

# Conceitos de espaço tempo

- Galileu, século XVI – XVII: estudo do movimento dos corpos, princípio de inércia, conceito de referencial inercial, estudo de corpos celestes, heliocentrismo, método científico.
- Newton, século XVII – XVIII: **mecânica** clássica. Philosophiae naturalis principia mathematica, 1687.
- Snell, Descartes, Huygens, século XVI – XVII, Fresnel – século XVIII – XIX, **óptica** (natureza ondulatória).  
Século XVII – teoria corpuscular, defendida por Newton, teoria ondulatória defendida por Huygens.

- Celsius, Fahrenheit, século XVIII, Boyle, Maxwell, Van der Waals, Boltzmann, século XIX-XX: **termologia e termodinâmica** (estudo das propriedades dos gases).

**Todas estas teorias são partes da Física clássica.**

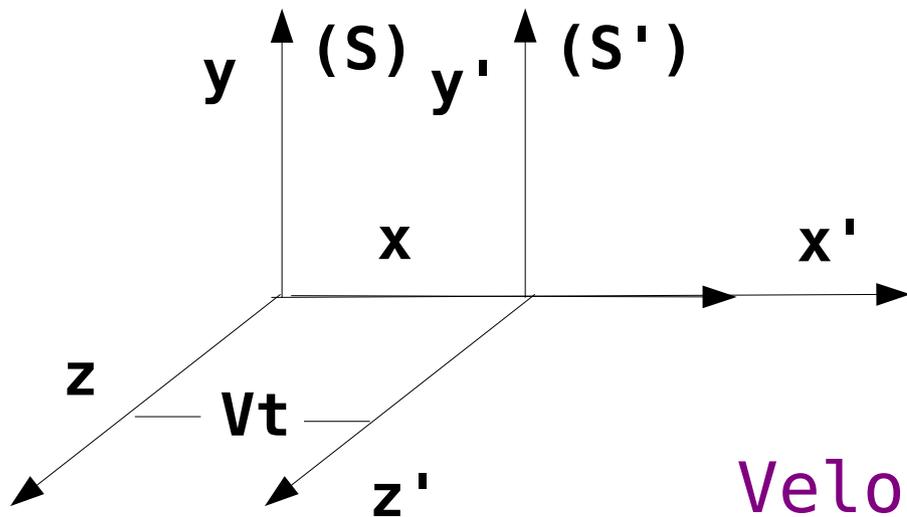
No final do século XIX, a mecânica Newtoniana e o eletromagnetismo, descrito pelas equações de Maxwell, estavam consolidados como teorias físicas.

Luz tratada como fenômeno eletromagnético.

# Referenciais inerciais e as transformações de Galileu

Se uma partícula se move em um referencial obedecendo a primeira lei de Newton, este referencial é dito inercial.

A velocidade é sempre medida em relação a um sistema referencial.



$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Velocidade do referencial S' em relação ao referencial S

O problema da velocidade de uma partícula na física clássica.

Exemplo: Um veículo com velocidade constante,  $v = 30$  m/s, percorre uma estrada retilínea, ao longo da qual estão colocados alguns instrumentos de medida. Uma pessoa que encontra-se dentro do veículo, atira uma pedra para a frente com velocidade  $v_p = 10$  m/s.

Velocidade medida pelos instrumentos ao longo da estrada,  $v_f = (30 + 10) = 40$  m/s.

Se a pedra for atirada para trás,  
 $v_t = (30 - 10) = 20$  m/s.

## O problema da velocidade da luz no vácuo.

As leis da eletrodinâmica (equações de Maxwell), são invariantes em referenciais inerciais, resulta que a luz se propaga no vácuo com velocidade constante

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

A velocidade da luz é invariável no vácuo, ou seja, apresenta o mesmo valor seja qual for o sistema de referência em que é medida e mesmo que a fonte emissora e o observador estejam se movendo.

Consideremos um referencial inercial, onde valem as leis da mecânica clássica.

Esperava-se que em outro referencial inercial em MRU em relação ao primeiro com velocidade  $V$ , a velocidade da luz fosse dada por:

$$\vec{c}' = \vec{c} - \vec{V}$$

Isto implicaria em  $|c'| \neq |c|$ .

Assim, a validade das equações de Maxwell estaria restrita um referencial inercial privilegiado, onde a velocidade da luz seria a constante  $c$  em todas as direções.

Segundo a mecânica newtoniana para todos os sistemas que se movem com velocidade constante, aplicam-se as mesmas leis de movimento, isto é, não há referenciais privilegiados.

Diante destas observações, surgiu a hipótese de que ondas como a luz, necessitavam de um meio para se propagar. Isto deu lugar ao conceito de éter, que estaria presente em toda parte, mesmo no espaço vazio.

Desta forma a velocidade da luz seria  $c$ , somente em um sistema de referência especial, absoluto, em repouso em relação ao éter.

Em qualquer sistema movendo-se com velocidade  $v$  em relação a este sistema especial, a velocidade da luz seria,

$$\vec{c} + \vec{v}$$

o que justificaria o resultado esperado.

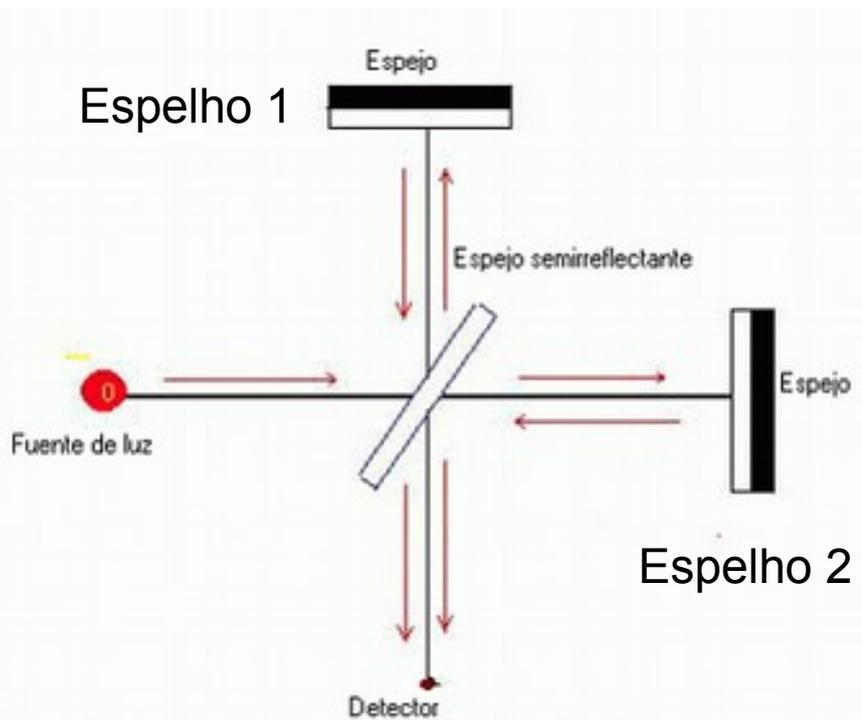
## O experimento de Michelson e Morley.

Entre 1887, A. A. Michelson e E. W. Morley, realizaram um experimento que tinha como objetivo medir o movimento da Terra através do espaço.

Deveria ser possível detectar um MRU em relação ao éter usando a lei de Galileu de composição de velocidades, ou seja, a velocidade da luz num referencial em movimento relativo ao éter deveria ser diferente em direções diferentes.

Feixe de luz monocromática, proveniente de uma fonte é dividido em dois, seguindo caminhos em ângulo reto entre si. Foram realizadas medidas, posicionando o espelho 1 de modo que o caminho fosse paralelo ao movimento de rotação da Terra. A mesma medida foi feita com o espelho 2.

Os feixes eram refletidos e recombinados para verificar se havia qualquer alteração na velocidade média ao longo dos dois caminhos de ida e volta.



As diversas medidas realizadas não mostraram qualquer desvio.

# Relatividade Especial

- Leis da mecânica newtoniana **independentes** do movimento do observador.  
Observador 1 em movimento, observador 2 em repouso.

Movimento relativo.

- Leis do eletromagnetismo, **dependentes** do movimento do observador.

Observador 1 em movimento com uma carga elétrica, observador 2, em repouso com a carga elétrica.  
Movimento absoluto?

Como resolver/entender esta discrepância?

- Em 1905, Einstein mostrou que as leis de Maxwell e de Newton podem ser interpretadas como independentes do movimento de um observador.

Uma nova visão do espaço e do tempo.

As medidas de espaço e tempo dependem do movimento.

espaço  $\Leftrightarrow$  tempo

Efeitos que não podem ser observados no cotidiano.

## Postulados da teoria da relatividade especial

- Todas as leis da natureza são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais.
- A velocidade da luz no vácuo,  $c$ , é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais, e é independente do movimento da fonte.

Se as leis da mecânica variassem para observadores que se movimentam com diferentes velocidades, por exemplo, um jogador de sinuca, teria que ajustar seu estilo de jogar de acordo com as estações do ano, quando a Terra varia sua velocidade orbital em torno do Sol.

Nenhum experimento mecânico, elétrico ou óptico, jamais revelou o movimento absoluto.

**Simultaneidade** – uma consequência do segundo postulado de Einstein.

Dois eventos são simultâneos, se eles ocorrem no mesmo instante de tempo.

Exemplo: Observador e fonte de luz no centro de uma nave espacial (ou o vagão de um trem).

Observador vê um sinal luminoso chegar simultaneamente nas extremidades frontal e posterior, para a nave (ou trem) em repouso ou movendo-se com velocidade constante.

Observador fora da nave (ou do trem), vê os dois eventos em outro sistema de referência.

Para este observador, os eventos não são simultâneos.

Se a nave se move para frente, a extremidade traseira da nave, se move em direção ao feixe enquanto que a extremidade frontal, se afasta do feixe.

Portanto o feixe direcionado para trás, percorre uma distância menor que o feixe direcionado para frente.



Como a velocidade da luz é constante, o observador externo observa o evento (chegada do feixe de luz) acontecer na parte traseira, antes do evento na parte dianteira.

Dois eventos que são simultâneos em um sistema de referência, não necessariamente devem ser simultâneos em um sistema que se move em relação ao primeiro.

Este resultado é puramente relativístico.

A não simultaneidade ao escutar um trovão depois de ver o correspondente relâmpago é análoga à não simultaneidade relativística?

## 0 Espaço-tempo

Vivemos em um espaço tridimensional.

Por exemplo, para especificar a posição de um ponto precisamos estabelecer as distâncias em três eixos coordenados.

Para especificar o tamanho de uma caixa, estabelecemos seu comprimento, largura e altura.

Entretanto as três dimensões não são suficientes para dar uma descrição completa da caixa; ela nem sempre foi e nem sempre será uma caixa.

Assim as três dimensões espaciais constituem uma descrição válida da caixa, somente durante um determinado período de tempo.

**Todas as coisas existem no espaço-tempo, independente de ser uma pessoa, um planeta ou um objeto.**

No exemplo da nave, dois observadores no interior da nave no mesmo ponto, fariam a mesma medida de espaço tempo, assim como dois observadores no mesmo ponto, fora da nave.

Estes dois observadores compartilham a mesma região do espaço tempo.

Vimos o caso de dois observadores, um dentro da nave e outro fora da nave, onde as medidas de espaço tempo, realizadas por ambos não são as mesmas.

As diferenças tornam-se apreciáveis para valores de velocidade próximos à velocidade da luz, isto é, velocidades relativísticas.

Neste caso, cada observador está em uma região do espaço-tempo.

A razão constante entre espaço-tempo para a luz,  $c$ , é o fator unificador entre diferentes regiões do espaço-tempo e constitui a essência do segundo postulado da relatividade especial.

## Dilatação temporal

Vamos examinar o fato de que em velocidades próximas à velocidade da luz, o tempo pode ser alongado.

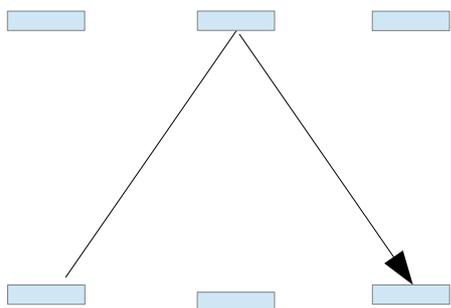
Suponha que você possa observar um flash luminoso que ricocheteia entre dois espelhos paralelos, posicionados na vertical e a uma distância fixa.

Este aparato, constitui um relógio de luz, já que os intervalos de tempos de ida e volta são constantes.

Se o relógio encontra-se dentro de uma nave, o observador no interior da nave, observa o fenômeno da mesma forma quer a nave esteja em repouso, quer se mova em alta velocidade.

O observador no interior da nave, compartilha o mesmo sistema de referência espaço-tempo que a nave.

Suponha um observador fora da nave. Para este observador, o flash de luz se move horizontalmente e verticalmente, portanto percorre uma trajetória diagonal (figura abaixo).



Espelhos paralelos  
posicionados na  
vertical

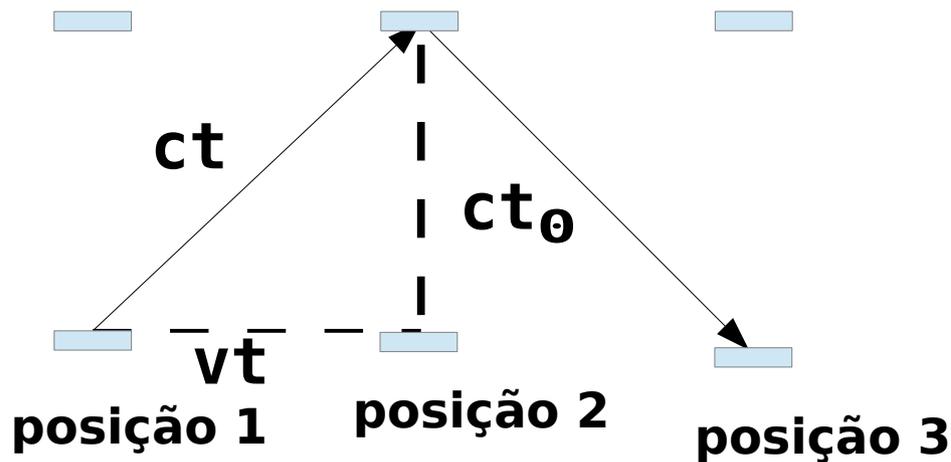
Assim para o observador fora da nave, o flash percorre uma distância maior do que aquela percorrida para o observador no interior da nave.

Portanto esta distância maior corresponde a um tempo de viagem maior.

**Este alongamento do tempo é chamado, dilatação temporal.**

Todos os relógios funcionam mais lentamente quando estão em movimento do que quando estão em repouso.

A equação da dilatação temporal, isto é, a relação entre o tempo  $t_0$  (chamado de tempo próprio) medido no sistema de referência que se move junto com o relógio e o tempo  $t$  medido no outro sistema de referência (chamado de tempo relativo), é deduzida a seguir.



$$c^2 t^2 = c^2 t_0^2 + v^2 t^2$$

$$c^2 t^2 - v^2 t^2 = c^2 t_0^2$$

$$t^2 [1 - (v^2/c^2)] = t_0^2$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Podemos expressar a dilatação temporal por:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Com  $v \ll c \rightarrow \gamma \rightarrow 1$ .

Importante em velocidades relativísticas.

Para  $v = 0$ ,  $\gamma = 1$ . Para velocidades muito pequenas comparadas com a velocidade da luz,  $t = t_0$ , ou seja, os intervalos de tempo são os mesmos em ambos os sistemas de referência.

Para  $v = 50\% c$ ,  $\gamma = 1,15 \Rightarrow t = 1,15 t_0$

Se observássemos um relógio em uma nave viajando com a metade da velocidade da luz, veríamos o ponteiro dos segundos gastar 1,15 minutos para completar uma volta, enquanto que o observador viajando na nave veria ele gastar 1 minuto.

Se o relógio passasse com a velocidade da luz, mediríamos o intervalo de tempo infinito, o relógio pareceria imutável.

Observe que não há nada diferente com o próprio relógio, estas observações são efeitos puramente relativísticos.

Mesmo em grandes velocidades, o observador que se move junto com a nave, não observa esta diferença. Isto ocorre porque os dois observadores, o de dentro e o de fora da nave ocupam regiões espaço-tempo diferentes.

A dilatação temporal foi confirmada experimentalmente inúmeras vezes.

Em 1971, quatro relógios atômicos de césio voaram em aviões comerciais, no sentido leste e no sentido oposto. Os relógios indicaram tempos diferentes, confirmando mais uma vez a teoria de Einstein.

Hoje em relógios atômicos orbitando a Terra, como parte do sistema global de posicionamento (GPS), ajustes são essenciais para corrigir os efeitos da dilatação temporal, a fim de poder usar os sinais provenientes dos relógios para fornecer localizações sobre a Terra com grande precisão.

Se você estivesse se movendo numa aeronave em alta velocidade em relação à Terra, notaria alguma diferença em sua pulsação? E na pulsação das pessoas que ficaram na Terra?

## A contração do comprimento

Quando um objeto se move através do espaço-tempo, tanto o espaço quanto o tempo sofrem alterações.

O espaço sofre contração, fazendo com que pareçam mais curtos quando estão se movendo em relação a nós com velocidades relativísticas.

A contração do comprimento foi proposta pela primeira vez pelo físico George F. FitzGerald e expressa matematicamente pelo físico Hendrick A. Lorentz.

Eles entretanto fizeram a hipótese de que era a própria matéria que sofria contração.

No referencial da barra, pulso de luz indo e voltando de uma extremidade à outra:

$$L_0 = \frac{c\Delta t_0}{2} \rightarrow \Delta t_0 = \frac{2L_0}{c}$$

No referencial onde a barra se move com velocidade “v”

$$d_1 \rightarrow c\Delta t_1 = L + v\Delta t_1 \rightarrow \Delta t_1 = \frac{L}{c - v}$$

$$d_2 \rightarrow c\Delta t_2 = L - v\Delta t_2 \rightarrow \Delta t_2 = \frac{L}{c + v}$$

Logo, o tempo total para o feixe ir e voltar é:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \Delta t_1 + \Delta t_2 = L \left( \frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v} \right) \\ &= L \frac{2c}{c^2(1 - v^2/c^2)} = \frac{2L}{c} \gamma^2 \end{aligned}$$

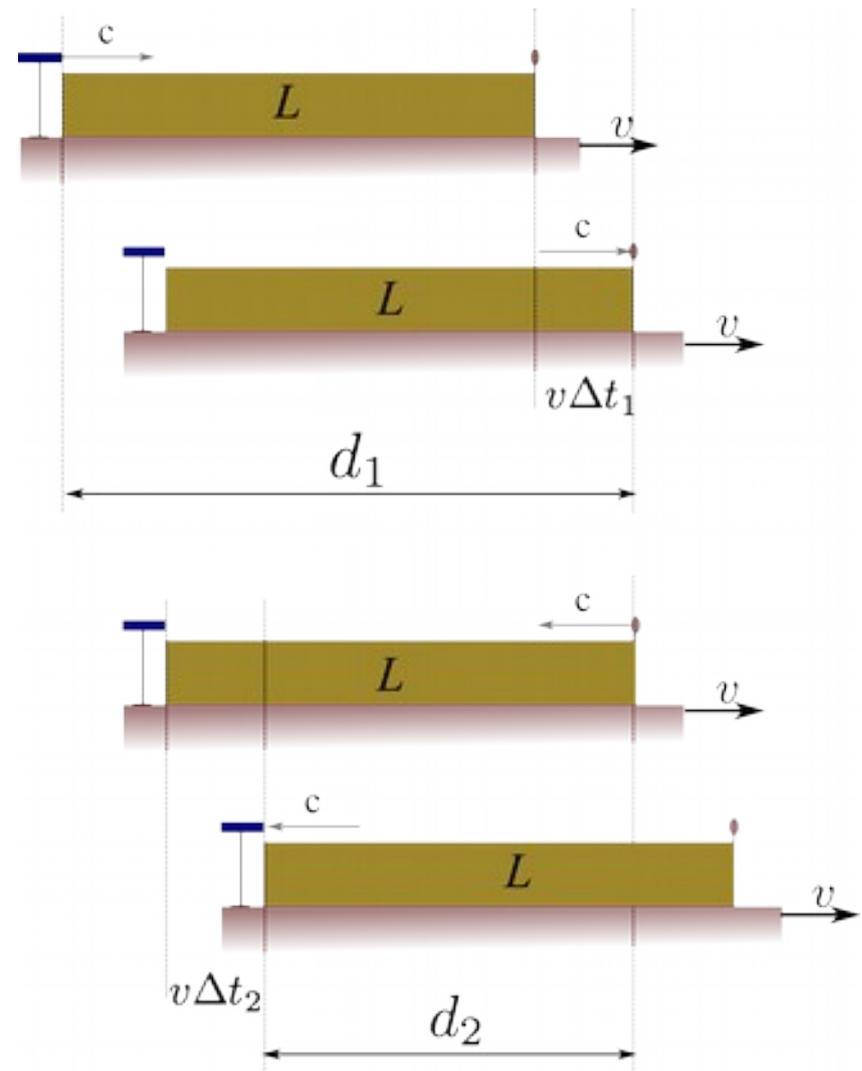
Mas  $\Delta t = \gamma\Delta t_0$  então:

$$\gamma\Delta t_0 = \frac{2L}{c} \gamma^2 \rightarrow \Delta t_0 = \gamma \frac{2L}{c}$$

Logo:  $\frac{2L_0}{c} = \gamma \frac{2L}{c}$

$$L = \frac{1}{\gamma} L_0$$

Medindo o comprimento de uma barra com um feixe de luz:



Einstein interpretou corretamente o problema, ao justificar que o que sofre contração é o próprio espaço.

Assim, por razões históricas a fórmula da contração de comprimento é conhecida com contração de Lorentz.

Onde  $v$  é o valor da velocidade relativa entre o objeto observado e o observador,  $c$  é a velocidade da luz,  $L$  é o comprimento medido do objeto em movimento e  $L_0$ , é o comprimento medido do objeto no sistema de referência no qual o objeto está em repouso (comprimento próprio).

Podemos observar que para velocidades pequenas comparadas com a velocidade da luz, o comprimento do objeto em movimento é aproximadamente igual ao comprimento em repouso, ou seja,

$$L=L_0$$

À medida que a velocidade do objeto cresce, a contração aumenta, ou seja, o objeto diminui de comprimento.

A contração ocorre apenas na direção do movimento. Se um objeto está se movendo horizontalmente, não ocorre qualquer contração na direção vertical.

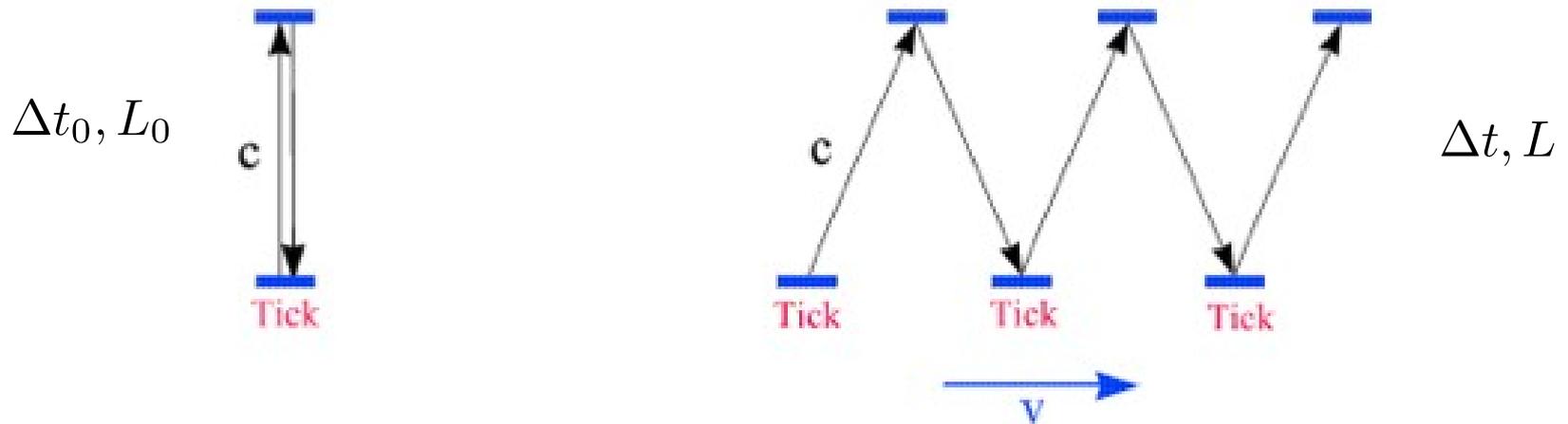
Se o objeto fosse capaz de se mover com a velocidade da luz,  $c$ , seu comprimento seria nulo.

# Definição de tempo próprio e comprimento próprio

Medida do comprimento de um objeto em um referencial no qual ele está em repouso

Medida de intervalo de tempo entre dois eventos que ocorrem em um mesmo ponto de um referencial. Exemplos:

- o tempo de viagem de um passageiro em uma nave, medido por ele mesmo;
- a distância de uma estrela à Terra, medida por um observador na Terra;



medidos nas mesmas coordenadas espaciais (mesmo referencial que o observador)

Medidas realizadas por um observador de um fenômeno que ocorre em um referencial que se move com velocidade  $v$  em relação observador

# ...Transformação de Lorentz

Na Mecânica Clássica (não relativística), a transformada de Galileu é responsável por transladar informações entre referenciais inerciais, porém ela não respeita a constância da velocidade da luz e usa um conceito absoluto de simultaneidade de eventos (o espaço-tempo é imutável).

Era portanto, necessário obter um novo conjunto de transformadas que substituísse as de Galileu e que obedecesse aos postulados da Relatividade.

A transformação  $(x,y,z,t) \rightarrow (x',y',z',t')$  tinha de satisfazer as seguintes condições:

- I. Um MRU em relação a (S) também deve ser MRU em (S').
- II. Para  $V=0$  ( $V$  é a velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ ), a transformação deve reduzir-se à identidade.
- III. Se um sinal luminoso é enviado de  $O=O'$  em  $t=t'=0$ , a sua frente de onda deve propagar-se com velocidade  $c$  em ambos os referenciais de modo que:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

E essa é uma transformação necessariamente linear.

# ...Transformação de Lorentz

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

A transformação inversa deve ser obtida partindo-se das equações originais. Porém, pelo princípio da relatividade de que não existe referencial privilegiado, a transformação do referencial  $S'$  para o  $S$  deve ser exatamente igual à transformação de  $S$  para  $S'$ . Logo ela pode ser obtida mudando apenas  $v \rightarrow -v$ .

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

## Adição de velocidades

Já sabemos que no nosso cotidiano, quando tratamos de movimentos uniformes, podemos adicionar as velocidades  $v_1$  e  $v_2$ , pela fórmula simples,

$$V = v_1 + v_2$$

Se as velocidades  $v_1$  e  $v_2$  são muito grandes, (velocidades relativísticas), a adição obedece a fórmula:

$$V = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Quando  $v_1$  e  $v_2$  são muito menores que a velocidade da luz, o numerador se reduz a 1 e a soma se reduz ao caso das velocidades ordinárias.

$$V = v_1 + v_2$$

Exemplo: Considere uma nave que se move com velocidade  $v_1 = 0,5c$  em relação a um sistema de referência na Terra e dispara um foguete com velocidade  $v_2 = 0,5c$ , em relação à nave e na mesma direção e sentido dela.

Desconsiderando que as velocidades são da ordem relativística, para um observador que se encontra na Terra, a velocidade do foguete seria,

$$V = 0,5c + 0,5c = c$$

Considerando que as velocidades são relativísticas,

$$V = \frac{0,5c + 0,5c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,5c}{c^2}} = \frac{c}{1 + \frac{0,25c^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{c}{1,25}$$

Supondo que em vez de um foguete seja disparado um feixe de luz nas mesmas condições anteriores com velocidade  $v_2 = c$ , temos:

$$V = \frac{0,5c + c}{1 + \frac{0,5c^2}{c^2}} = \frac{c}{1 + \frac{0,5c^2}{c^2}} = \frac{1,5c}{1,5} = c$$

Observe que por esta fórmula de adição de velocidades, qualquer que seja a velocidade relativa entre dois sistemas de referência, a luz se propaga com velocidade constante  $c$ .

A derivação da fórmula da soma relativística de velocidades, foge aos objetivos deste curso, portanto tenha em mente apenas as consequências para a velocidade nos regimes relativísticos.

Resumindo:

Regra de Galileu:

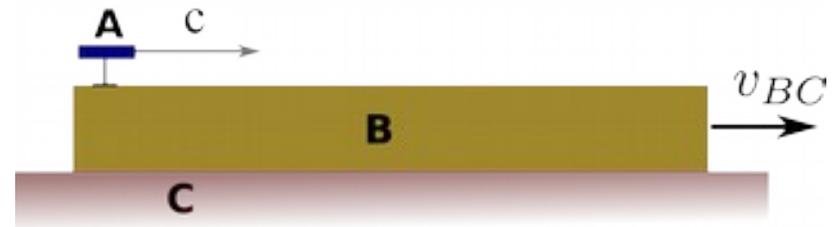
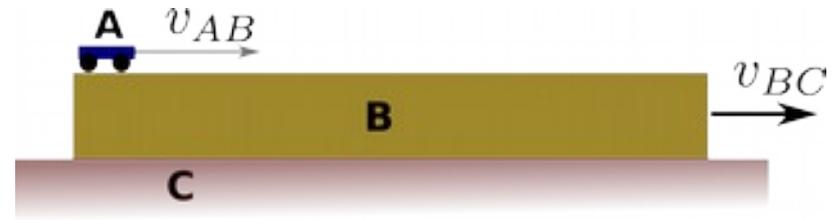
$$v_{AC} = v_{AB} + v_{BC}$$

Regra de soma de velocidade de Einstein:

$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{\left(1 + \frac{v_{AB}v_{BC}}{c^2}\right)}$$

Se  $v_{AB} = c$  (segunda figura):

$$v_{AC} = \frac{c + v_{BC}}{\left(1 + \frac{cv_{BC}}{c^2}\right)} = \frac{c + v_{BC}}{1 + (v_{BC}/c)} = c$$



# Massa e Energia

O trabalho de Einstein ligou não apenas o espaço e o tempo mas a massa com energia.

A quantidade de energia de um objeto, está relacionada à quantidade de massa:

$$E=mc^2$$

Mesmo que um corpo esteja em repouso e que não interaja de nenhuma maneira, ele tem uma energia chamada energia de repouso.

Note que como o valor de  $c$  é muito grande, mesmo corpos com massa pequena, possuem uma grande energia de repouso.

# Exemplo

1) O tempo médio de vida de múons estacionários é de  $2,2 \mu\text{s}$ . O tempo médio de vida dos múons de alta velocidade produzidos pelos raios cósmicos é de  $16 \mu\text{s}$  no referencial da Terra. Determine a velocidade em relação à Terra dos múons produzidos pelos raios cósmicos.

Solução:

$\Delta t_0 = 2,2 \mu\text{s}$ , é o tempo próprio\*

$\Delta t = 16 \mu\text{s}$

\* vida média de uma partícula é uma propriedade da mesma, é sempre medida em seu próprio referencial, portanto, vida média é sempre dado como o tempo próprio da mesma.

Da dilatação do tempo:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t}$$

Elevando a equação ao quadrado:

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left( \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left( \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \right)^2$$

Então:

$$v^2 = c^2 \left[ 1 - \left( \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \right)^2 \right] \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left( \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \right)^2}$$

Substituindo os valores dados, obtemos:

$$v = 2,998 \times 10^8 \sqrt{1 - \left( \frac{2,2}{16} \right)^2} \Rightarrow v = 2,9695 \times 10^8 \text{ m/s}$$

- Bibliografia

- Hewitt P. G. Fundamentos de Física Conceitual, 2009, Porto Alegre, Editora Bookman.
- Landau L., Rumer Y., O que é a Teoria da Relatividade?, 2004, Editora Hemus.
- Sears & Zemansky, Física IV, 12ª edição, Editora Pearson (Capítulo 37 até seção 5)

# Questão 1

Se voce estivesse em um trem sem janelas que se desloca suavemente, poderia sentir a diferença entre o movimento uniforme e repouso?

# Questão 2

- Se duas centelhas caem no mesmo ponto, exatamente ao mesmo tempo em determinado sistema de referência, é possível que observadores em outros sistemas de referência vejam as centelhas caindo em tempos ou locais diferentes?

# Questão 3

- Um evento A ocorre antes de um evento B num determinado sistema de referência. Como poderia o evento B ocorrer antes de A em outro sistema de referência?

# Questão 4

- Se observadores estacionários observam um objeto que passa por eles como sendo exatamente circular, qual seria a forma do objeto de acordo com observadores que estão se deslocando junto com ele?

# Questão 5

- É possível que um filho ou filha ser biologicamente mais velho do que seus pais?