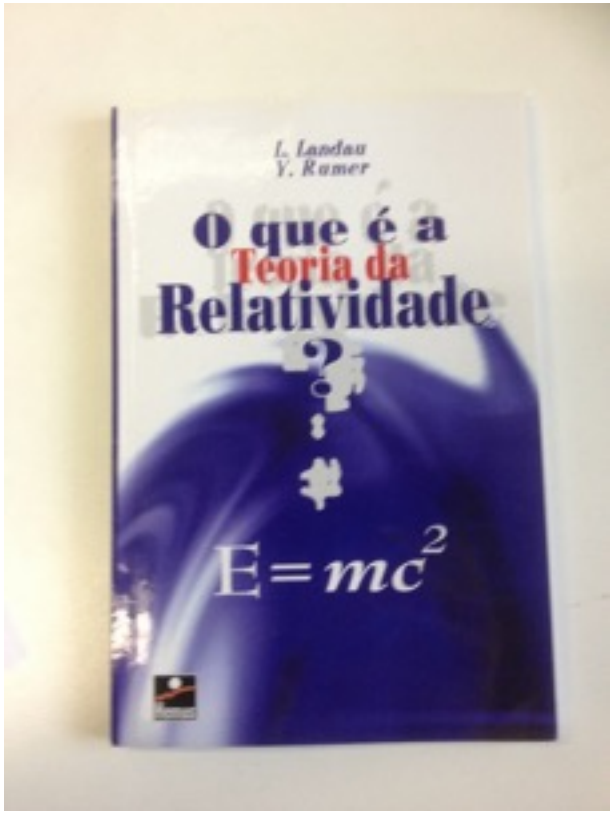
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
UERJ

DFNAE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA NUCLEAR E ALTAS ENERGIAS

Relatividade Restrita

Sandro Fonseca de Souza

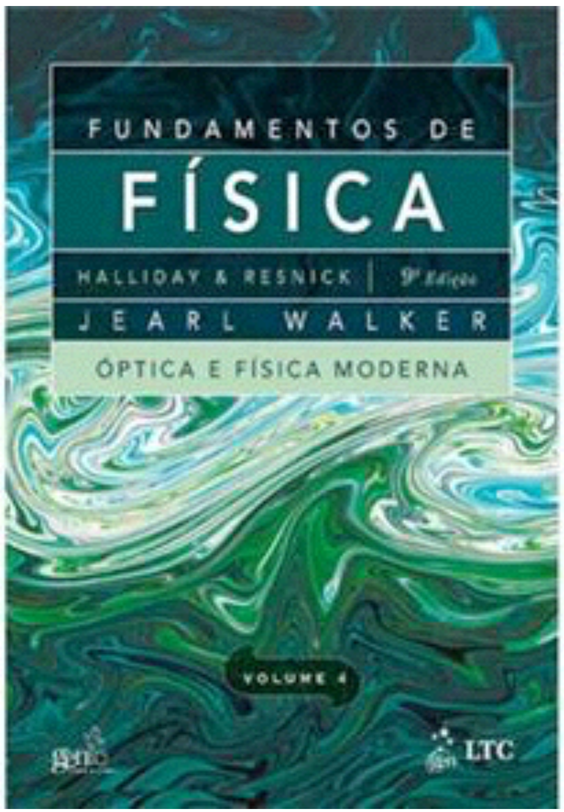
Leitura Sugerida



Normas e Datas

- Atendimento ao estudante: quarta-feiras de 09:00 - 10:00 na sala 3016 A.
- Os alunos com menos de 75% de presença serão reprovados por falta.
- Entretanto, solicitações extraordinárias devem ser feitas por escrito na secretaria do IF (3002B ou 3001A).
- Abono de faltas somente serão aceitos mediante requerimento na secretaria do departamento até 7 dias úteis a contar da data da falta.
- A presença, participação e pontualidade dos alunos também será avaliada na média final do curso.
- Data das provas: P1-30/09, P2-21/10 e P3-04/11

Bibliografia

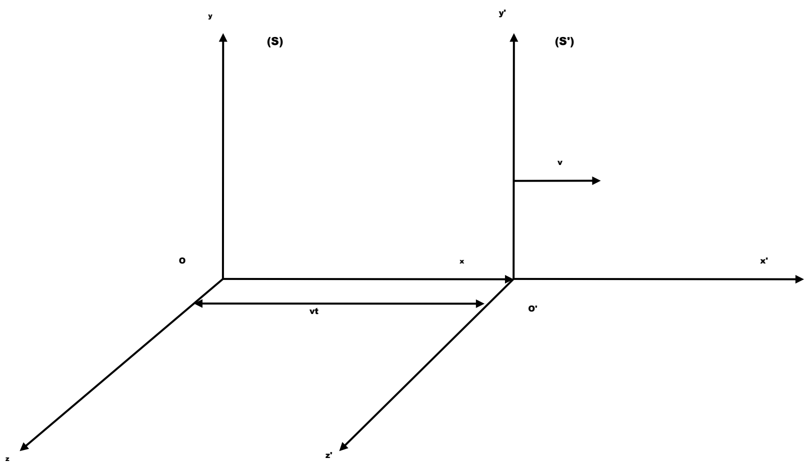


Fundamentos da Física
Halliday & Resnick
Volume 4

http://dfnae.fis.uerj.br/twiki/bin/view/DFNAE/WebHome

...na Mecânica Clássica

- As leis básicas da Mecânica assumem sua forma mais simples nos referenciais inerciais.
- Se o referencial (S') se move em relação a (S) com velocidade constante V e as origens O e O' dos dois referenciais coincidem no instante t = t' = 0, a relação entre as coordenadas (x,y,z,t) e (x',y',z',t') são dadas por:



$$
\boxed{
\begin{aligned}
x' &= x - Vt \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t
\end{aligned}
}
$$

...na Mecânica Clássica
(Transformações de Galileu)

- Das qual decorre a lei de composição de velocidades:

$$v' = v - V$$

onde v e v' são velocidades relativas a (S) e (S'), respectivamente.

- Decorre também a igualdade das acelerações:

$$\frac{dv}{dt} = a = a' = \frac{dv'}{dt'}$$

- Como a transformação de Galileu não afeta as distâncias entre partículas nem a massa, também não afeta uma força F que só dependa dessas distâncias (como a gravitação), de modo que

$$F = ma \Rightarrow F' = m'a' \quad \text{onde} \quad (m' = m)$$

e a lei básica da dinâmica não se altera.

...na Mecânica Clássica

- Principio de Relatividade da Mecânica (Galileu): É impossível detectar um movimento retilíneo uniforme de um referencial em relação a outro qualquer por qualquer efeito sobre as leis da dinâmica. (experiências feitas sob convés de um navio , com as escotilhas fechadas, que seriam incapazes de distinguir se o navio estaria ancorado ou em MRU).

- Esse principio deixa de valer para referenciais não inerciais: aparecem efeitos detectáveis sobre as leis da mecânica através das forças de inércia.

...na Mecânica Clássica

- Se procurarmos estender a Eletrodinâmica deparamo-nos imediatamente com um problema: decorre das leis da eletrodinâmica que a luz se propaga, no vácuo, com velocidade c. Admitindo que isso vale num dado referencial inercial, e que valem as leis da Mecânica Clássica, o resultado não poderia valer num outro referencial inercial em MRU em relação ao primeiro com velocidade V, pela lei de composição de velocidades de Galileu, seria:

$$c' = c - V$$

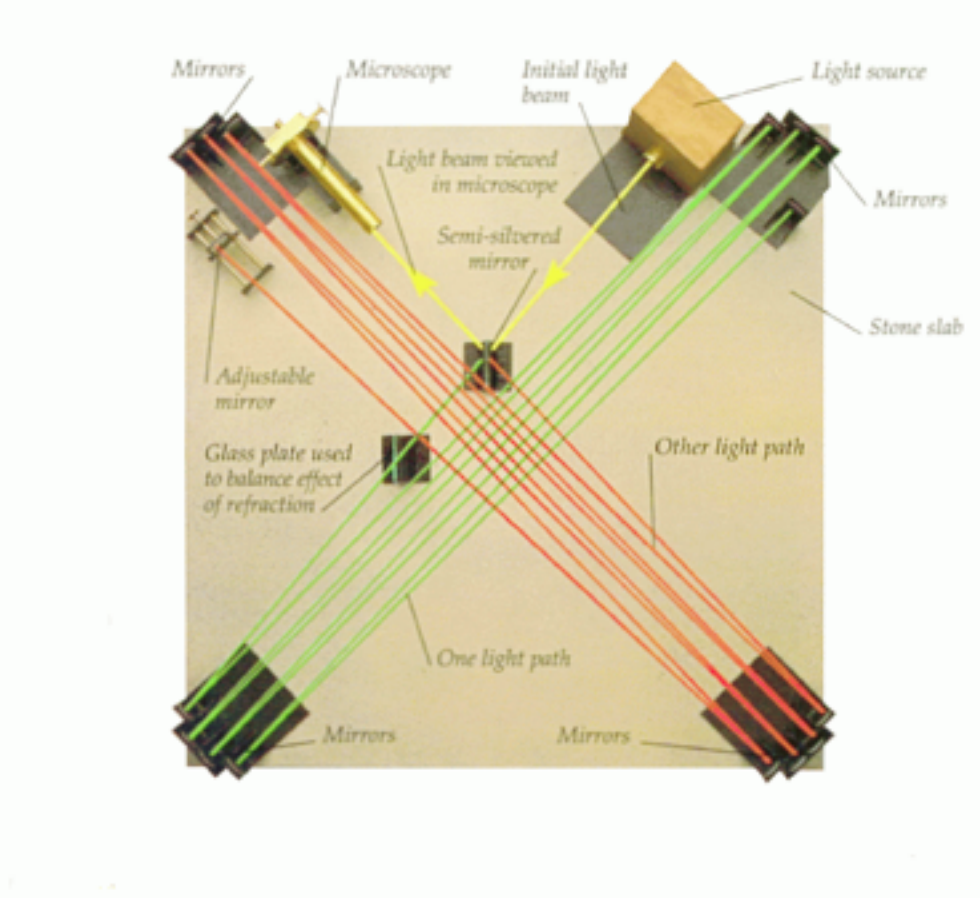
e $c' \neq c$ (e c' variaria com a direção de propagação), contradizendo o principio de relatividade no caso da Eletrodinâmica.

A validade das equações de Maxwell estaria restrita então a um referencial inercial privilegiado, onde a velocidade da luz é c em todas as direções.

...o experimento de Michelson e Morley

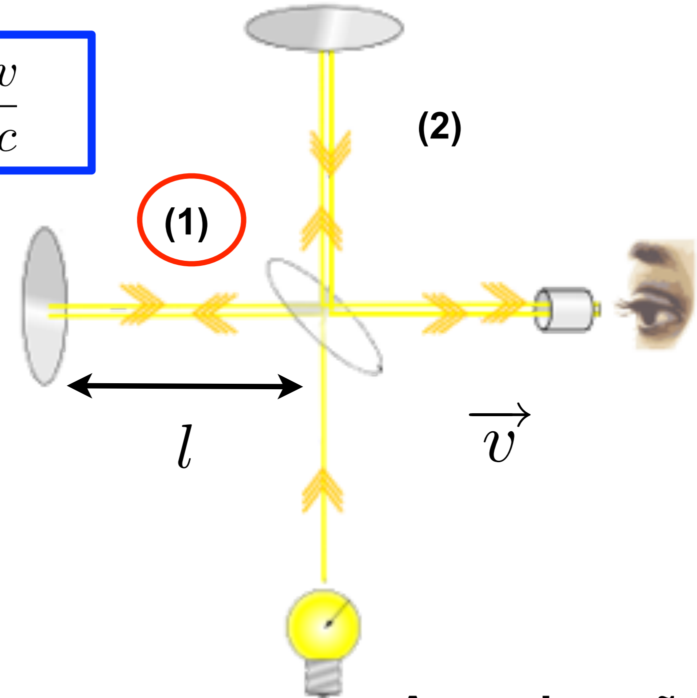
- Deveria ser possível detectar um MRU em relação ao éter usando a lei de Galileu de composição de velocidades, a velocidade da luz num referencial em movimento relativo ao éter deveria ser diferente em direções diferentes.

- Numa série de experiências realizadas entre 1881 e 1887, Michelson e Morley procuraram detectar esses desvios (muito pequenos) usando o interferômetro de Michelson.



...o experimento de Michelson e Morley

$$\beta = \frac{v_{orbital}}{c} = \frac{v}{c}$$



$$v_{orbital} = 3,0 \times 10^4 \; m/s$$

$$\frac{v_{orbital}}{c} = \frac{3,0 \times 10^4 \; m/s}{3,0 \times 10^8 \; m/s} \cong 10^{-4}$$

$$v_{proa} = c + v_{orbital}$$

$$v_{popa} = c - v_{orbital}$$

Aproximação

$$(1+x)^m \approx (1+mx)$$

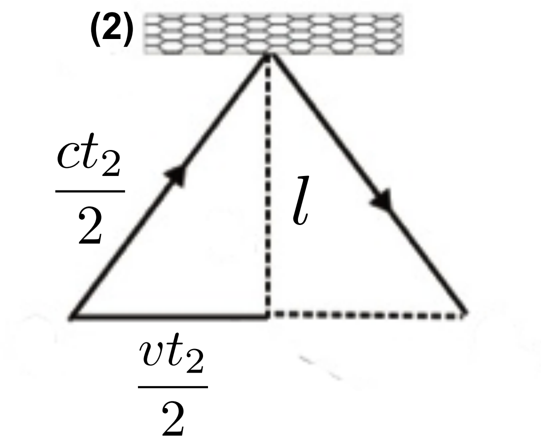
$$x << 1$$

(1) $$t_1 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{l(c-v+c+v)}{(c^2-v^2)} = \frac{2lc}{(c^2-v^2)}$$

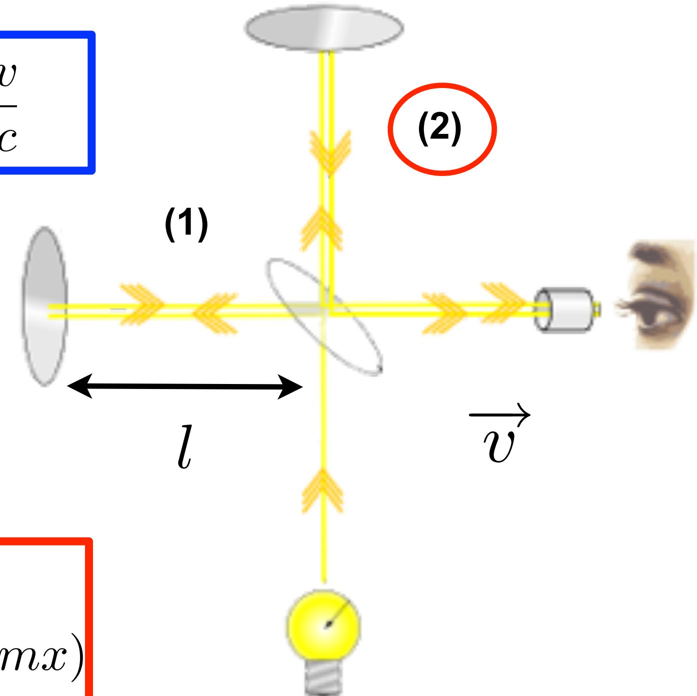
$$t_1 = \frac{2l}{c}\frac{1}{(1-v^2/c^2)} = \frac{2l}{c}\frac{1}{(1-\beta^2)} \Rightarrow \boxed{t_1 \approx \frac{2l}{c}(1+\beta^2)}$$

Diagrama: http://universocuantico.files.wordpress.com/2009/06/interferometre_michelson.png

...o experimento de Michelson e Morley



$$\beta = \frac{v_{orbital}}{c} = \frac{v}{c}$$



$$\left(\frac{ct_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2 + l^2$$

$$\frac{t_2^2}{4}(c^2 + v^2) = l^2$$

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{(c^2 + v^2)}} = \boxed{\frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}}$$

Aproximação

$$(1 + x)^m \approx (1 + mx)$$

$$x << 1$$

$$\boxed{t_2 \approx \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)}$$

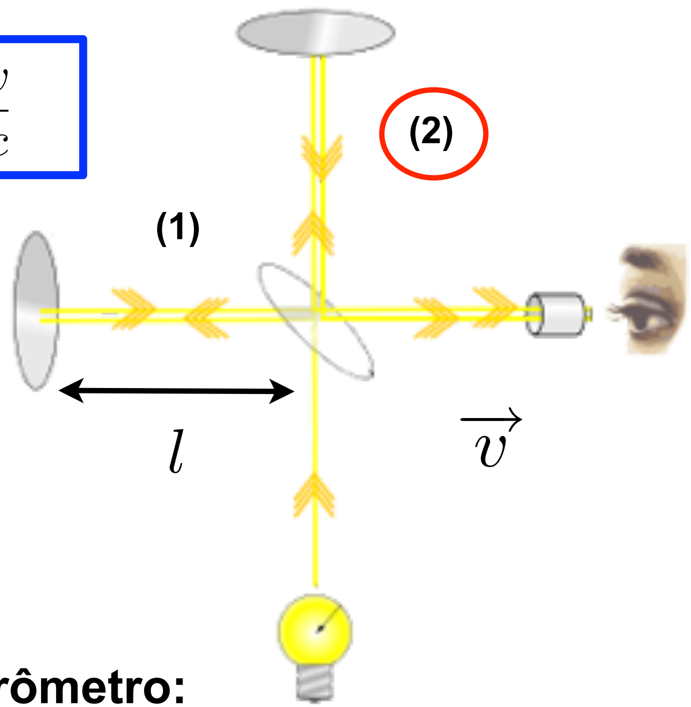
Diagrama: http://universocuantico.files.wordpress.com/2009/06/interferometre_michelson.png

...o experimento de Michelson e Morley

$$\beta = \frac{v_{orbital}}{c} = \frac{v}{c}$$

$$t_1 \approx \frac{2l}{c}(1+\beta^2)$$

$$t_2 \approx \frac{2l}{c}\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right)$$



Diferença de tempo entre os braços do interferômetro:

$$\Delta T = t_1 - t_2 = \frac{l}{c}\beta^2$$

$$\bar{T}c = \lambda \Longleftrightarrow \frac{\Delta T}{\bar{T}} = \frac{l\beta^2}{\lambda}$$

Usando os seguintes valores:

$l = 11\text{m}$ **Inter. Destrutiva !!**

$\lambda = 600\text{nm}$

$\frac{\Delta T}{\bar{T}} = 0$ **Experimental Inter. construtiva**

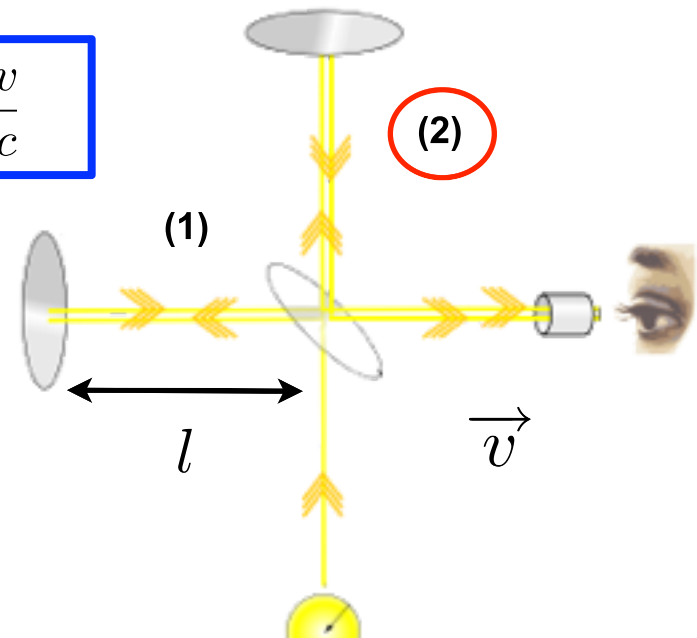
Diagrama: http://universocuantico.files.wordpress.com/2009/06/interferometre_michelson.png

...o experimento de Michelson e Morley

$$\beta = \frac{v_{orbital}}{c} = \frac{v}{c}$$

$$t_1 \approx \frac{2l}{c}(1+\beta^2)$$

$$t_2 \approx \frac{2l}{c}\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right)$$



Diferença de tempo entre os braços do interfe

$$\boxed{\Delta T = t_1 - t_2 = \frac{l}{c}\beta^2}$$

$$\bar{T}c = \lambda \Longleftrightarrow \frac{\Delta T}{\bar{T}} = \frac{l\beta^2}{\lambda}$$

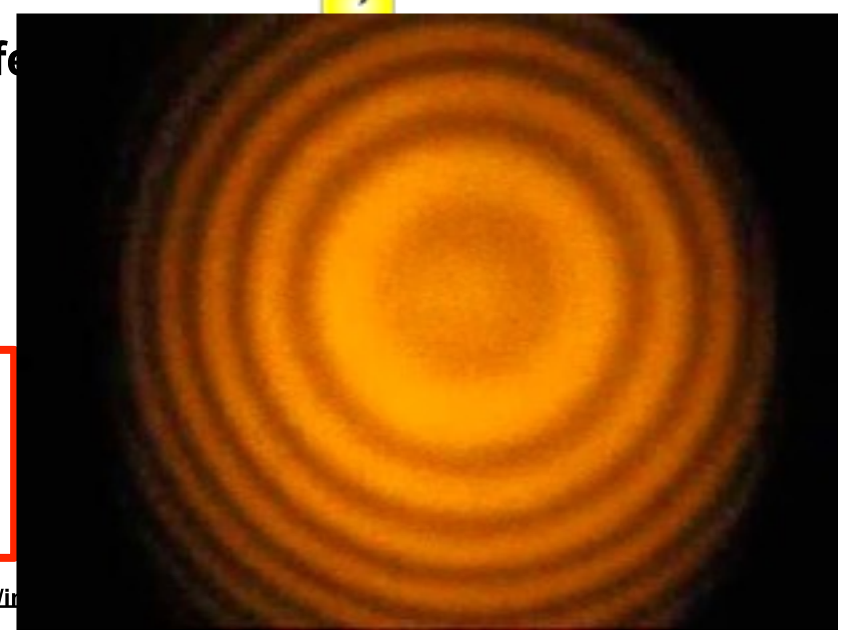


Diagrama: http://universocuantico.files.wordpress.com/2009/06/i

...o experimento de Michelson e Morley

- A experiência foi repetida muitas vezes, com diferentes orientações da montagem. Chegando-se a conclusão que a velocidade da luz é constante e que a hipótese de um éter estacionário estava incorreta.

- Assim o principio da relatividade aplica-se a todas as leis físicas, e as equações de Maxwell são corretas e nesse caso a mecânica newtoniana e as transformações de Galileu não podem estar corretas.

...Postulados:

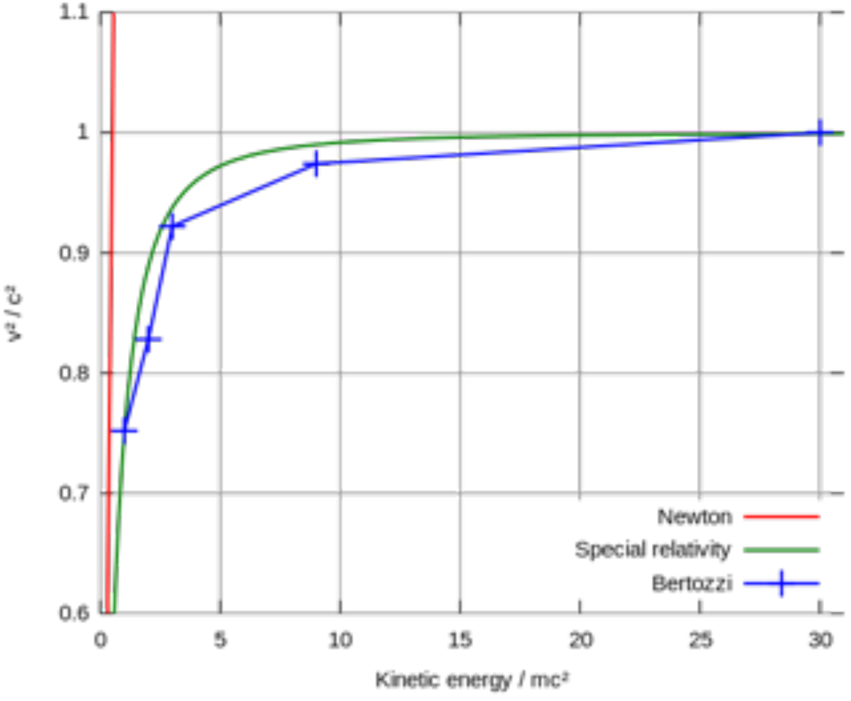
(1) As leis físicas são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

(2) A velocidade da luz no vácuo, c, é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais, e é independente do movimento da fonte.

Esses dois princípios, porém, são incompatíveis com a mecânica newtoniana tornando necessário modificá-la. As modificações necessárias, tomando (1) e (2) como pontos de partida, foram propostas por Albert Einstein em 1905.

Velocidade Limite

https://en.wikipedia.org/wiki/Tests_of_relativistic_energy_and_momentum

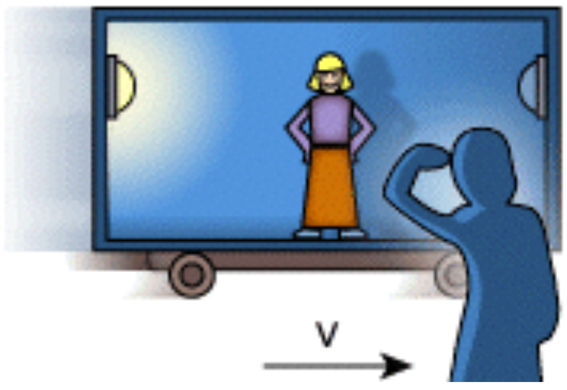


Data of the Bertozzi experiment show close agreement with special relativity. Kinetic energy of five electron runs: 0.5, 1, 1.5, 4.5, 15 MeV (or 1, 2, 3, 9, 30 in mc^2). Speed: 0.752, 0.828, 0.922, 0.974, 1.0 in c (or 0.867, 0.910, 0.960, 0.987, 1 in c^2).

...Simultaneidade

- "Se um evento 1 ocorre em P1 no instante t1, sendo marcado pela emissão de um sinal luminoso que parte de P1 nesse instante, e o mesmo vale para P2 em t2 (evento 2), dizemos que estes dois eventos são simultâneos (t1=t2) quanto o ponto de encontro dos dois sinais luminosos é o ponto médio do segmento P1P2." (Definição de simultaneidade segundo Einstein)

Essa definição implica imediatamente que a simultaneidade de eventos distantes não tem caráter absoluto: dois eventos simultâneos num particular referencial S podem não ser simultâneos noutro referencial inercial S' que se move em relação a S com MRU.



...Transformação de Lorentz

- Para encontrar a transformação que substituísse a de Galileu, era conveniente ter uma imagem bastante concreta de um referencial onde se emprega a definição de Einstein de simultaneidade.
- A transformação (x,y,z,t) → (x',y',z',t') tinha de satisfazer as seguintes condições:

  (i) Um MRU em relação a (S) também deve ser MRU em (S').

  (ii) Para V= 0 (V é a velocidade de S' em relação a S), a transformação deve reduzir-se a identidade.

  (iii) Se um sinal luminoso é enviado de O=O' em t= t' =0, a sua frente de onda deve propagar-se com velocidade c em ambos os referenciais de modo que:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

E essa é uma transformação necessariamente linear.

...Transformação de Lorentz

$$x' = \gamma\left(x - Vt\right)$$

$$t' = \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Transformação inversa obtem-se substituindo v → -v, logo (S) se move em relação a (S') com velocidade (-v).

$$x = \gamma\left(x' + Vt'\right)$$

$$t = \left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

$$y = y'$$

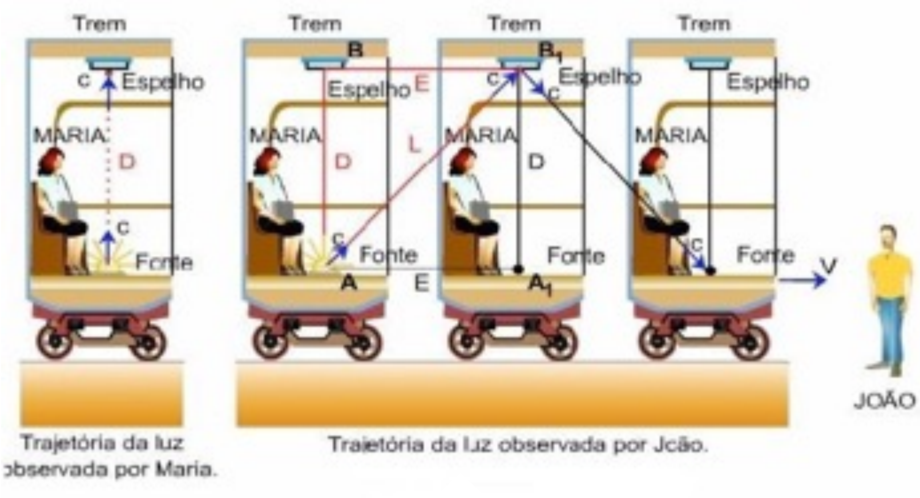
$$z = z'$$

Velocidades baixas: (vale a mecânica clássica)

V →c: dominam os efeitos relativísticos

... Efeitos cinemáticos da TL:

1) Dilatação do tempo:



$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

Por Pitágoras chega-se que

$$\Delta t^2 = \left(\frac{2D}{c}\right)^2 \left(\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) \Rightarrow \Delta t = \gamma . \Delta t_0$$

onde $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

que é o fator de Lorentz.

O tempo não é mais absoluto depende do referencial!!!

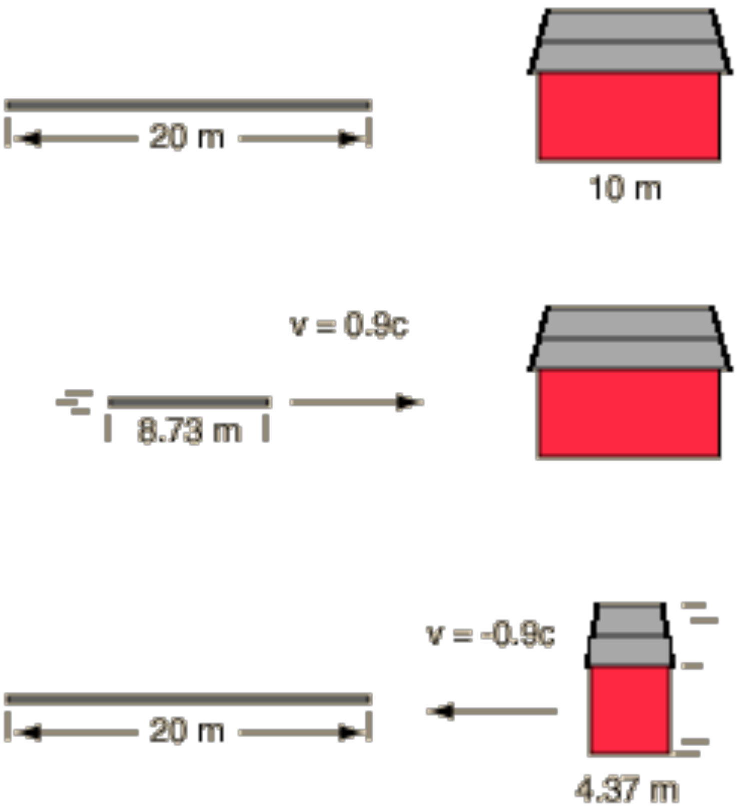
... Efeitos cinemáticos da TL:

2) Contração do Espaço:

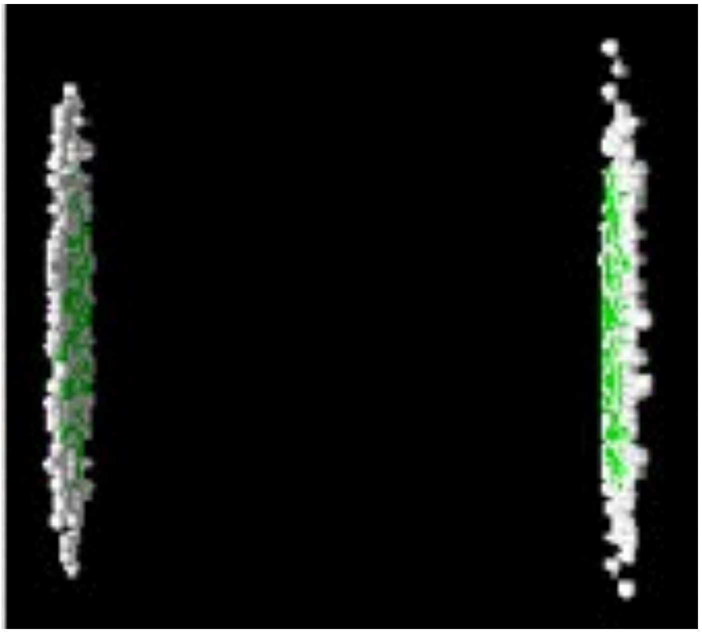
$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$



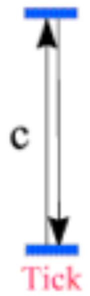
Ocorre com os núcleos colidindo a altas energias:

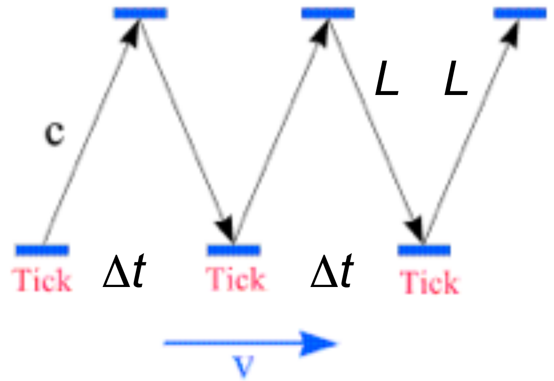


Aplicações

A relatividade do tempo

Δt_0





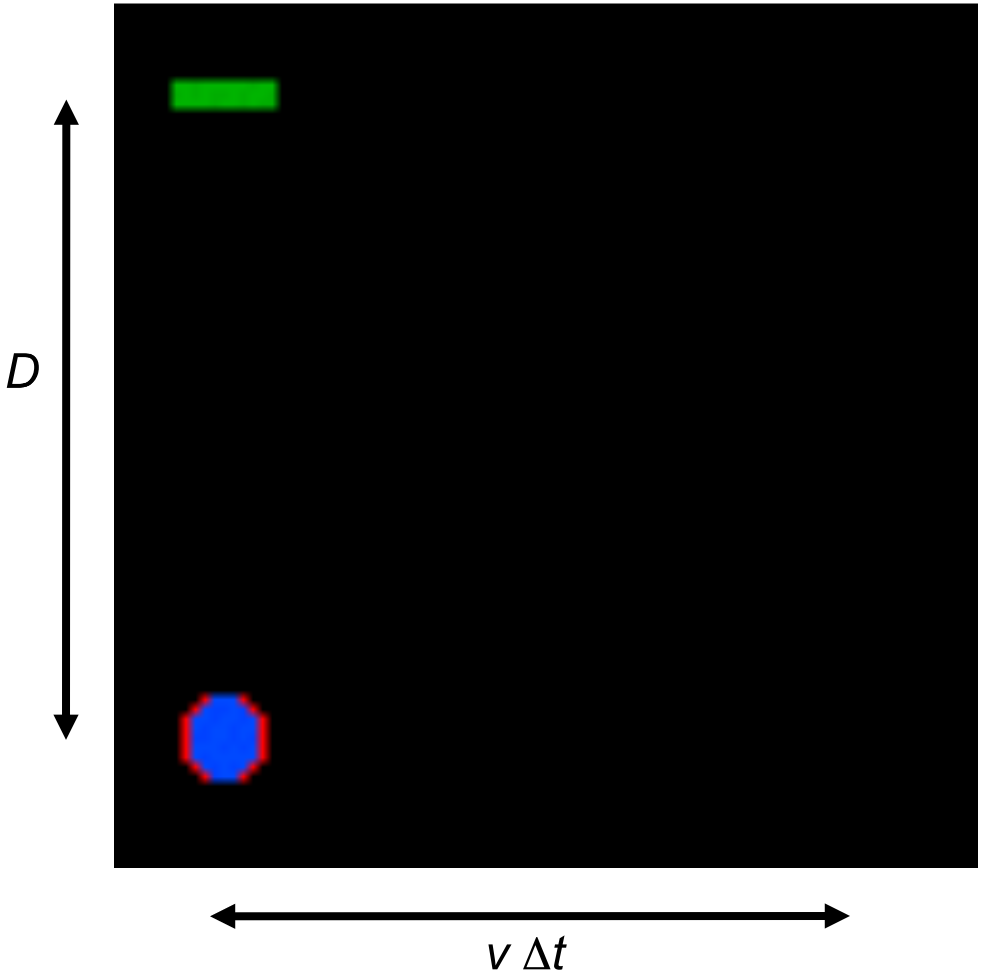
Tempo próprio

↓

Mesmas coordenadas espaciais

Tempo ⟷ Espaço

A relatividade do tempo



$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

$$L^2 = D^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}}$$

O fator de Lorentz e o parâmetro de velocidade

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Fator de Lorentz

Parâmetro de velocidade (% c)

$$\boxed{\beta < 1 \Rightarrow \gamma > 1}$$

Portanto:

$$\boxed{\Delta t = \gamma \, \Delta t_0}$$

(dilatação temporal)

Exercícios e Problemas

3E. O tempo médio de vida de múons estacionários é de 2,2 μs. O tempo médio de vida dos múons de alta velocidade produzidos pelos raios cósmicos é de 16 μs no referencial da Terra. Determine a velocidade em relação à Terra dos múons produzidos pelos raios cósmicos.

Δt

Tempo próprio

Δt_0

Exercícios e Problemas

$$\Delta t = \gamma\, \Delta t_0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\Delta t}{\Delta t_0}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

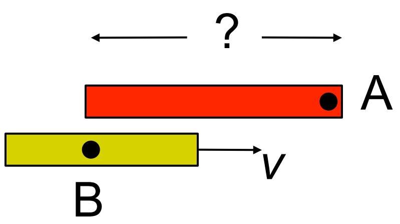
$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \qquad \Rightarrow \quad v = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2}$$

$$v = 2,998 \times 10^8 \sqrt{1-\left(\frac{2,2}{16}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad v = 2,9695 \times 10^8 m/s$$

A relatividade das distâncias

Medidas de comprimento de um corpo:

- Em repouso: coordenadas das extremidades
- Em movimento: simultaneamente (em nosso ref.)



$$L_0 = v\Delta t$$ (observador em repouso A)

$$L = v\Delta t_0$$ (observador em movimento B)

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\Delta t_0}{v\Delta t} = \frac{1}{\gamma}$$

A contração das distâncias

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

(contração das distâncias)

Comprimento
próprio

Exercícios e Problemas

12P. (a) Uma pessoa seria capaz, em princípio, de viajar da Terra até o centro da galáxia (que está a cerca de 23000 anos-luz de distância) em um tempo de vida normal? Explique por quê, levando em conta a dilatação dos tempos ou a contração das distâncias. (b) Com que velocidade constante a pessoa teria que viajar para fazer a viagem em 30 anos (tempo próprio)?

Exercícios e Problemas

(b)

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$L_0 = 23000\text{anos} - \text{luz} = 23000c$$

$$\Delta t_0 = 30\text{anos}$$

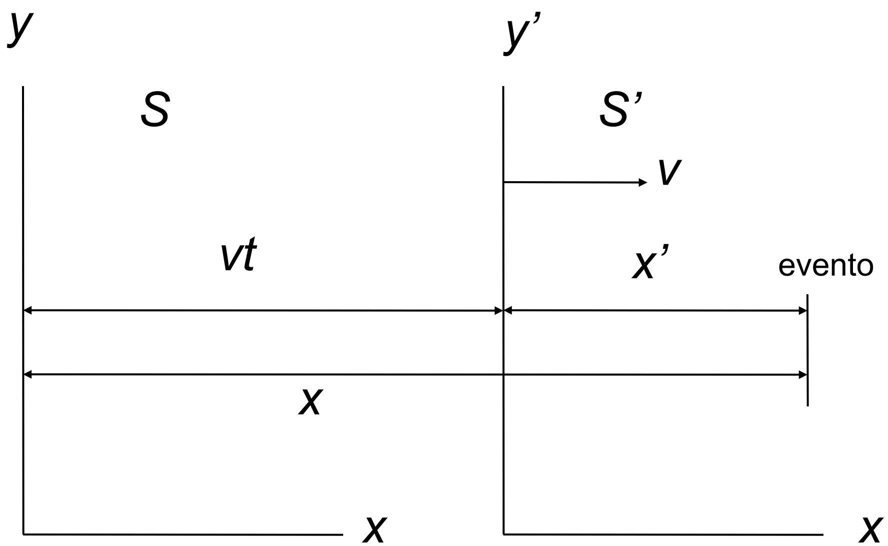
$$v = \frac{L_0}{\Delta t} \Rightarrow \ \Delta t = \frac{L_0}{v}$$

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \Rightarrow \ \frac{L_0}{v} = \gamma\,\Delta t_0 \Rightarrow \ \gamma v = \frac{L_0}{\Delta t_0}$$

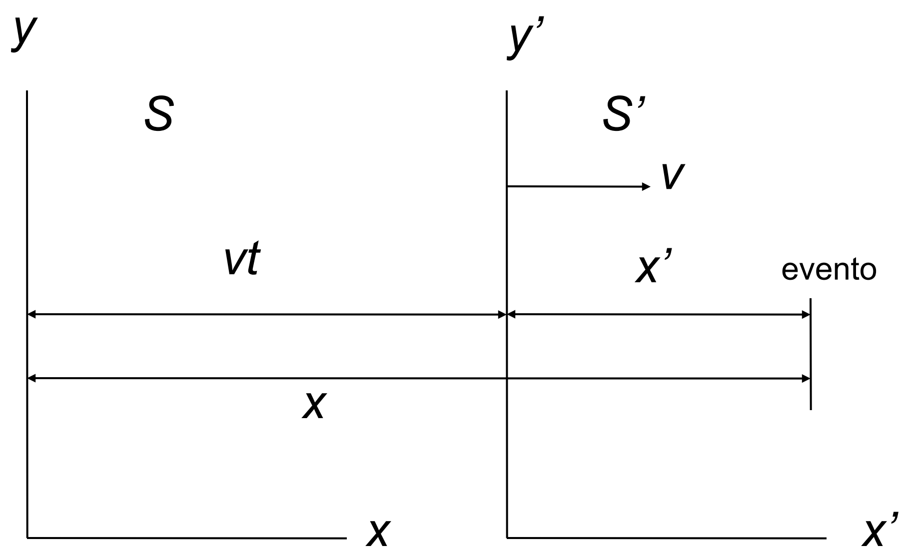
$$\frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{L_0}{\Delta t_0} \Rightarrow \ \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{L_0/c}{\Delta t_0}$$

$$\boxed{\beta \approx 0,9999991494}$$

A transformação de Lorentz



As equações de transformação de Galileu

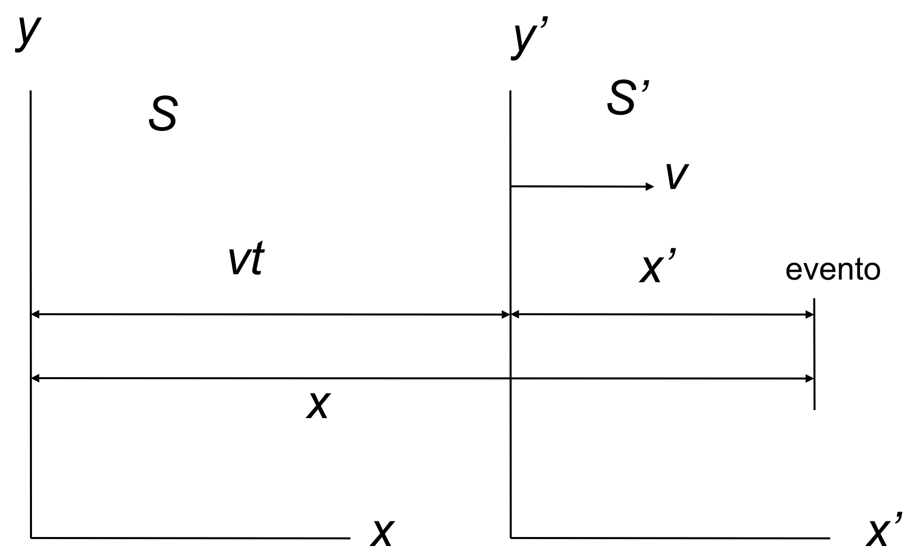


$$\begin{cases} x' = x - vt \\ t' = t \end{cases}$$

Válidas para baixas velocidades

As equações de transformação de Lorentz

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - vx/c^2) \end{cases}$$



Válidas para qualquer velocidade fisicamente possível

Para pares de eventos

$$\begin{cases} \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2) \end{cases}$$

O referencial *S'* esta se movendo com velocidade *v* em relação ao referencial *S*.

Verificação

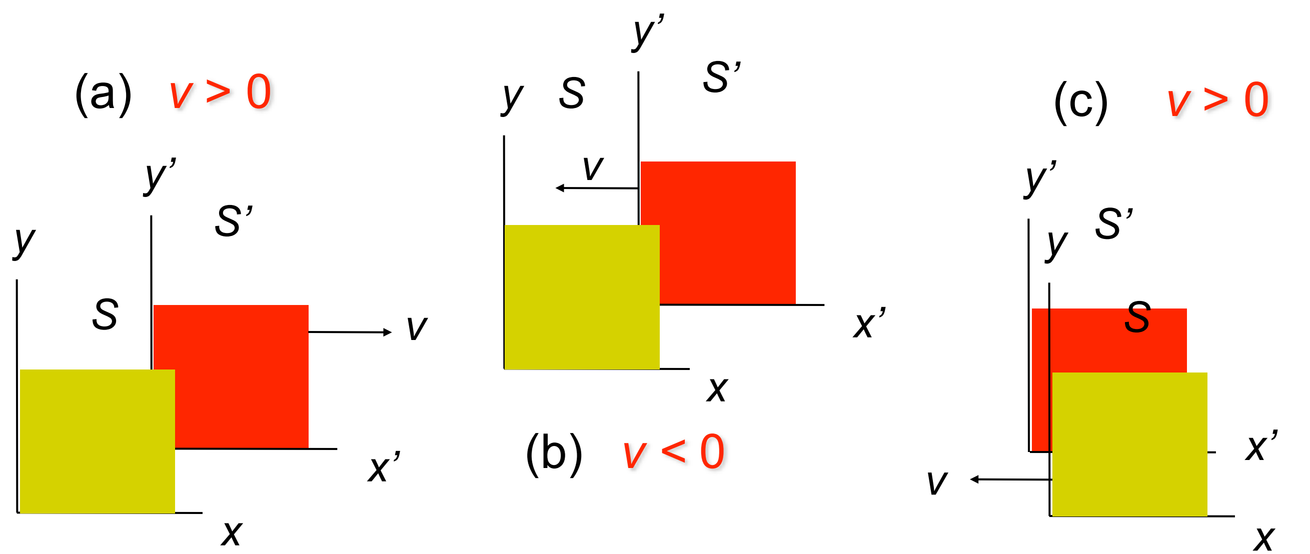
As figuras abaixo mostram três situações nas quais um referencial *x'y'* e um referencial *xy* estão em movimento relativo ao longo da direção comum dos eixos *x* e *x'*, como indica o vetor velocidade associado a um dos referenciais. Em cada situação, se tomarmos o referencial *x'y'* como estacionário, o parâmetro *v* das equações anteriores será um número positivo ou negativo?

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$$

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)$$

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2)$$



Algumas conseqüências

<u>Simultaneidade</u>

Dois eventos simultâneos em locais diferentes em *S'*:

$$\Delta t' = 0 \quad ; \quad \Delta x' \neq 0$$

Já em *S*:

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = \gamma \frac{v \Delta x'}{c^2}}$$

Algumas conseqüências

Dilatação dos tempos

Dois eventos no mesmo local e em ocasiões diferentes em *S'*:

$$\Delta x' = 0 \quad ; \quad \Delta t' \neq 0$$

Já em *S*:

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = \gamma \Delta t'}$$

Algumas conseqüências

Contração das distâncias

Régua em repouso em *S'*, com comprimento $\Delta x'$.

Medidas simultâneas em *S,* i. e., Δx é o comprimento da régua:

$$\Delta t = 0$$

Como:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma}}$$

Exercícios e Problemas

38.13P. Um astronauta parte da Terra e viaja com uma velocidade de 0,99c em direção a estrela Vega, que está a 26 anos-luz de distância. Quanto tempo terá passado, de acordo com os relógios da Terra, (a) quando o astronauta chegar a Vega e (b) quando os observadores terrestres receberem a notícia de que o astronauta chegou a Vega? (c) Qual é a diferença entre o tempo de viagem de acordo com os relógios da Terra e o tempo de viagem de acordo com o relógio de bordo?

Exercícios e Problemas

(a) No mesmo referencial inercial:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{26\text{anos}\,\cancel{c}}{0,99\cancel{c}} \approx \boxed{26,26\text{anos}}$$

(b) Supondo que seja enviado um sinal de rádio, este viaja a c de volta:

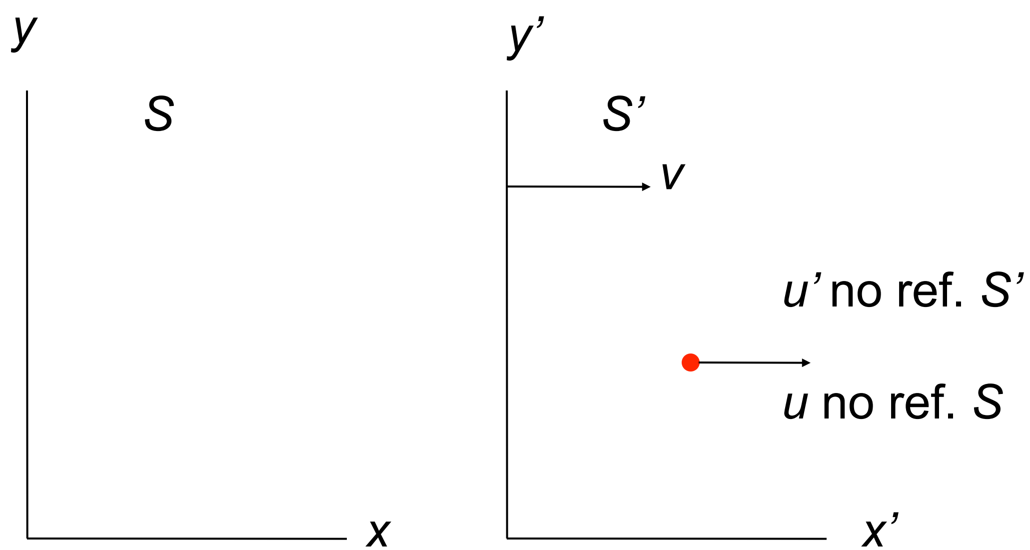
$$\Delta t_s = 26,26\text{anos} + 26\text{anos} = 52,26\text{anos}$$

(c) Temos que calcular o tempo próprio:

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}} = \Delta t\sqrt{1-(v/c)^2}$$

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-(0,99)^2} \approx 0,1411\Delta t \boxed{\approx 3,7\text{anos}}$$

A relatividade das velocidades



Partícula emite 2 sinais separados no tempo. Observador mede dist. e tempo, relacionados por:

$$\begin{cases} \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \end{cases}$$

A relatividade das velocidades

Dividindo:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + v\Delta x'/c^2}$$

Ou:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'/\Delta t' + v}{1 + v(\Delta x'/\Delta t')/c^2}$$

Fazendo:

$$\Delta t; \Delta x; \Delta t'; \Delta x' \rightarrow 0$$

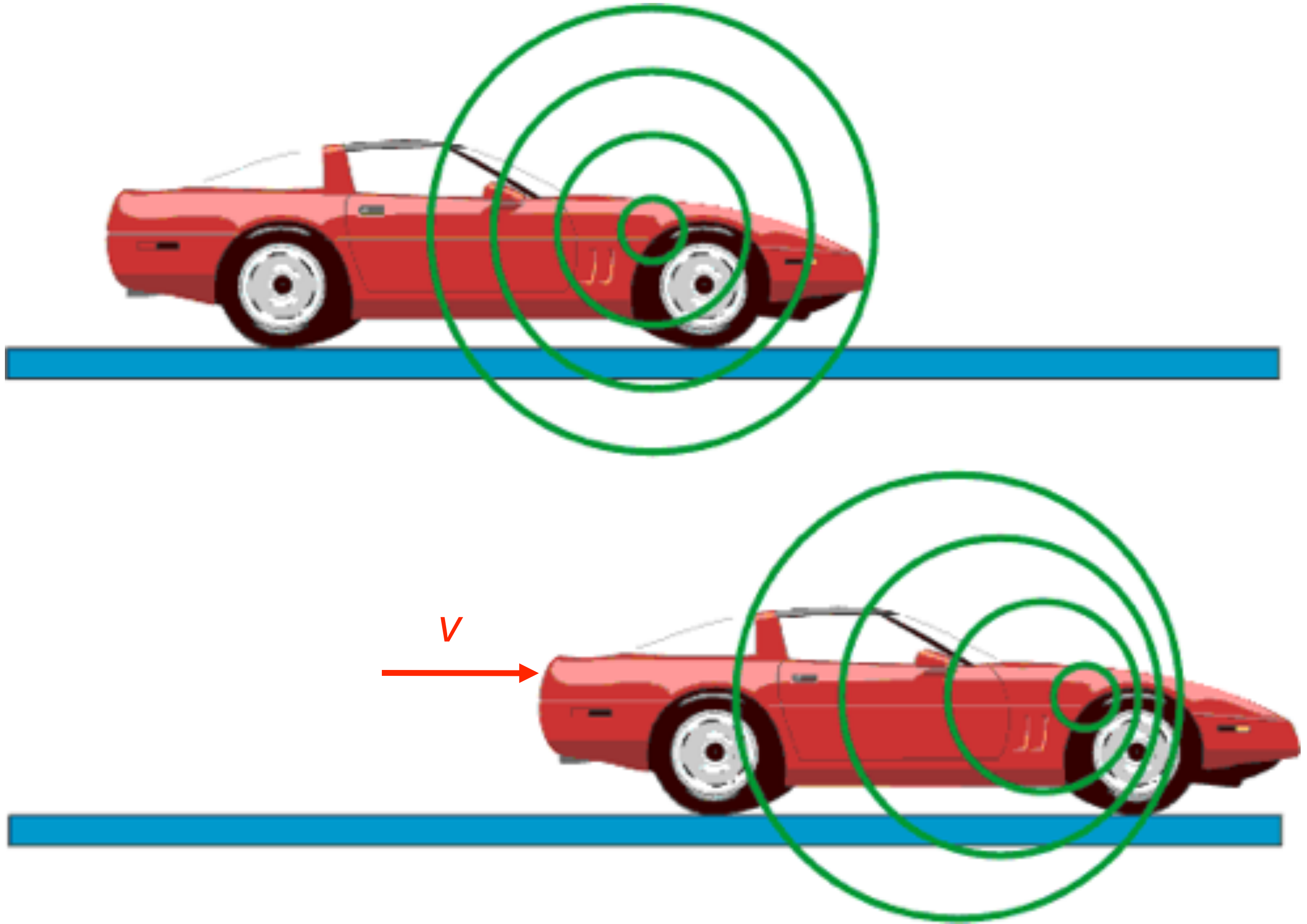
Temos:

$$\boxed{u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}}$$

(transformação relativística das velocidades)

O efeito Doppler

Para o som:



O efeito Doppler para a luz

lembrem-se do 2o. Postulado:

“A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas das direções e em todos os referenciais inerciais.”

Apenas a freqüência muda. Importante é apenas veloc. entre fonte e detector

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$ (fonte e detector se afastando)

Freqüência própria

$$f = f_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$ (fonte e detector se aproximando)

Exercícios e Problemas

31P. Uma espaçonave está se afastando da Terra a uma velocidade de 0,20c. Uma fonte luminosa na popa da nave parece azul (λ=450 nm) para os passageiros. Que cor teria a fonte para um observador terrestre que estivesse assistindo à partida da nave?

Comp. de onda próprio

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \Rightarrow \frac{\cancel{c}}{\lambda} = \frac{\cancel{c}}{\lambda_0}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

(fonte e detector se afastando)

$$\lambda = \lambda_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 450\sqrt{\frac{1+0,2}{1-0,2}} \approx \boxed{551\ \text{nm}}$$

Amarelo-esverdeado

O efeito Doppler para a luz

Na astronomia, velocidade radial pequena:

$$f = f_0(1 \pm \beta)$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

Comp. de onda próprio

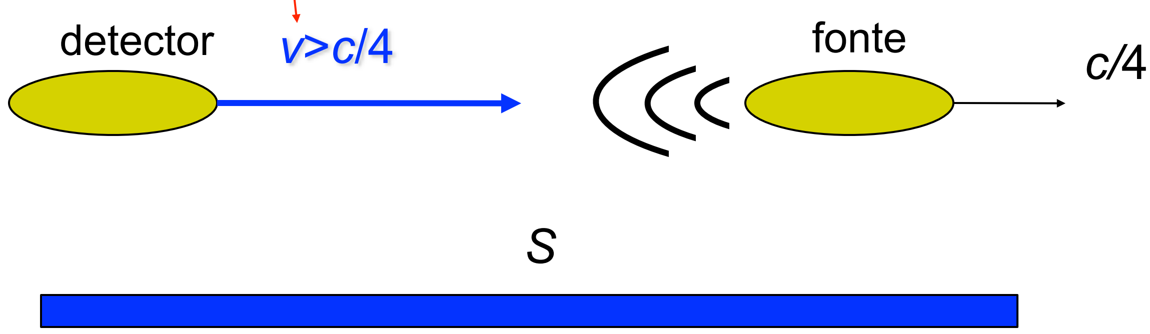
Ou:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c$$

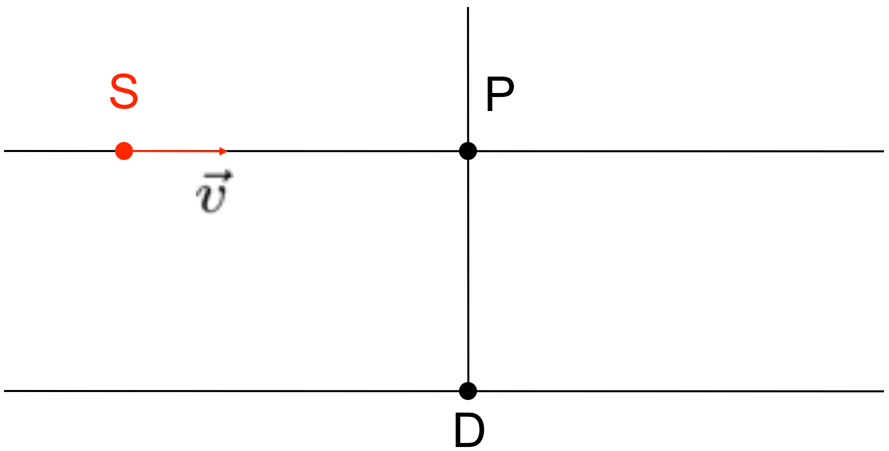
Deslocamento Doppler

Verificação

A figura mostra uma fonte que emite luz de freqüência própria f_0 enquanto se move para a direita com velocidade $c/4$ em relação ao referencial S. A figura também mostra um detector de luz, que mede uma freqüência $f > f_0$ para a luz detectada. (a) O detector esta se movendo para a esquerda ou para a direita? (b) A velocidade do detector em relação ao referencial S é maior que $c/4$, menor que $c/4$ ou igual a $c/4$?



Efeito Doppler transversal



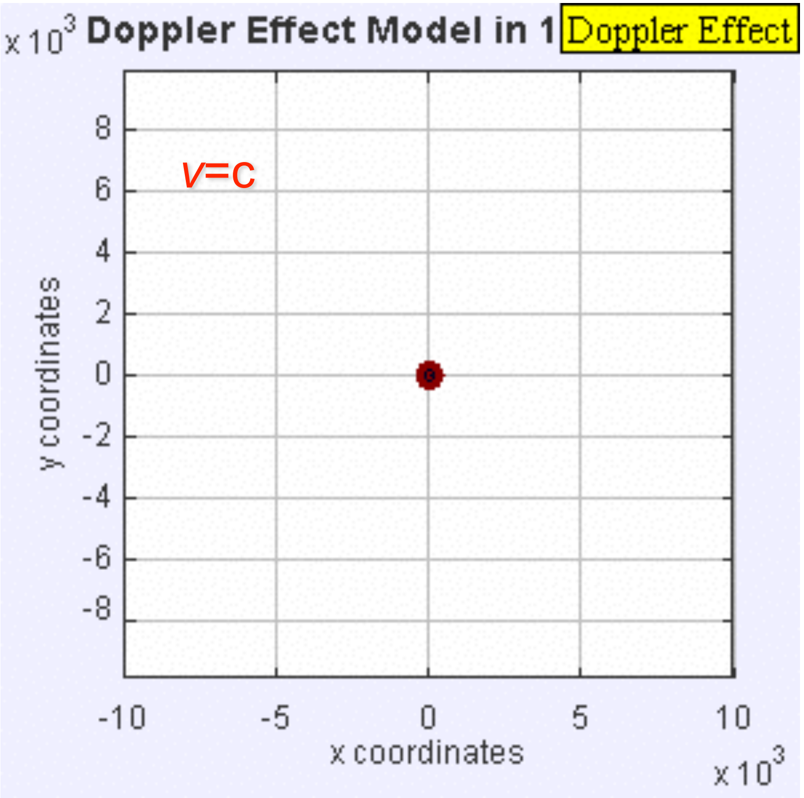
Dilatação dos tempos:

$$T = \gamma T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

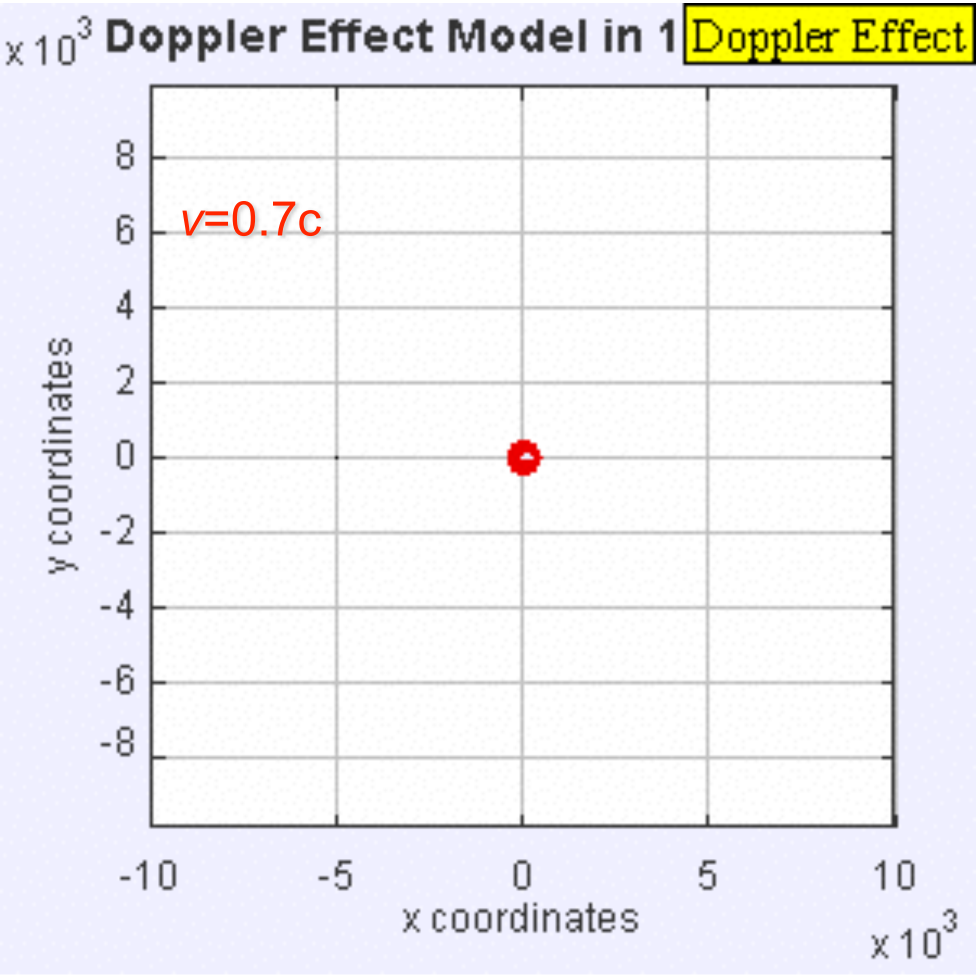
Como *T=1/f*:

$$\Rightarrow \quad \boxed{f = f_0\sqrt{1-\beta^2}}$$ (efeito Doppler transversal)

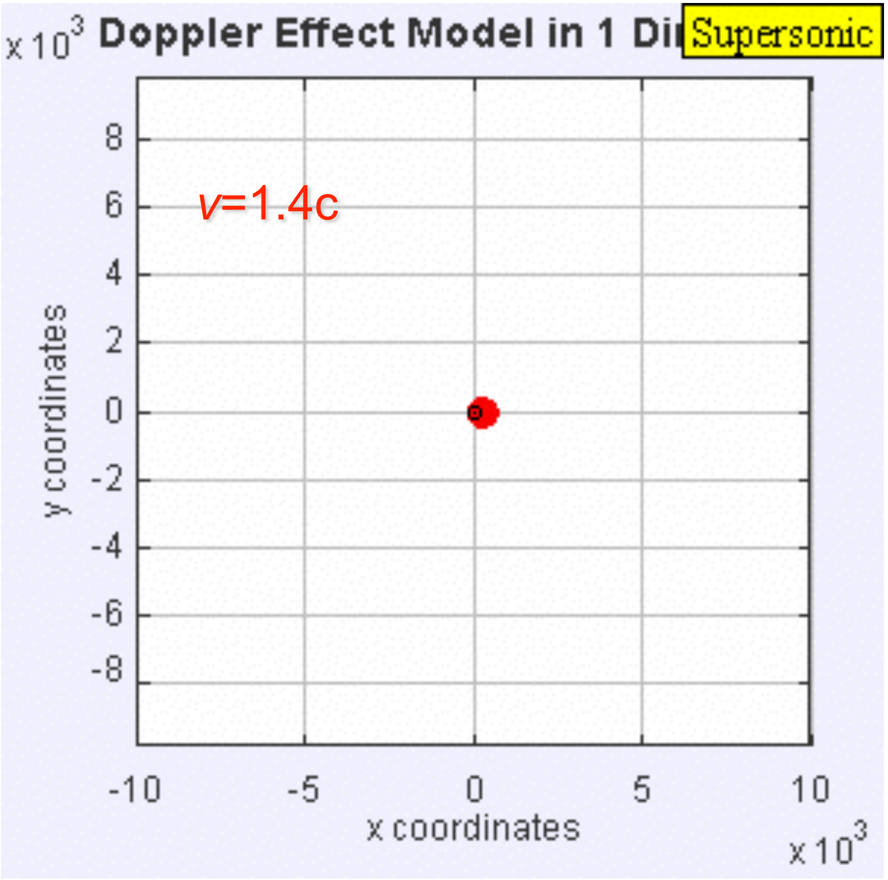
Exemplos de Efeito Doppler ($f = f_0$)



Exemplos de Efeito Doppler ($f = 0.59f_0$)



Exemplos de Efeito Doppler ($f = 0.42f_0$)



Exemplos de Efeito Doppler (v > 300 m/s)

Uma nova interpretação do momento

Uma nova interpretação do momento

$$p = mv = m\frac{\Delta x}{\Delta t}$$ (momento clássico)

$$p = m\frac{\Delta x}{\Delta t_0}$$ (nova definição)

$$p = m\frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m\frac{\Delta x}{\Delta t}\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m\frac{\Delta x}{\Delta t}\gamma$$

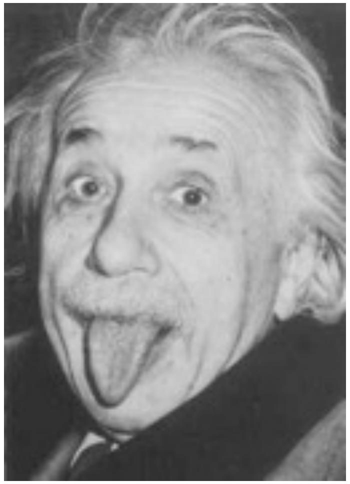
$$\boxed{\vec{p} = \gamma m\vec{v}}$$ (momento relativístico)

Uma nova interpretação da energia

Massa como forma de energia

$$E_0 = mc^2$$

Energia de repouso



Corpo	Massa(Kg)	Energia equivalente	
Eletron	$9,11 \times 10^{-31}$	$8,19 \times 10^{-14}$J	(= 511 keV)
Proton	$1,67 \times 10^{-27}$	$1,50 \times 10^{-10}$J	(= 938 MeV)
Atomo de uranio	$3,95 \times 10^{-25}$	$3,55 \times 10^{-8}$J	(= 225 GeV)
Particula de poeira	1×10^{-13}	1×10^{4}J	(= 2 kcal)
Moeda pequena	$3,1 \times 10^{-3}$	$2,8 \times 10^{14}$J	(= 78 GW · h)

Unidades práticas

Unidade de massa atômica:

$$1\,\mathsf{u} = 1,66 \times 10^{-27}\,\mathsf{kg}$$

Elétron-volt:

$$1\,\mathsf{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\,\mathsf{J}$$

c^2:

$$c^2 = 9,315\times10^8\,\mathsf{eV/u} = 9,315\times10^5\,\mathsf{keV/u} = 931,5\,\mathsf{MeV/u}$$

Energia total (supondo E_{pot}=0)

$$E = E_0 + K = mc^2 + K$$

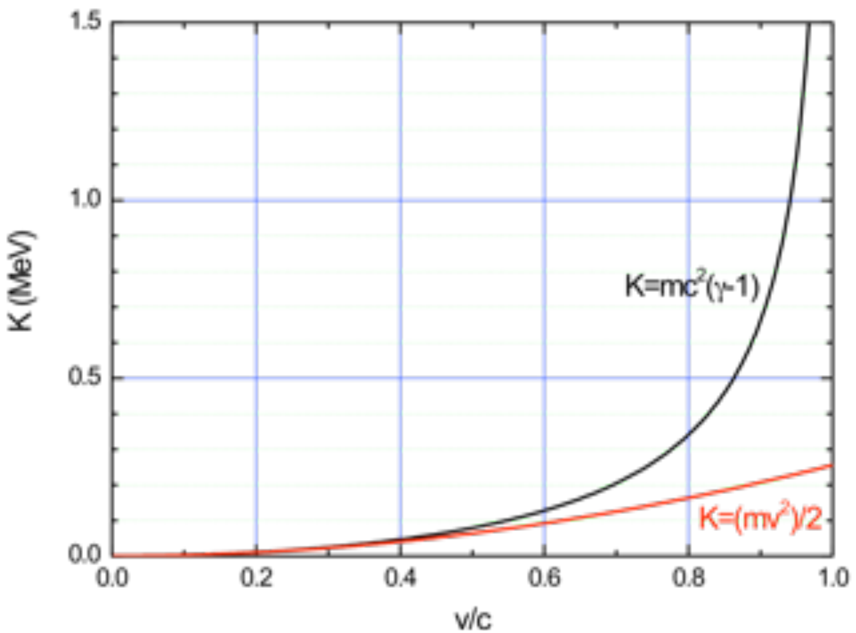
$$\boxed{E = \gamma mc^2}$$

"A energia total *E* de um *sistema isolado* não pode mudar."

$$\boxed{Q = -\Delta M\, c^2}$$

Energia cinética

$$K = E - mc^2 = \boxed{mc^2(\gamma - 1)}$$

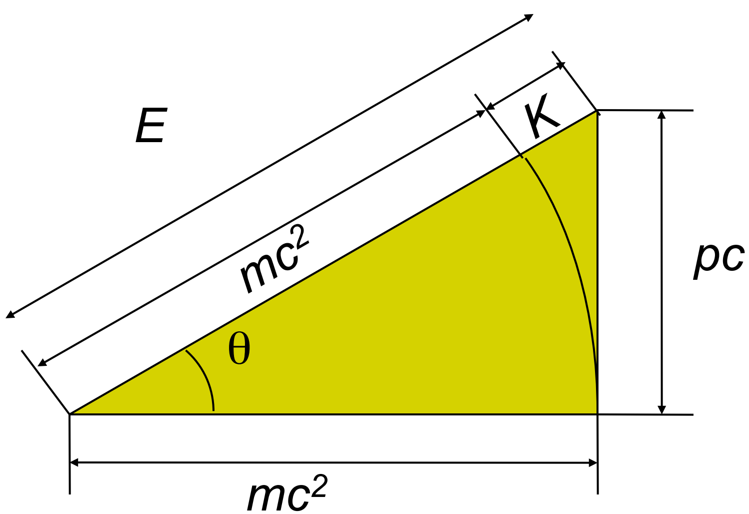


Momento e energia cinética

$$\left.\begin{array}{l} K = mc^2(\gamma - 1) \\ p = \gamma m v \end{array}\right\} \Rightarrow (pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2$$

Ou:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$



sen θ = β

cos θ = 1/γ

Verificação

(a) A energia cinética de um elétron de 1 GeV é maior, menor ou igual a de um próton de 1 GeV?   (b) Repita o item (a) para a energia total.

(a) igual, pois o termo “de … GeV” significa de energia cinética.

(b) Energias de repouso
Elétron: 511 keV ,   Próton: 938 MeV
Como a energia total é:

$$E = E_0 + K = mc^2 + K$$

$$\boxed{E_{eletron} < E_{proton}}$$

Exercícios e Problemas

38.44P. O tempo de vida médio dos múons em repouso é de 2,20 μs. As medidas dos múons produzidos em um acelerador de partículas mostram que eles têm um tempo de vida de 6,90 μs. Determine (a) a velocidade, (b) a energia cinética e (c) o momento destes múons no referencial do laboratório. A massa de um múon é de 207 vezes maior que a do elétron.

Sabemos:

$$\Delta t_0 = 2,20\,\mu s$$
$$\Delta t = 6,90\,\mu s$$
$$m_\mu = 207\,m_e$$

(a)

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\Delta t}{\Delta t_0}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \Rightarrow \quad v = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2}$$

$$v = 2,998\times 10^8\sqrt{1-\left(\frac{2,2}{6,90}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 2,8415\times 10^8 m/s}$$

(b)

$$K = mc^2(\gamma - 1)$$

$$m_\mu = 207\,m_e = 0,1136\,\text{u}$$

$$c^2 = 9,315\times 10^8\,\text{eV/u}$$

$$\gamma = \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = 3,1364$$

$$K = mc^2(\gamma - 1) = 0,1136.9,315\times 10^8(3,1364-1) \approx \boxed{226\text{MeV}}$$

(c) $$p = \gamma m v$$

$$\gamma = \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = 3,1364$$

$$m_\mu = 207\, m_e = 0,1136\, \mathrm{u} = 1,89 \times 10^{-28} kg$$

$$v = 2,8415 \times 10^8 m/s$$

$$\Rightarrow \quad p = 3,1364.\, 1,89 \times 10^{-28}.\, 2,8415 \times 10^8 = \boxed{1,68 \times 10^{-19} kg\, m/s}$$

$$p = (1,68 \times 10^{-19} / 1,60 \times 10^{-19})\, .2,998 \times 10^8 \approx \boxed{314\mathrm{MeV}/c}$$

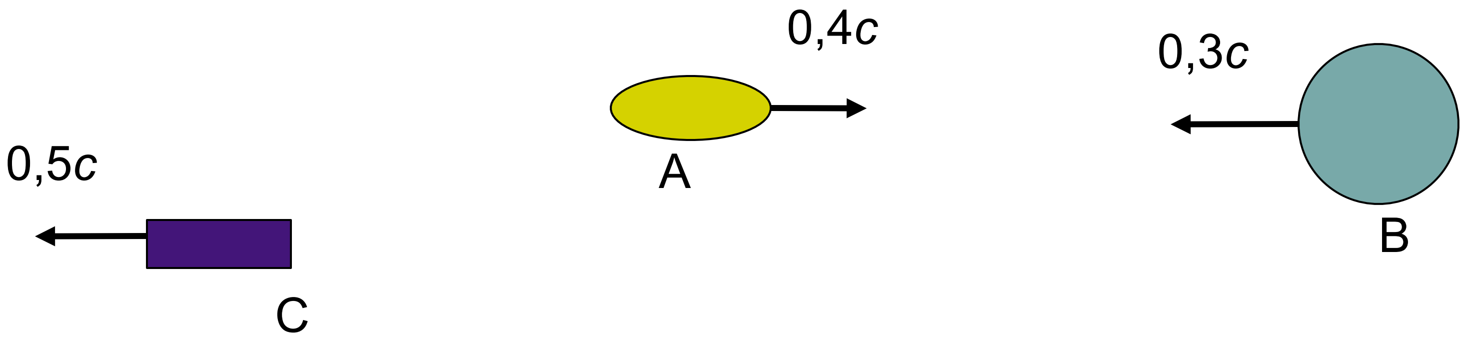
Ou então:

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\sqrt{K^2 + 2Kmc^2}}{c}$$

$$\boxed{p \approx 314\mathrm{MeV}/c}$$

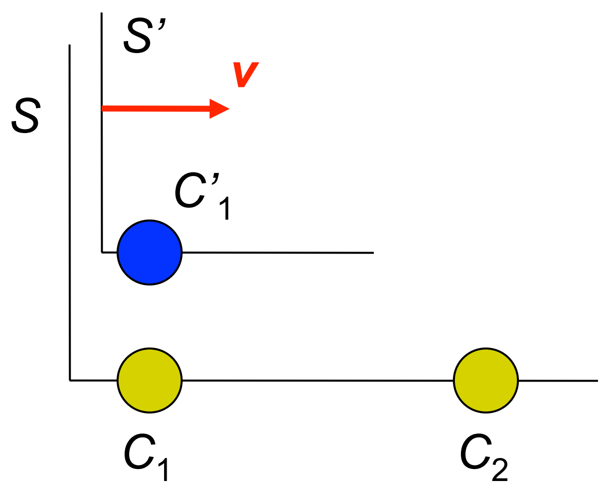
Perguntas

1. Na figura abaixo, a nave A envia um pulso de laser em direção a nave B, enquanto a nave C se afasta. As velocidades das naves, indicadas na figura, foram medidas no mesmo referencial. Coloque as naves na ordem da velocidade do pulso medida no referencial de cada nave, começando pela maior.



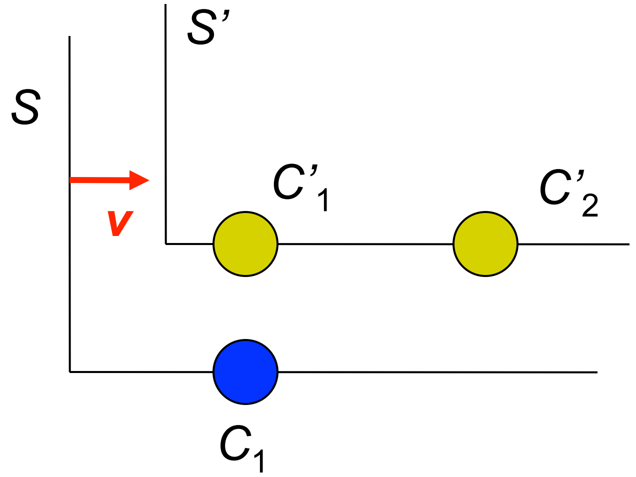
Perguntas

2. A figura abaixo mostra dois relógios situados no referencial estacionário *S* (eles estão sincronizados neste referencial) e um relógio situado no referencial móvel *S'*. Os relógios C_1 e C'_1 indicam t = 0 quando passam um pelo outro. Quando os relógios C'_1 e C_2 passam um pelo outro, (a) qual dos relógios indica o menor tempo e (b) qual dos relógios indica o tempo próprio?



Perguntas

3. A figura abaixo mostra dois relógios no referencial estacionário *S'* (eles estão sincronizados neste referencial) e um relógio situado no referencial móvel *S*. Os relógios C_1 e C'_1 indicam t = 0 quando um passa pelo outro. Quando os relógios C_1 e C'_2 passam um pelo outro, (a) qual dos relógios indica o menor tempo e (b) qual dos relógios indica o tempo próprio?

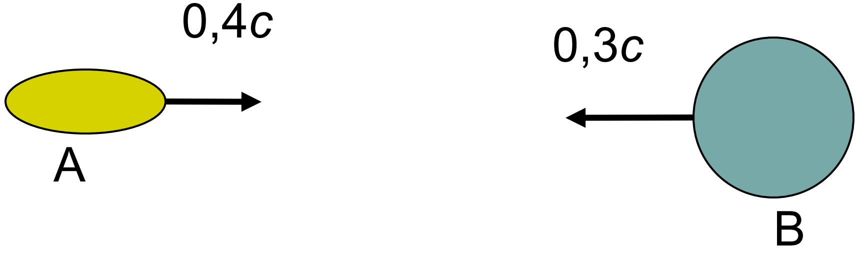


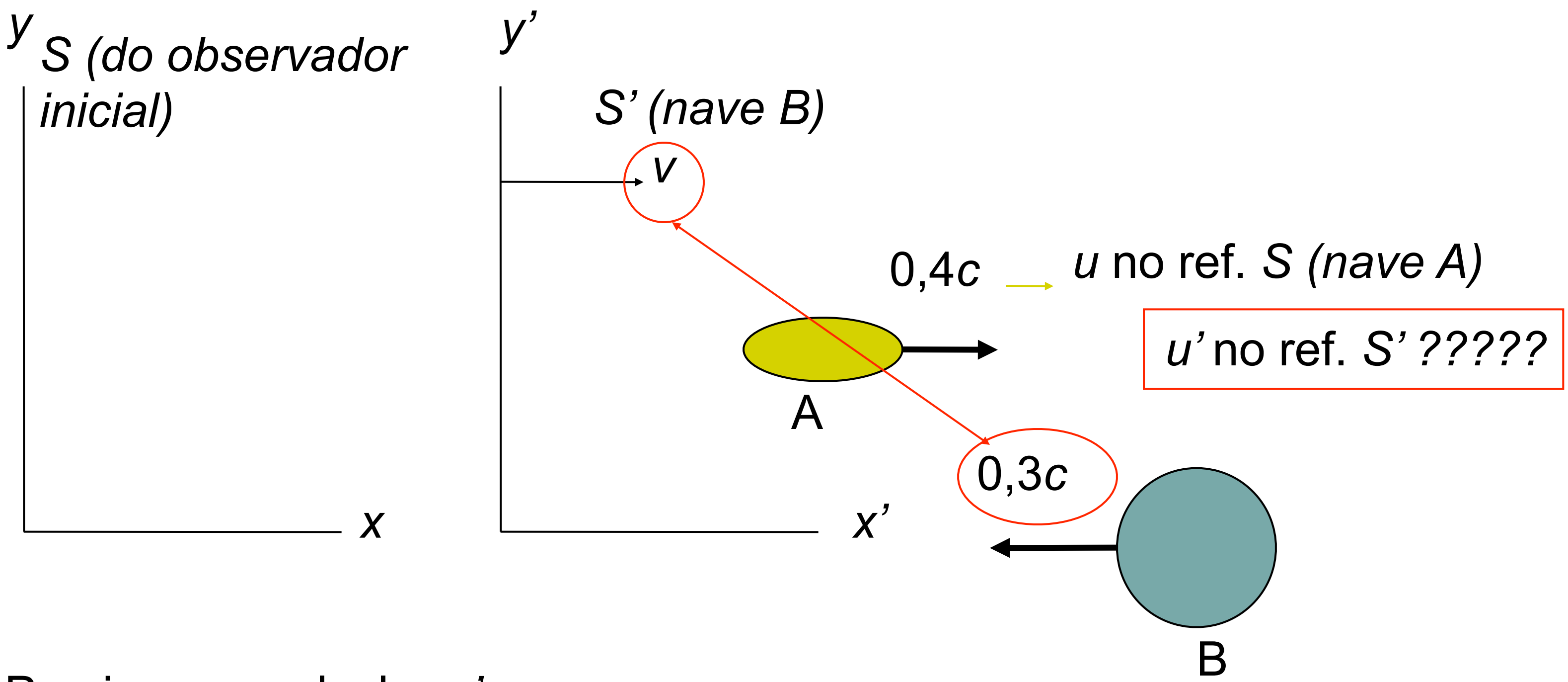
Perguntas

4. João parte de Vênus em uma espaçonave para Marte e passa por Maria, que se encontra na Terra, com uma velocidade relativa de 0,5c. (a) João e Maria medem o tempo total da viagem entre Vênus e Marte. Qual dos dois mede um tempo próprio? (b) No caminho, João envia um pulso de laser para Marte. João e Maria medem o tempo de viagem do pulso. Qual dos dois mede um tempo próprio?

Perguntas

7. As naves A e B da figura abaixo estão em rota de colisão; as velocidades indicadas foram medidas no mesmo referencial. A velocidade da nave A em relação a nave B é maior que 0,7c, menor que 0,7c ou igual a 0,7c ?





Precisamos calcular *u'*:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \Rightarrow u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2}$$

Como *u = 0,4c* e *v = -0,3c*:

$$u' = \frac{0,4c + 0,3c}{1 + 0,4c0,3c/c^2} = \frac{0,7c}{1,12} = \boxed{0,625c}$$

BACKUP SLIDES

...Composição de Velocidades:

- A velocidade instantânea v’(t’) da partícula m (S’) tem as componentes:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

- A velocidade v(t) da partícula em relação a (S) tem componentes:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

onde x(t), y(t), z(t) estão relacionados com x’(t’), y’(t’),z’(t’) pela TL.

$$\begin{cases} dx' = \gamma\left(dx - Vdt\right) \\ dt' = \gamma\left(dt - \frac{v}{c^2}dx\right) \\ dy' = dy \\ dz' = dz \end{cases}$$

O que implica em:

$$v'_x = \frac{v_x - v}{\left(1 - \frac{v_x . v}{c^2}\right)} \qquad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x . v}{c^2}\right)} \qquad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x . v}{c^2}\right)}$$

A lei relativística de composição de velocidade, se , $v <<<< c$ ela se reduz à lei de Galileu.

...Dinâmica Relativística

- Após substituir a cinemática newtoniana era preciso reformular a dinâmica newtoniana para que fosse compatível com a nova cinemática.

- Na mecânica newtoniana, admitem-se forças de interação entre partículas que ficam inteiramente determinadas pelas suas posições instantâneas, tais como a gravitação, dada pela lei de Newton da gravitação universal.

- Tais forças são inadmissíveis na mecânica relativística: o conceito de posições simultâneas das partículas de um sistema depende do referencial, e a velocidade limite de propagação das interações é c.

...Dinâmica Relativística

- Podemos admitir as eletromagnéticas cuja formulação é compatível com a relatividade, a velocidade de propagação no vácuo das interações eletromagnéticas é c.

- Um outro tipo de interação que podemos admitir são forças de contato que atuam apenas quanto duas partículas entram em contato numa colisão, e podem ser idealizadas como atuando apenas no instante e no ponto de contato, sendo portanto compatíveis com a relatividade.

...Momento Relativístico

- Na mecânica relativística o momento é da mesma forma proporcional a v, mas m apesar de continuar sendo um escalar ,não é mais necessariamente invariável, pode depender da única grandeza escalar associada a v, a magnitude da velocidade.

$$m = m(v)$$

$$v = |v|$$

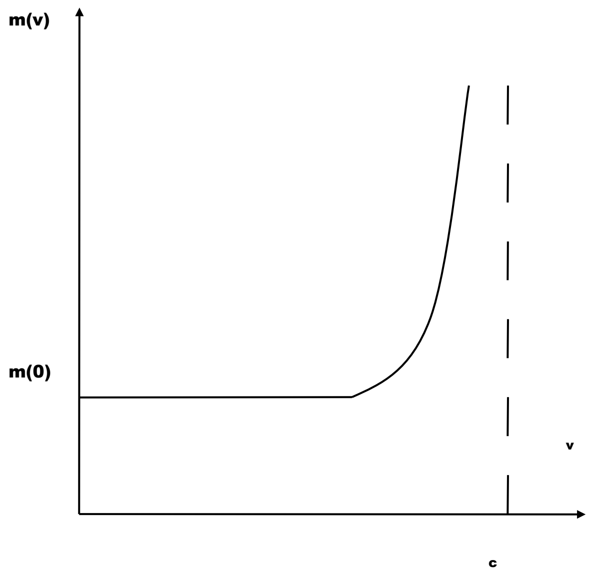
de forma que

$$p = m(v).v$$

...Momento Relativístico

Com uma série de deduções que não cabem nesse aqui, chegou-se que a massa é dada pela seguinte relação:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



$$m_0 = m(0)$$

onde m_0 é o valor próprio de $m(v)$, obtido quando a partícula está em repouso.

...Momento Relativístico

- Mas, no limite de baixas velocidades, devemos obter a mecânica não-relativística (newtoniana), em que m representa a massa da partícula. Logo, m_0 é a massa de repouso, e a expressão relativística do momento deve ser dada por

$$p = m(v).v = \frac{m_0.v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_o v$$

- A característica da inércia da partícula que tem um significado invariante é a sua massa própria m_0 .

- O momento depende do fator de Lorentz se a partícula estiver no centro do referencial.

...Energia relativística

- T = E + constante

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m.c^2$$

- Por definição, a energia cinética de uma partícula deve anular-se quando ela está em repouso (v = 0). Portanto, a constante de integração tem de valer , o que dá:

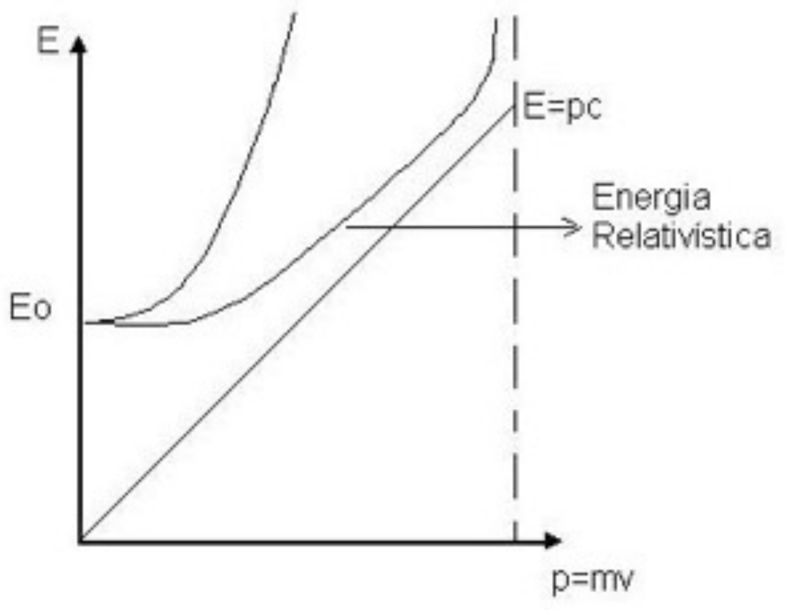
$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right)$$

- E representa a energia total da partícula, a constante é a energia de repouso e T é a energia cinética.

... Relação entre energia e momento:

- Elevando-se a equação do momento e da energia ao quadrado e dividindo por c² obtemos:

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$



- Quando m_o= 0 (ex. fóton)

$$E = pc$$

- Outra fórmula para a velocidade:

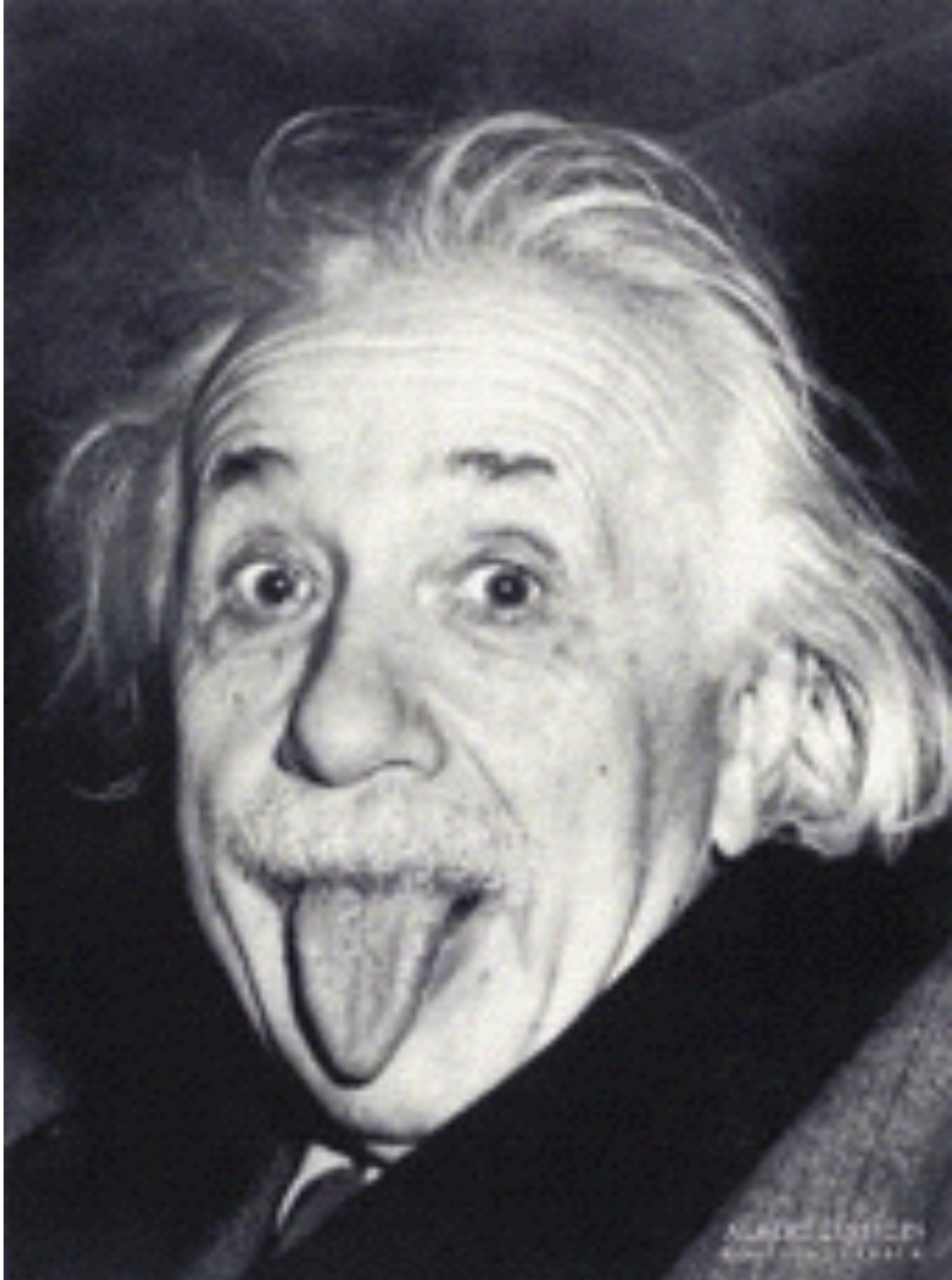
$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{pc}{E}$$

...Cálculo das velocidades dos feixes nos aceleradores

	Momento máximo que um próton pode ser acelerado:	$\beta = \frac{v}{c}$
AGS/BNL	11,6 Gev/c	0.9963
SPS / CERN	450 Gev/c	0.99999753
Tevatron / Fermilab	3000Gev/c	0.999999944
RHIC / BNL	100 Gev/c	0.99995
LHC / CERN	1,5 Gev/c	0,832
Pelletron	0,016 Gev/c	0,016

m = 1Gev/c^2 (massa de repouso do próton)

Obrigada!!



Salvador Dali e a Relatividade

O quadro Persistência da Memória (também conhecida por Relógios Moles), foi pintado a óleo, aplicado sobre tela com 24,1 por 33 cm. Encontra-se exposto no Museu de Arte Moderna de Nova Iorque.

Na tela encontram-se representados três relógios que marcam diferentes horas tendo como fundo a paisagem de Porto Lligat, localizado no norte de Espanha, (memória de infância de Dali). Segundo o próprio autor, a solução formal dos relógios derivam de um queijo camembert que Dali se encontrava a observar enquanto pintava. As suas formas sensuais têm uma evidente conotação sexual, nomeadamente o que se encontra no centro do quadro, estendido sobre uma pedra que simula o retrato do artista.

Referencias