Lista de Exercícios – Vetores 2

1) Dados os vetores $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ e $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$, usando álgebra vetorial, calcule:

a) os módulos de $\vec{A}$ e de $\vec{B}$;
b) o produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$;
c) módulos da soma $\vec{A} + \vec{B}$;
d) o produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$;
e) ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

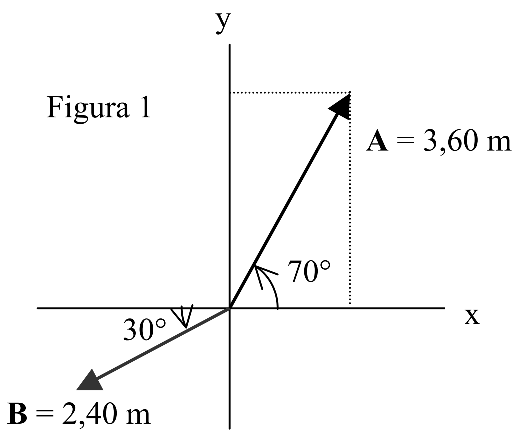

Figura 1

2) Obtenha a expressão de $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \times \vec{V}_3)$, triplo produto, na forma de determinante. Deduza, a partir dela, as seguintes propriedades de simetria:
$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 \times \vec{V}_3 = \vec{V}_3 \cdot \vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_3 \times \vec{V}_1$

3) Prove que o valor do triplo produto é igual ao volume do paralelepípedo formado pelos três vetores.

4) Calcule o produto escalar e o módulo, direção e sentido do produto vetorial dos vetores da figura 1.

5) Calcule $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$ para os três vetores seguintes: $\vec{A}$ com módulo A = 5,00 e ângulo θ_A = 26,0° medido supondo-se uma rotação no sentido do eixo *+0x* para o eixo *+0y*, $\vec{B}$ com módulo B = 4,00 e ângulo θ_B = 63,0° e $\vec{C}$ com módulo C = 6,00 e orientado ao longo do eixo *+0z*. Os vetores $\vec{A} \times \vec{B}$ estão no plano *xy*.

6) Dados três vetores não-coplanares $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$ os vetores

$\vec{a}^1 = \dfrac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}$ $\quad \vec{a}^2 = \dfrac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}$ $\quad \vec{a}^3 = \dfrac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}$ são chamados vetores *recíprocos*. Prove que $\vec{a}_i \cdot \vec{a}^i = 1$ e $\vec{a}_i \cdot \vec{a}^j = 0$ onde i e j assumem os valores 1, 2 e 3. Discuta a disposição geométrica dos vetores recíprocos $\vec{a}^1$, $\vec{a}^2$ e $\vec{a}^3$ em relação a $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$.

7) Prove que $\vec{a}^1 \cdot \vec{a}^2 \times \vec{a}^3 = 1/\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3$.

8) Um triângulo equilátero de lado *a* tem um dos vértices na origem. Calcule o produto vetorial entre o vetor que aponta ao centro do triângulo e um vetor adjacente que define um dos lados. Que fração da área do triângulo tal produto representa.

9) As faces de um tetraedro regular são triângulos eqüiláteros de lado *a*. Determine por métodos vetoriais, o ângulo que cada lado faz com a face oposta e a distância entre um vértice e a face oposta.

10) Um sistema de coordenadas *S* está deslocado de outro, *S'*, por 4 unidades na direção *x*. Este mesmo sistema tem o seu eixo de coordenadas *x'* formando um ângulo de θ = 30° em relação ao eixo *x*, na direção de *y* crescente e contido no plano *xy.* Encontre os pontos (2,6,3) e (4,2,1) do sistema *S* no sistema *S'*. Calcule a distância entre os dois pontos pelo sistema *S* e *S'*.