeza** em questão, ou ainda que ela é **invariante no tempo**.

A energia de um sistema isolado pode sofrer transformação de tal forma que a quantidade total de energia seja conservada (energia eletromagnética - energia térmica, energia potencial – energia cinética, etc).

Um exemplo de conservação de grandezas físicas é considerarmos um cubo de gelo isolado, de modo que não há perdas por evaporação ou ligação química.

Cubo de gelo de lado 2cm, volume $V_g$=8cm³, densidade $\rho_g$ = 0,917 g/cm³. Neste caso, a massa do gelo é dada por,

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} \Rightarrow \; m = \rho V_g \; = \; 8 \times 0{,}917$$

$$m_g = 7{,}336\,g$$

Se o gelo derrete e considerando que a densidade da água é definida como $\rho_a$=1g/cm$^3$, a massa da água não se altera pela mudança de estado, ou seja,

$$m_a = 7{,}336\,g$$

a massa se conserva.

O volume entretanto será dado por:

$$V_a = \frac{m_a}{\rho_a} = \frac{7{,}336}{1} = 7{,}336\,cm^3$$

Portanto o volume é uma grandeza que não se conserva.

A carga elétrica de um sistema isolado também se conserva.

Considerando um sistema isolado, se atritamos dois objetos constituídos pelo mesmo material um deles pode terminar com excesso de cargas de um sinal e o outro com excesso de cargas de sinal oposto.

As leis de conservação são fundamentais em física e com base nelas, fenômenos que só podem ser estudados indiretamente são compreendidos e perfeitamente descritos.

# Leis de conservação

- Fundamentais:
  - Energia-Massa;
  - Momento Linear;
  - Momento Angular;
  - Carga elétrica.

No domínio da *física de partículas* são adicionadas outras leis de conservação também consideradas fundamentais e exatas.

## •Energia

Há muitas formas de energia como por exemplo, energia nuclear, energia elétrica, energia sonora, energia luminosa.

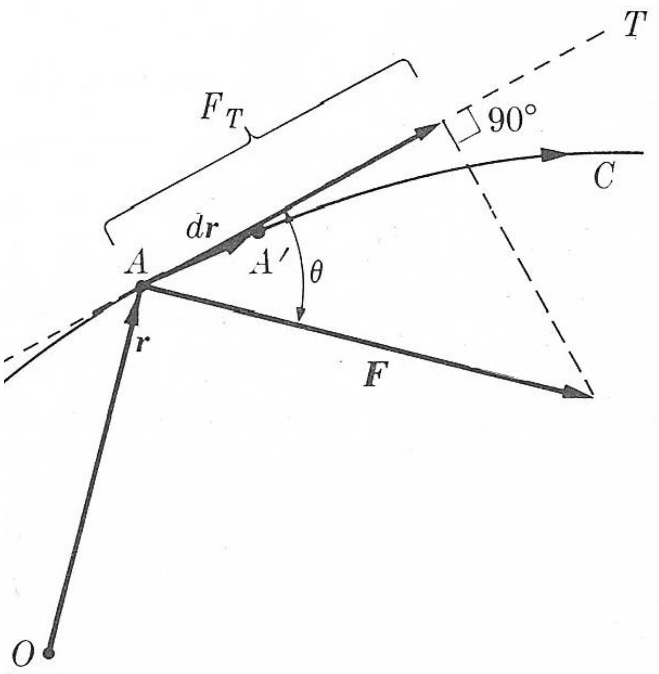
Quando você levanta um objeto que possui uma certa massa, várias formas de energia são envolvidas neste processo, energia química, térmica, cinética, potencial.

Em uma central nuclear, a energia produzida pela fissão nuclear, é transformada em energia térmica e no último estágio em energia elétrica.

Nos casos em que a energia total se conserva, aplica-se a lei de conservação de energia.

# Trabalho

Consideremos uma partícula que se move ao longo de uma curva *C*, sob a ação de uma força ***F***.




Num intervalo muito curto *dt* ela se move de *A* a *A*´, efetuando um deslocamento $d\vec{r}$ . O *trabalho* executado pela força durante esse deslocamento é dado por

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

que pode também ser escrito como ,

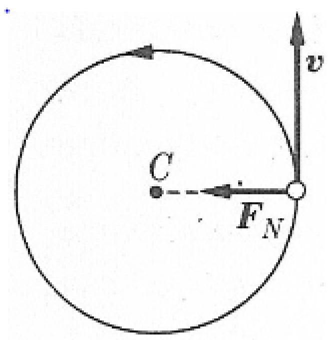
$$dW = F ds \cos\theta$$

onde *ds* é o comprimento percorrido pela partícula. Porém $F\cos\theta$ é também a componente $F_T$ da força ao longo da tangente à trajetória. Ou seja,

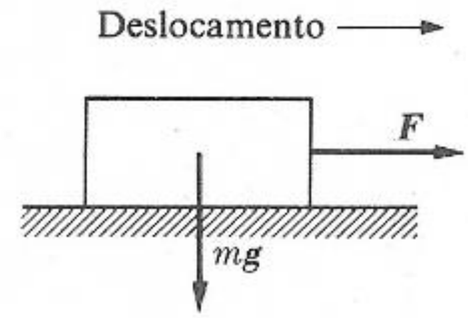
$$dW = F_T ds$$

$$dW = F_T ds$$

*O trabalho é igual ao produto do deslocamento pela componente da força ao longo do deslocamento.*

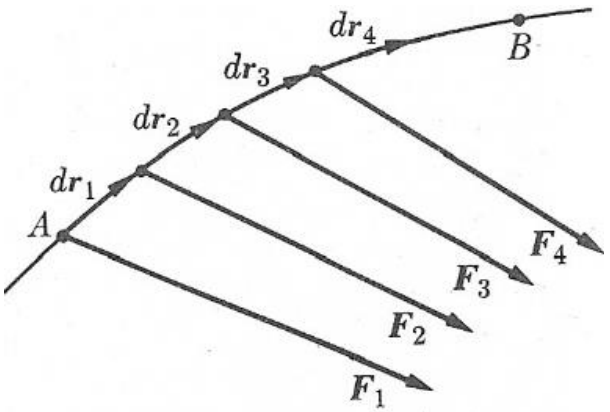



$\boldsymbol{F}_N$ não executa trabalho.




O peso *mg* não executa trabalho nesse deslocamento.

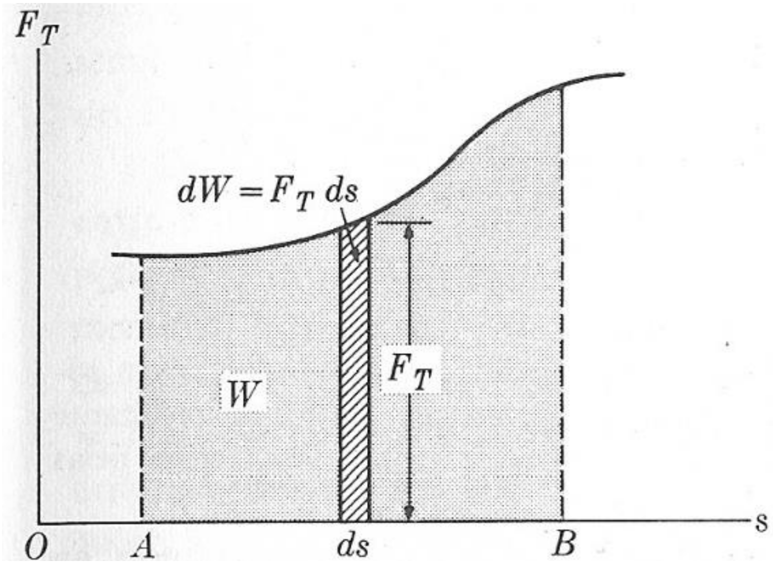
O trabalho executado por uma partícula que percorre um trajeto não infinitesimal *AB*, é dado pela soma de todos os trabalhos infinitesimais realizados durante os sucessivos deslocamentos infinitesimais.



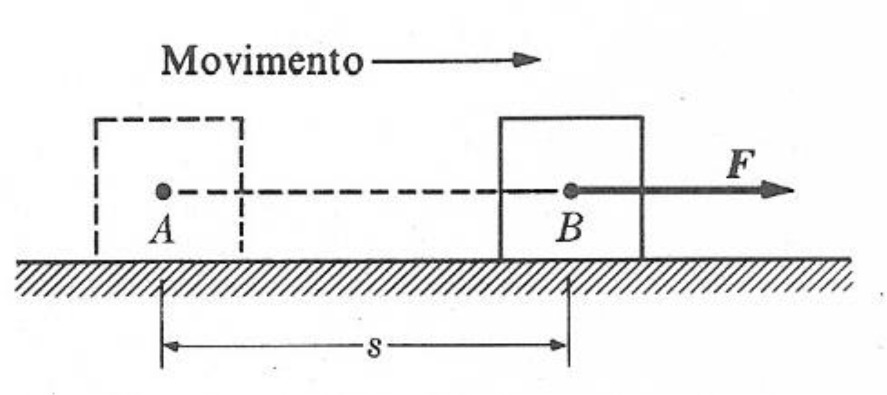

$$W = \vec{F}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 \cdot d\vec{r}_2 + \vec{F}_3 \cdot d\vec{r}_3 + \ldots$$

ou

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F_T \, ds$$



O caso mais simples é aquele de um movimento retilíneo.




Sabendo que

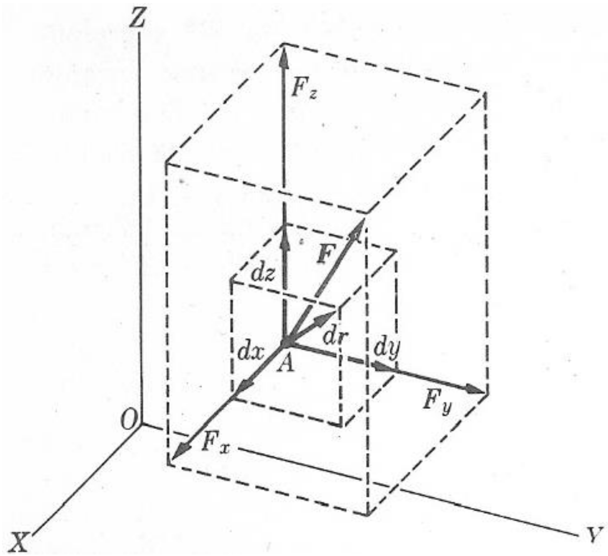
$$\int_{x_1}^{x_2} a\,dx = a\left(x_2 - x_1\right)$$

Neste caso, temos

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F ds = Fs$$

que é a forma mais comum encontrada em livros escolares.

No caso mais geral, em que a força possui componentes *x*,*y* e *z*, podemos escrever

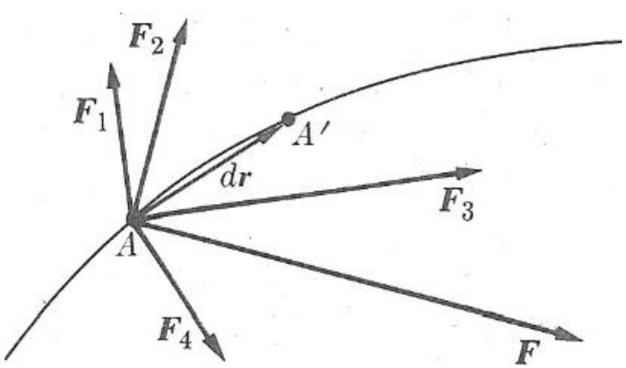



$$dW = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

ou

$$W = \int_A^B \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right).$$

O trabalho é igual à soma do trabalho executado por suas componentes retangulares.




$$dW = dW_1 + dW_2 + dW_3 + \ldots$$

$$dW = \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \vec{F}_3 \cdot d\vec{r} + \ldots$$

$$dW = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\right) \cdot d\vec{r}$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

O trabalho resultante de várias forças é igual ao trabalho executado pela força resultante.

# Potência

Representa a “rapidez” com que o trabalho é executado, sendo definida por

$$P = \frac{dW}{dt}. \qquad \text{(Potência instantânea)}$$

Utilizando o conceito de trabalho e das relações cinemáticas, temos que

$$P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

A potência média é dada por

$$P_{med} = \frac{W}{t}$$

onde $W$ é o trabalho total e $t$ o tempo necessário para a sua realização.

# Unidades de Trabalho e Potência

**Sistema Internacional (SI) de unidades físicas**

Trabalho → Newton x Metro = Joule (J) em homenagem a James Prescott Joule.

$$\mathrm{N} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \qquad \mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

Um joule é o trabalho executado por uma força de um newton quando ela desloca uma partícula por um metro.

Potência → Joule x segundo$^{-1}$ = Watt (W) em homenagem a James Watt.

$$\mathrm{J} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \qquad \mathrm{W} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3}$$

$$\Rightarrow \text{Quilowatt} = \mathrm{kW} = 10^3\,\mathrm{W}$$

$$\Rightarrow \text{Megawatt} = \mathrm{MW} = 10^6\,\mathrm{W}$$

No Brasil é bastante utilizada a unidade cavalo-vapor (cv) que equivale a 75 kgf m s$^{-1}$ ou ~735,5 W.

Uma unidade popular de **trabalho** é o quilowatt-hora, que é o trabalho executado por uma máquina de potência de 1kW durante o período de uma hora.

*EXEMPLO* 8.2. Um automóvel de massa igual a 1 200 kg sobe uma longa colina, inclinada de 5°, com uma velocidade constante de 36 km por hora. Calcule o trabalho que o motor realiza em 5 min e a potência desenvolvida por êle. Despreze todos os efeitos do atrito.

*Solução:* O movimento do automóvel ao longo da colina é devido à fôrça $F$, exercida pelo motor, e a fôrça $W \operatorname{sen} \alpha$, devida ao pêso do automóvel (Fig. 8-8). Assim, devemos escrever, usando $W = mg$,

$$F - mg \operatorname{sen} \alpha = ma.$$

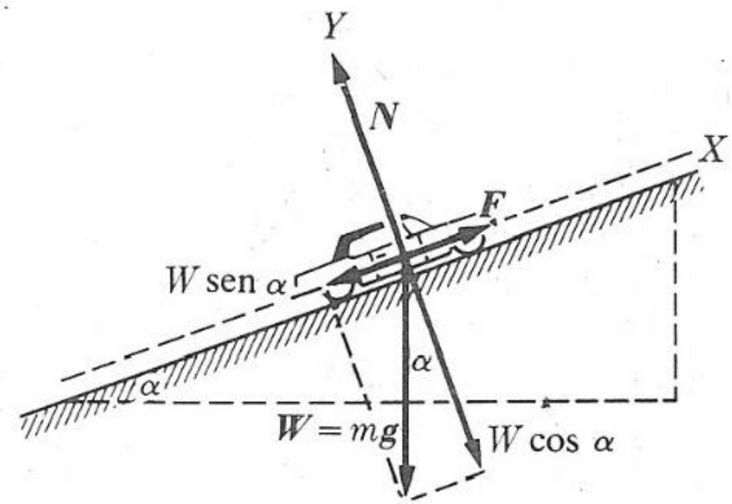
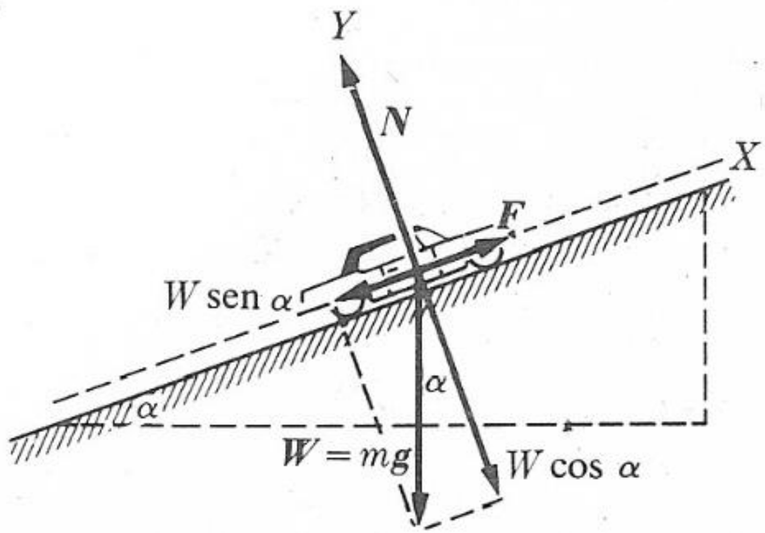



Figura 8-8

Como o movimento é uniforme, $a = 0$, e $F = mg \operatorname{sen} \alpha = 1{,}023 \times 10^3$ N. A velocidade do automóvel é $v = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 36\,(10^3 \text{ m})(3{,}6 \times 10^3 \text{ s})^{-1} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, e em 5 min (ou 300 s) êle percorre a distância $s = (10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})(300 \text{ s}) = 3 \times 10^3$ m.




êle percorre a distância $s = (10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})(300\ \mathrm{s}) = 3 \times 10^3\ \mathrm{m}$. Portanto, usando a Eq. (8.6), o trabalho realizado pelo motor é

$$W = Fs = (1{,}023 \times 10^3\ \mathrm{N})(3 \times 10^3\ \mathrm{m}) = 3{,}069 \times 10^6\ \mathrm{J}.$$

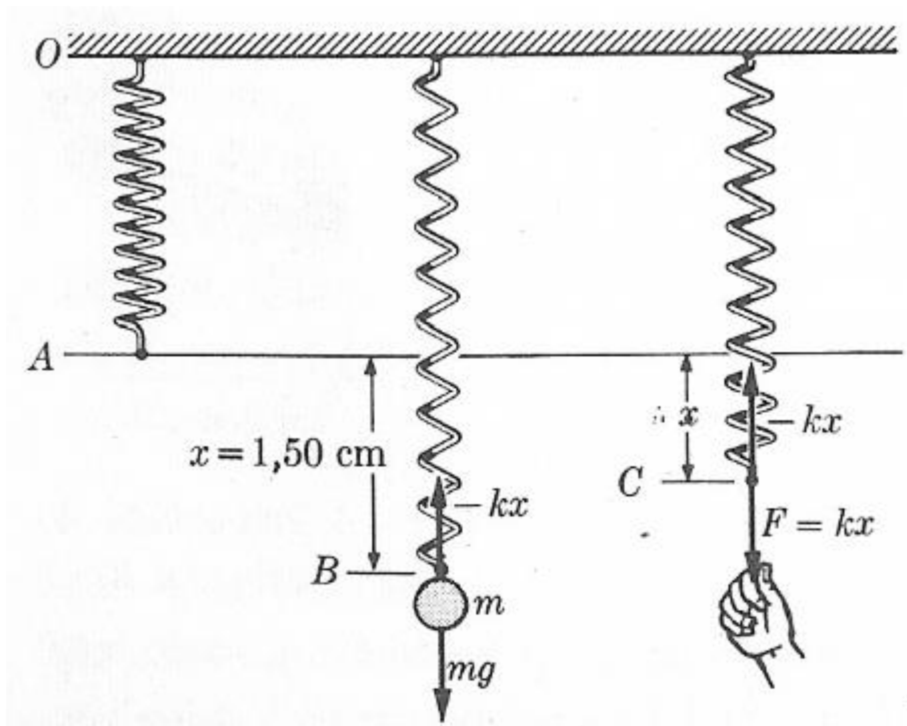
A potência média pode ser calculada de duas maneiras diferentes. Primeiro podemos dizer que

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3{,}069 \times 10^6\ \mathrm{J}}{3 \times 10^2\ \mathrm{s}} \doteq 1{,}023 \times 10^4\ \mathrm{W}.$$

Alternativamente, também podemos escrever

$$P = Fv = (1{,}023 \times 10^3\ \mathrm{N})(10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}) = 1{,}023 \times 10^4\ \mathrm{W}.$$

*EXEMPLO* 8.3. Calcule o trabalho necessário para distender a mola da Fig. 8-9 por 2 cm sem aceleração. Sabe-se que, quando um corpo de massa igual a 4 kg é suspenso pela mola, o comprimento da mesma aumenta de 1,50 cm.



*Solução:* Quando nenhum corpo está pendurado na mola, o comprimento desta vai de $O$ ao nível horizontal $A$. Foi verificado experimentalmente que, para distender uma mola de uma pequena distância $x$ sem aceleração, é necessário aplicar-se à mesma uma fôrça proporcional à distância, isto é, $F = kx$, Se a mola é distendida sem aceleração, ela produz uma fôrça igual e oposta. Êste é o princípio da balança de mola ou *dinamômetro*, comumente usada para medir fôrças. Para determinar a constante de proporcionalidade $k$, usamos o fato de que, quando o corpo $m$ exerce a fôrça de seu pêso sôbre a mola, esta aumenta de um comprimento $x = 1{,}50\ \text{cm} = 1{,}50 \times 10^{-2}\ \text{m}$. A fôrça $F$ é, nesse caso, o pêso $mg = 39{,}2\ \text{N}$. Então, fazendo $mg = kx$, obtemos

$$k = \frac{39{,}2\ \text{N}}{1{,}50 \times 10^{-2}\ \text{m}} = 2{,}61 \times 10^{3}\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

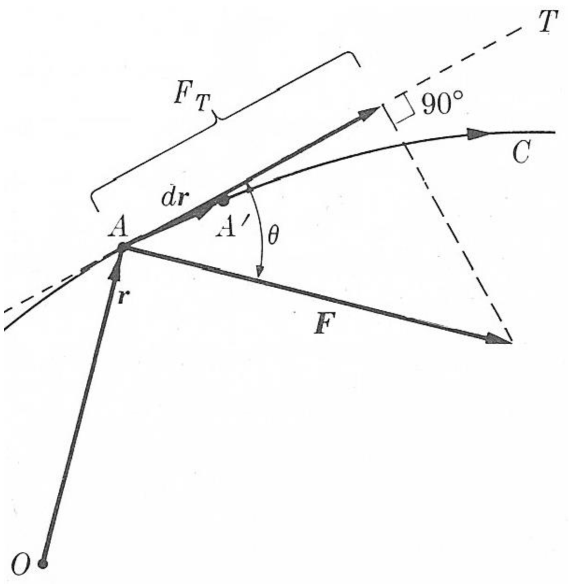
Para distender a mola de uma distância $x$, sem aceleração, aplicamos agora uma fôrça $F = kx$. Isto pode ser conseguido puxando-se lentamente um cordão ligado à mola. A fôrça cresce necessàriamente com continuidade enquanto $x$ cresce. Para calcular o trabalho realizado, precisamos usar a Eq. (8.5), que dá

$$W = \int_0^x F\,dx = \int_0^x kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx^2.$$

Sabendo que

$$\int_{x_1}^{x_2} ax\,dx = \frac{1}{2}a\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

# Energia Cinética




Podemos escrever o trabalho de um deslocamento infinitesimal como

$$F_T ds = m\frac{dv}{dt}ds = m dv\frac{ds}{dt} = m v dv$$

Portanto

$$W = \int_A^B F_T\, ds = m\int_A^B v\, dv = \frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_A^2$$

Sabendo que

$$\int_{x_1}^{x_2} a x dx = \frac{1}{2}a\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

$$E_K = \frac{1}{2}m v^2 \rightarrow$$ É a energia cinética da partícula.

Logo $$\boxed{W = E_{k,B} - E_{k,A}}$$

O trabalho realizado por uma força sobre uma partícula é igual à variação da sua energia cinética.

*EXEMPLO* 8.6. A mola do Ex. 8.3 é colocada em posição horizontal, (Fig. 8-10). A massa $m$ é deslocada para a direita a uma distância $a$, e abandonada. Calcule sua energia cinética quando ela se encontra a uma distância $x$ da posição de equilíbrio.

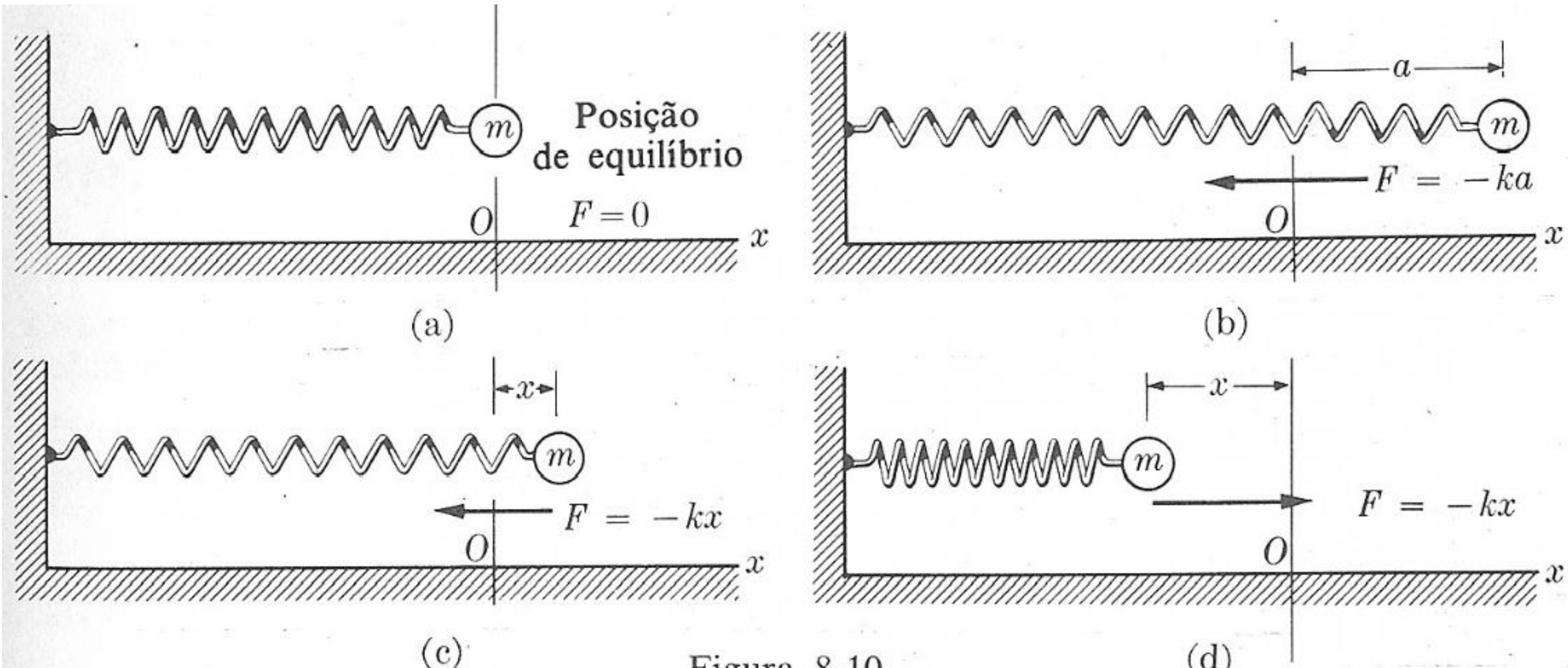



Figura 8-10

*Solução:* De acôrdo com a nossa explanação no Ex. 8.3, a mola exercerá uma fôrça $F = -kx$ sôbre a massa $m$ quando esta se encontrar a uma distância $x$ da posição de equilíbrio. (O sinal menos indica que a fôrça produzida pela mola é dirigida para a esquerda quando o corpo está deslocado para a direita.) Na posição de equilíbrio $x = 0$, e $F = 0$. Na posição (b), quando a massa está na iminência de ser abandonada, $x = a$, $F = -ka$, e a velocidade é zero ($v_0 = 0$), resultando numa energia cinética inicial zero. Chamemos de $v$ a velocidade na posição intermediária $x$. Então, usando a Eq. (8.11), encontramos

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \int_a^x F\,dx = \int_a^x (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}k(a^2 - x^2)$$

ou

$$v = \sqrt{(k/m)(a^2 - x^2)},$$

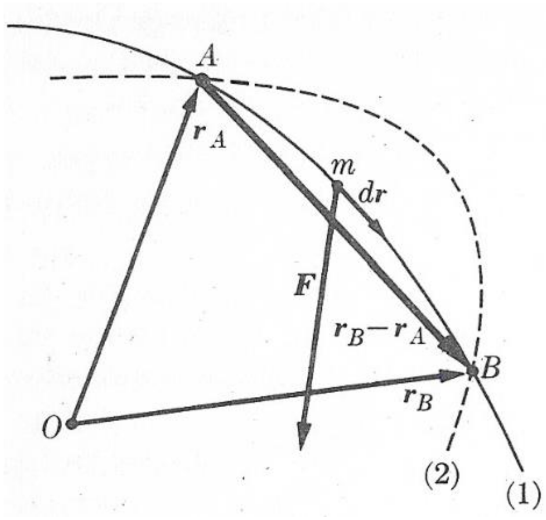
Sabendo que

$$\int_{x_1}^{x_2} ax\,dx = \frac{1}{2}a\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

que nos dá a velocidade da partícula em têrmos da posição. Note que a velocidade depende do quadrado de $x$. Qual é o significado físico dessa dependência? Com que velocidade a partícula atingirá a posição $x = 0$? Devemos colocar um sinal $\pm$ em frente da raiz quadrada na expressão para $v$? Haverá alguma limitação sôbre os valôres possíveis para $x$? Você seria capaz de obter uma representação gráfica do movimento resultante?

# Trabalho de uma força constante

$$\int_{x_1}^{x_2} a\,dx = a(x_2 - x_1)$$

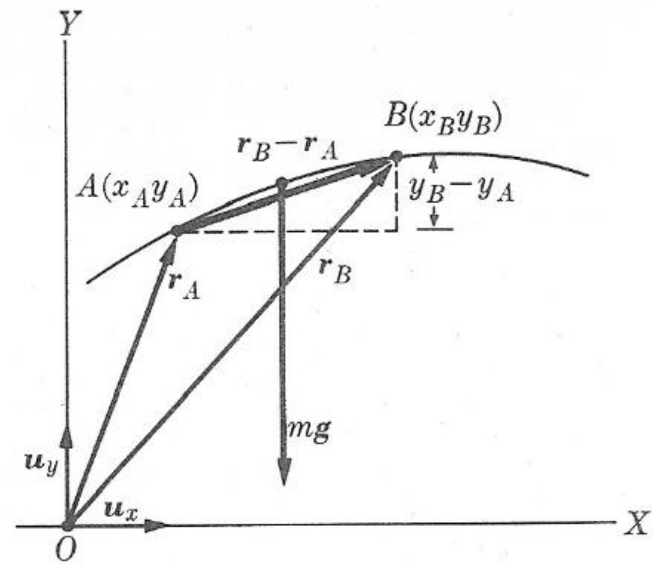



Se a força é constante, então podemos fazer

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \vec{F}\cdot\int_A^B d\vec{r} = \vec{F}\cdot(\vec{r}_B - \vec{r}_A)\,.$$

Isso mostra que o trabalho independe da trajetória que liga $A$ e $B$.

Uma aplicação importante é quando o trabalho é realizado pela força da gravidade.




Nesse caso

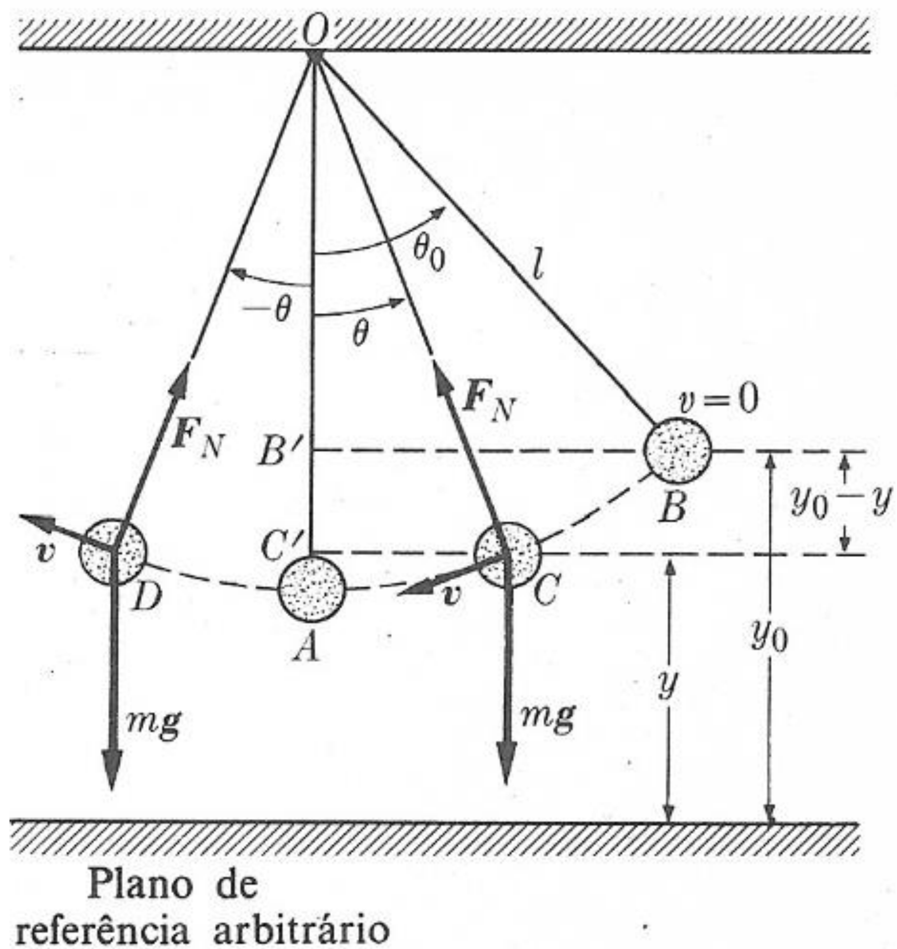
$$\vec{F} = m\vec{g} = -\hat{u}_y mg \quad \text{e}$$

$$\vec{r}_B - \vec{r}_A = \hat{u}_x(x_B - x_A) + \hat{u}_y(y_B - y_A).$$

Substituindo, obtemos

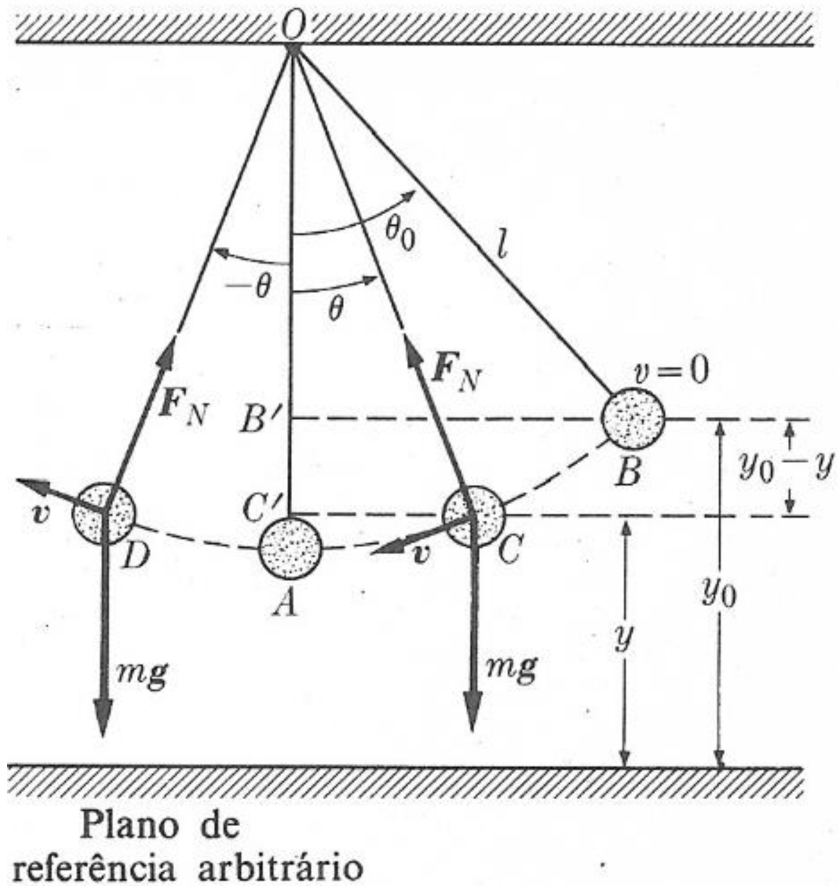
$$\boxed{W = -mg(y_B - y_A) = mgy_A - mgy_B}$$

*EXEMPLO* 8.7. Uma massa de 2 kg, ligada a um fio de um metro de comprimento, com o outro extremo fixo, é deslocada a um ângulo de 30° com a vertical e abandonada. Determine a velocidade da massa quando o fio forma um ângulo de 10° com a vertical, do mesmo lado e do lado oposto.



Para obter $v$ usando o princípio da energia, Eq. (8.11), devemos calcular primeiro o trabalho realizado pelas fôrças que agem sôbre a partícula. A fôrça centrípeta $\boldsymbol{F}_N$ não realiza trabalho porque em tôdas as posições ela e perpendicular à velocidade. O trabalho da fôrça da gravidade $mg$ pode ser obtido com o auxílio da Eq. (8.16), isto é $W = mgy_0 - mgy = mg(y_0 - y)$. Agora, medindo a altura a partir de um plano horizontal arbitrário, obtemos $y_0 - y = B'C' = OC' - OB'$. Mas $OB' = l \cos \theta_0$ e $OC' = l \cos \theta$. Assim $y_0 - y = l(\cos \theta - \cos \theta_0)$ e

$$W = mg(y_0 - y) = mgl(\cos \theta - \cos \theta_0).$$



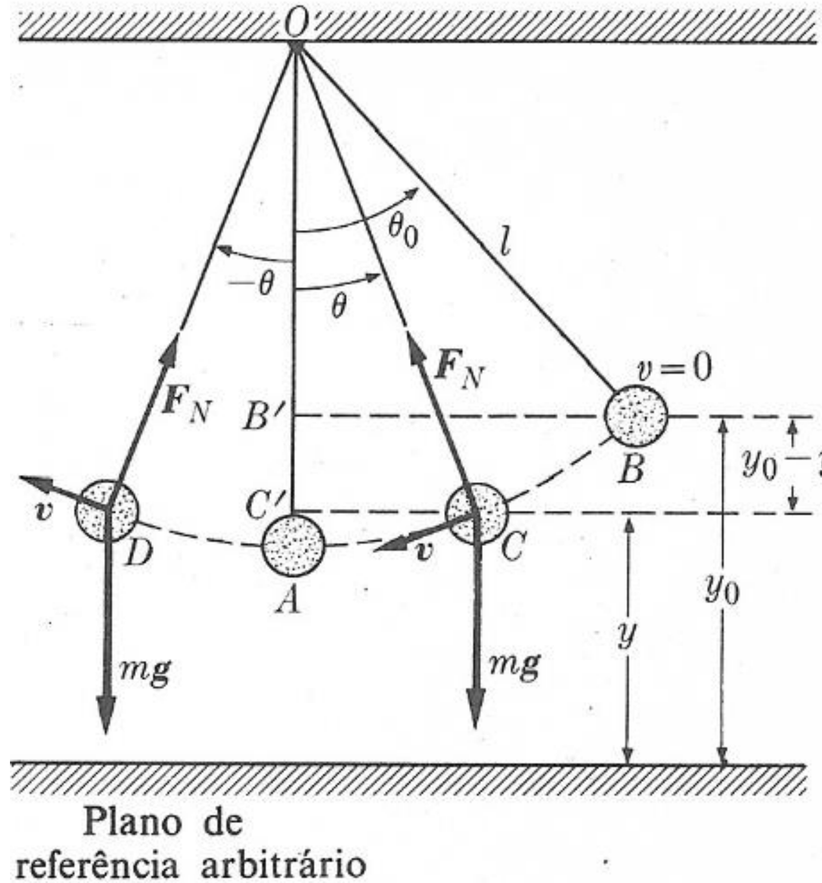
A energia cinética na posição $C$ é $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, e em $B$ é zero. Usando agora a Eq. (8.13), obtemos

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgl(\cos\theta - \cos\theta_0) \qquad \text{ou} \qquad v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}.$$

Observamos que o resultado independe da massa. Introduzindo valôres numéricos, temos

$$v = \sqrt{2(9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})(1\ \mathrm{m})(\cos 10^\circ - \cos 30^\circ)} = 1{,}526\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Note que, na posição simétrica $D$, que faz um ângulo de $-10^\circ$ com a vertical, obtemos o mesmo resultado, pois $\cos(-\theta) = \cos\theta$.



# Energia Potencial

***Forças conservativas*** são aquelas que sua dependência com o vetor posição ou com as coordenadas ($x$, $y$, $z$) da partícula é tal que o trabalho $W$ pode ser expresso como a diferença entre os valores de uma quantidade $\boldsymbol{E_p}(x, y, z)$ nos pontos inicial e final. A quantidade $\boldsymbol{E_p}$ é chamada ***energia potencial*** e é função das coordenadas da partícula.

Se $\vec{F}$ é uma força conservativa, então

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_{p,A} - E_{p,B}.$$

*A energia potencial é uma função das coordenadas tal que a diferença entre seus valores na posição inicial e na posição final é igual ao trabalho realizado sobre a partícula para movê-la da posição inicial até a posição final.*

# Energia Potencial

Da equação obtida anteriormente para o trabalho realizado pela gravidade

$$\boxed{W = -mg\left(y_B - y_A\right) = mgy_A - mgy_B,}$$

comparando com a definição de energia potencial

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_{p,A} - E_{p,B},$$

temos diretamente que a energia potencial gravitacional é dada por

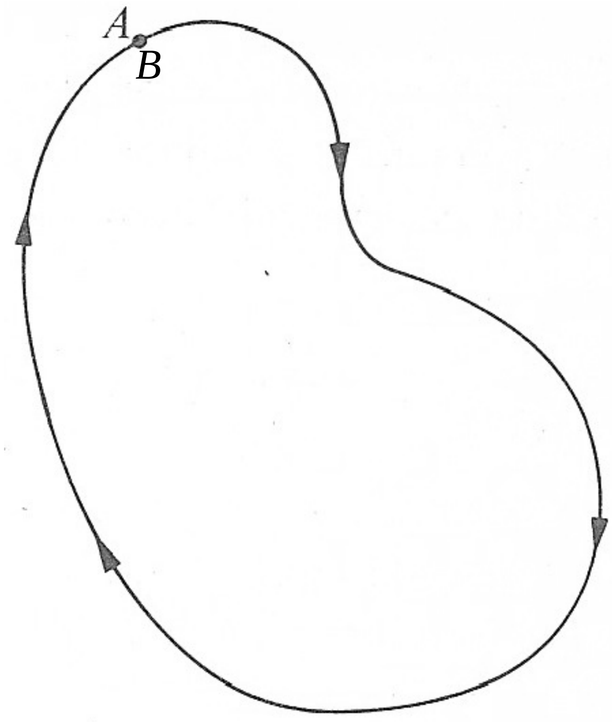
$$E_p = mgy$$

# Energia Potencial

*O trabalho realizado por forças conservativas é independente da trajetória.*

Em particular, no caso em que a trajetória é fechada, o trabalho realizado será nulo visto que

$$E_{p,A} = E_{p,B}$$



# Conservação de energia de uma partícula

Quando a força que age sobre uma partícula é conservativa, podemos utilizar a definição de trabalho em termos da energia cinética e energia potencial para escrever

$$E_{k,B} - E_{k,A} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

ou, da mesma forma

$$\left(E_k + E_p\right)_A = \left(E_k + E_p\right)_B$$

onde $E = E_k + E_p$ é a energia total da partícula.

*Quando as forças são conservativas, a energia total E da partícula permanece constante.*

Assim, para qualquer posição da partícula, podemos escrever

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

*EXEMPLO* 8.9. Determine a altura mínima da qual deve partir uma bola para completar com sucesso a curva em laço mostrada na Fig. 8-17. Suponha que a bola desliza sem rolar e sem atrito.

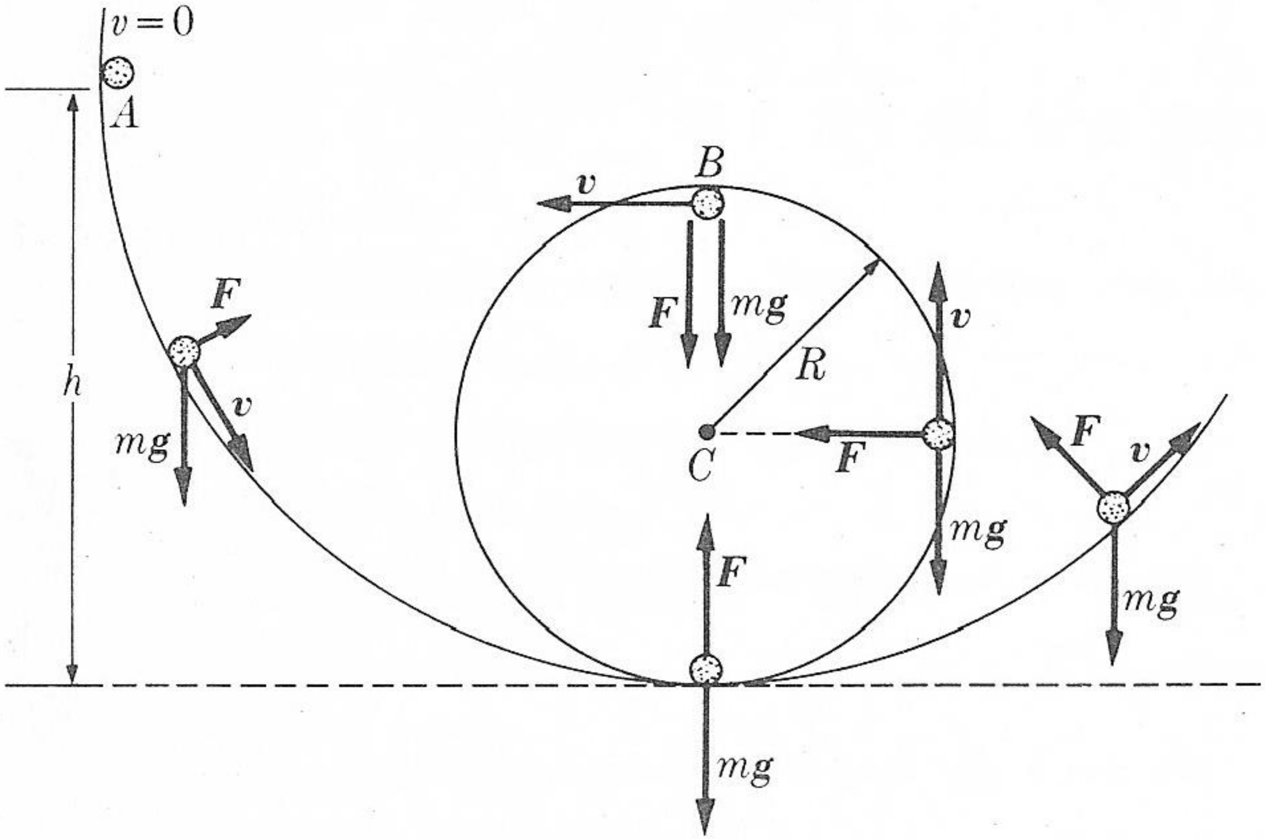



Figura 8-17

*Solução:* Suponhamos que a bola é abandonada num ponto $A$ a uma altura $h$ acima da base do círculo na Fig. 8-17. A bola ganha velocidade enquanto desce e começa a perder velocidade ao subir pelo círculo. Em qualquer ponto da trajetória, as fôrças que agem sôbre a partícula são o seu pêso $\boldsymbol{mg}$ e a fôrça $\boldsymbol{F}$ devida ao trilho. (A fôrça $\boldsymbol{F}$ aponta para o centro do laço, uma vez que o trilho "empurra" mas não "puxa".) No ponto mais alto do laço, $\boldsymbol{mg}$ e $\boldsymbol{F}$ apontam ambos para o centro $C$ e, de acôrdo com a Eq. (7.28), devemos ter

$$F + mg = \frac{mv^2}{R},$$

onde $R$ é o raio do trilho. Desde que $F$ (módulo de $\boldsymbol{F}$) não pode ser negativo, a velocidade mínima da bola em $B$ para que ela complete o círculo deve ser tal que $F = 0$ ou $mg = mv^2/R$, que dá

$$v^2 = gR$$

Se a velocidade é menor do que $\sqrt{gR}$, a atração da gravidade para baixo é maior do que a fôrça centrípeta necessária e a bola separa-se do círculo antes de atingir o ponto $B$, descrevendo uma parábola até cair sôbre o círculo.

Para obter a altura $h$ correspondente, notamos que, no ponto $A$, a energia total é $E_A = (E_k + E_p)_A = mgh$, pois $v = 0$. Em $B$, onde $y = 2R$ e $v^2 = gR$,

$$E_B = (E_k + E_p)_B = \tfrac{1}{2}m(gR) + mg(2R) = \tfrac{5}{2}mgR.$$

Igualando então os valôres de $E_A$ e $E_B$, obtemos $h = \frac{5}{2}R$, que é a altitude mínima necessária

- **Bibliografia**


- Sears e Zemansky/ Young H. D., Freedman R. A. Física I Mecânica, 12ª Edição, São Paulo, Pearson Education do Brasil Ltda.
- Alonso M., Finn E. J. Física um Curso Universitário volume 1 – Mecânica, 1972, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda.
- Tipler P., Mecânica, volume 1, 3ª edição, Rio de Janeiro, LTC
- Hewitt P. G. Fundamentos de Física Computacional, 2009, Porto Alegre, Editora Bookman.