



# Física VIII

Difração

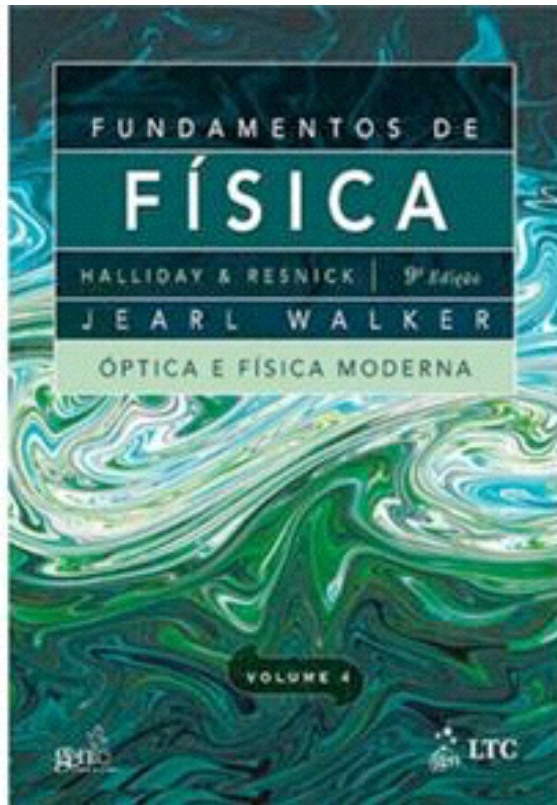
Sandro Fonseca de Souza

# Normas e Datas



- Atendimento ao estudante: quarta-feiras de 09:00 - 10:00 na sala 3016 A.
- Os alunos com menos de 75% de presença serão reprovados por falta.
- Entretanto, solicitações extraordinárias devem ser feitas por escrito na secretaria do IF (3002B ou 3001A).
- Abono de faltas somente serão aceitos mediante requerimento na secretaria do departamento até 7 dias úteis a contar da data da falta.
- A presença, participação e pontualidade dos alunos também será avaliada na média final do curso.
- Data das provas: P1-30/09, P2-21/10 e P3-04/11

# Bibliografia



Fundamentos da Física  
Halliday & Resnick  
Volume 4

Seja bem-vindo à TWiki DFNAE

## Disciplinas:

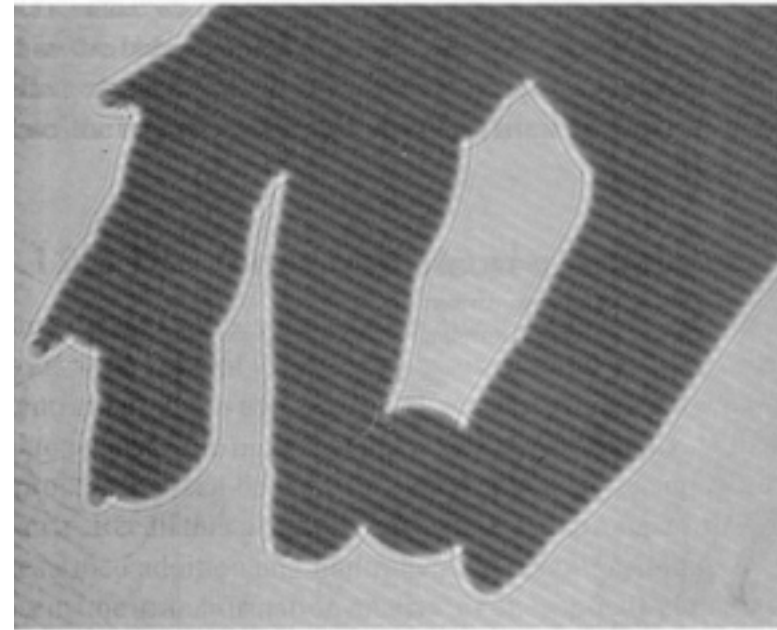
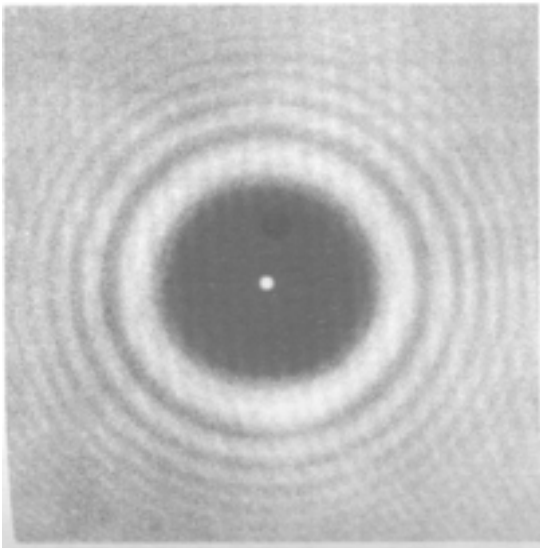
- Física Geral
- Estrutura da Matéria I
- Estrutura da Matéria II
- Estrutura da Matéria III
- Física Exp. e Teórica IV-lab e Física IV-lab
- Física VIII

<http://dfnae.fis.uerj.br/twiki/bin/view/DFNAE/WebHome>

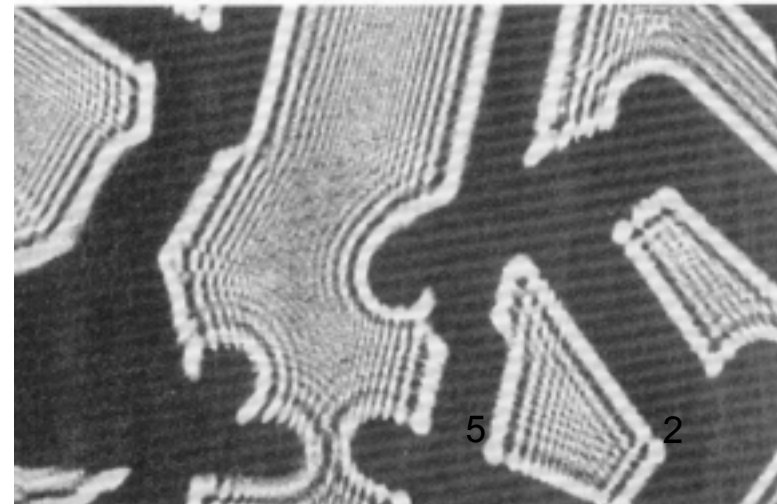
# Difração: Desvio da propagação retilínea da luz

Trata-se de um efeito característico de fenômenos ondulatórios, que ocorre sempre que parte de uma frente de onda (sonora, de matéria, ou eletromagnética) é obstruída.

## Fresnel (1819)



(a)



5

2

# Augustin Fresnel (1788-1827)

- Dez anos mais novo que T. Young, A. Fresnel foi um engenheiro civil francês que se interessou por estudos de ótica.

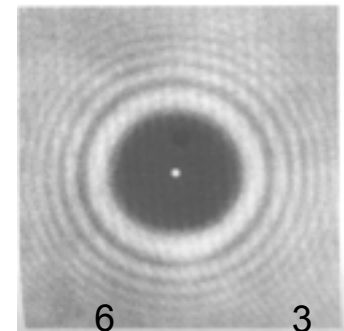
Ele não participava do círculo acadêmico de Paris e não conhecia o trabalho de Young.

Era contrário a Napoleão e quando este retornou em 1815, Fresnel ficou em prisão domiciliar.

Fresnel estudou o efeito da luz por uma fenda.



- Em 1817 a Academia Francesa ofereceu um prêmio ao melhor trabalho experimental sobre difração, que apresentasse um modelo teórico explicando o efeito. Fresnel apresentou um trabalho de 135 páginas (modelo de ondas). O júri era composto por S-D Poisson, J. B. Biot, e P. S. Laplace, todos Newtonianos que apoiavam a teoria corpuscular da luz. Poisson calculou, usando a teoria de Fresnel, algo que parecia inconsistente. Feito o experimento, Fresnel estava correto!!!



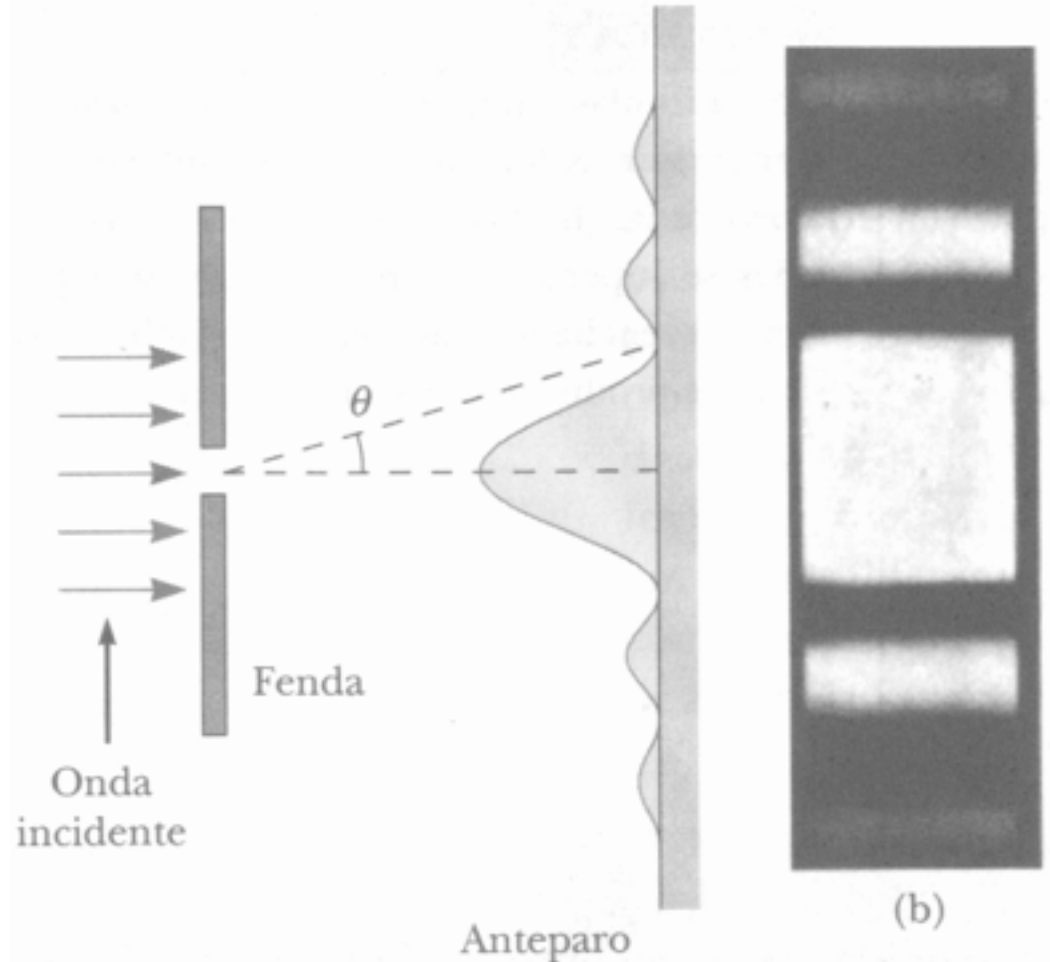
# Difração por uma fenda

Em um anteparo, obtemos um padrão de difração

Franjas escuras ocorrem para:

$$\text{sen}\theta = m \frac{\lambda}{a}$$

$a$  : largura da fenda



# Determinação da Posição dos Máximos e Mínimos

Supondo:  $D \gg a$

A diferença de caminho óptico é:

$$\delta = \frac{a}{2} \text{sen}\theta$$

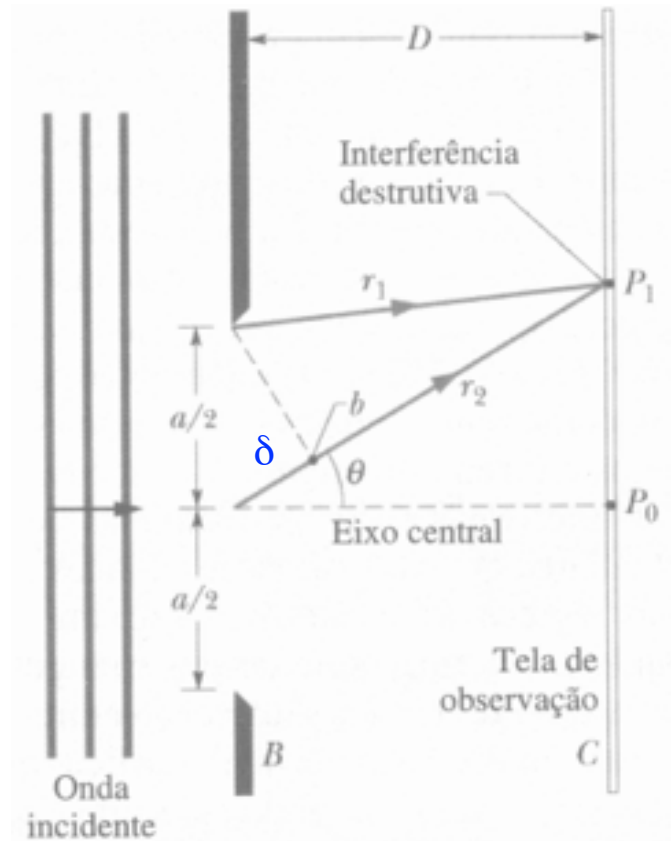
No anteparo as ondas devem estar fora de fase para formação da **primeira franja escura**:

$$\delta = \frac{\lambda}{2}$$

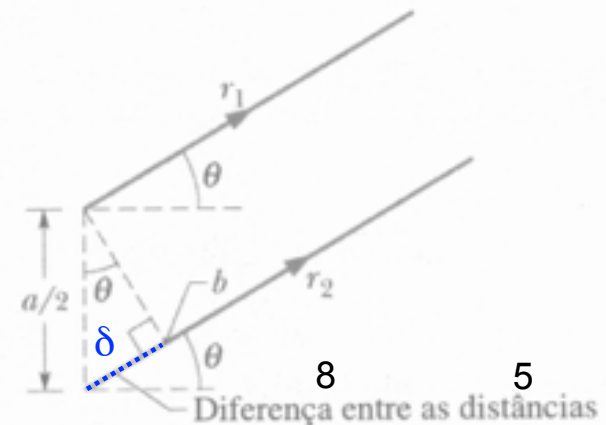


$$\lambda = a \text{sen}\theta$$

$$\text{sen}\theta = \frac{\lambda}{a}$$



(a)





A condição que determina a segunda franja escura é encontrada dividindo a fenda em 4 partes :

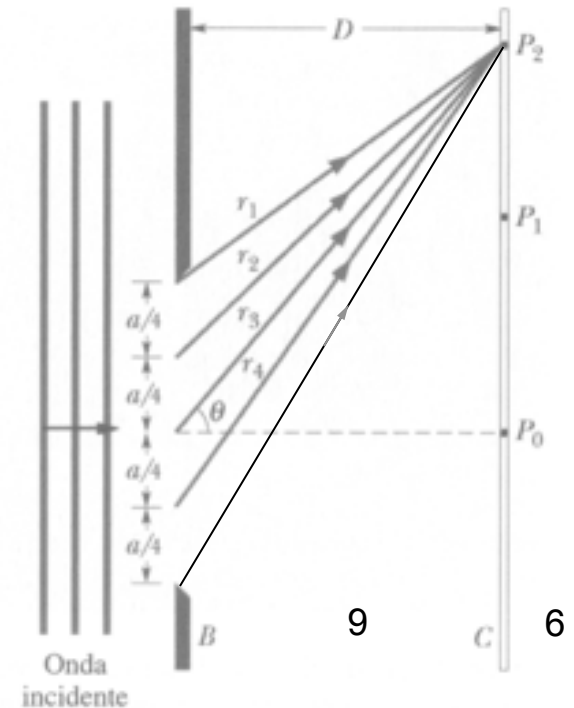
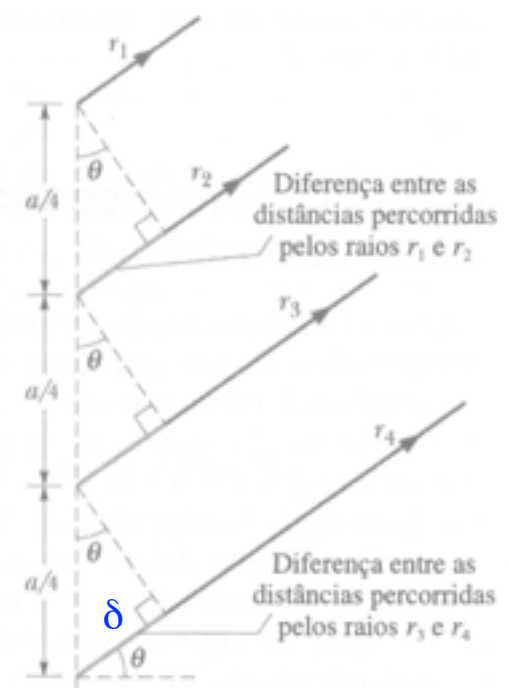
$$\delta = \frac{a}{4} \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{2}$$

Teremos um mínimo quando:

$$\text{sen}\theta = 2 \frac{\lambda}{a}$$

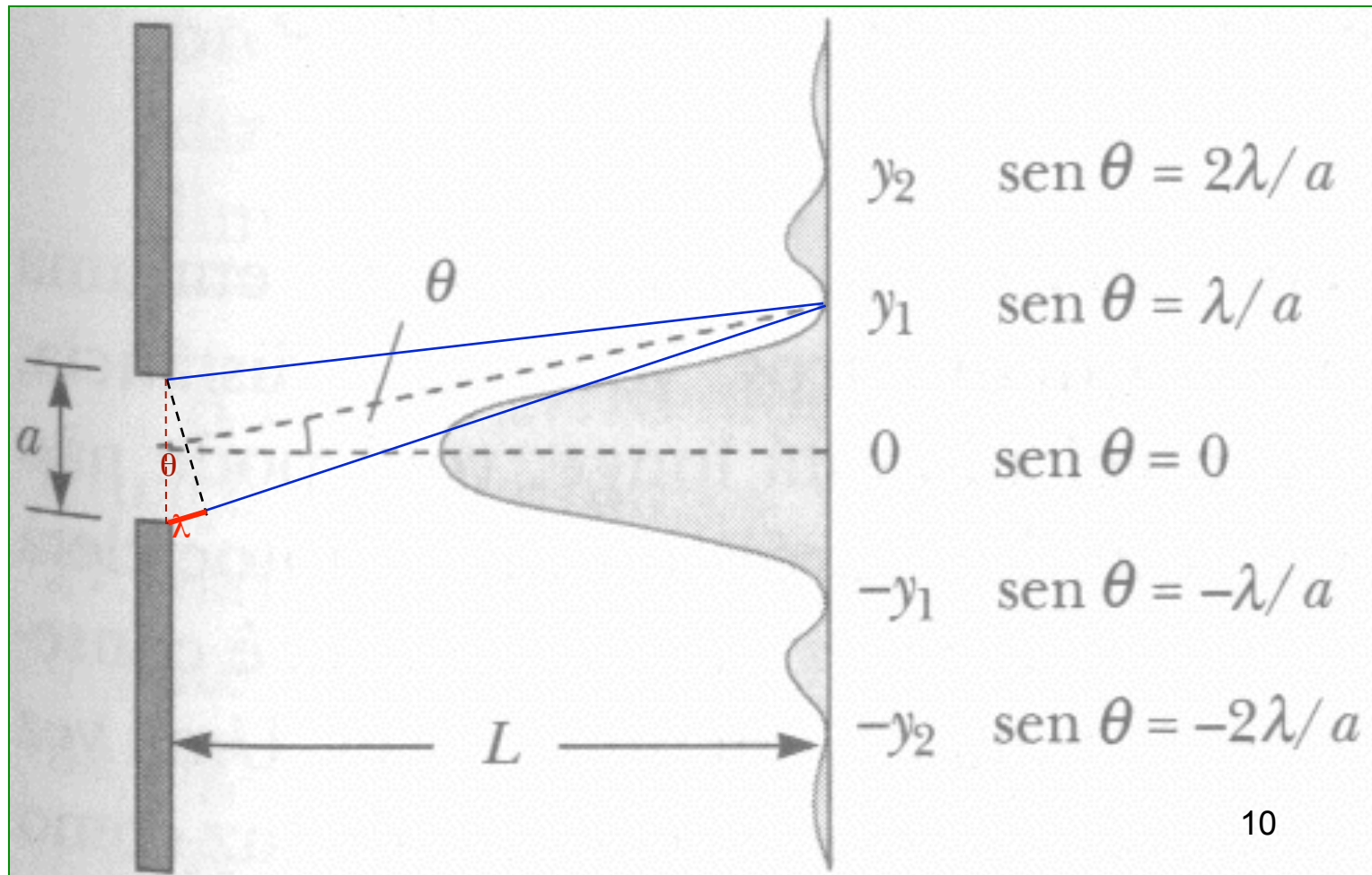
Assim, para todos os mínimos :

$$\text{sen}\theta = m \frac{\lambda}{a} ; m = 1, 2, \dots$$



A posição dos mínimos é dada pela condição de que a diferença de percurso entre o raio superior e o inferior seja múltiplo de  $\lambda$  :

$$a \operatorname{sen} \theta = m \lambda \quad ; \quad m = 1, 2, \dots$$



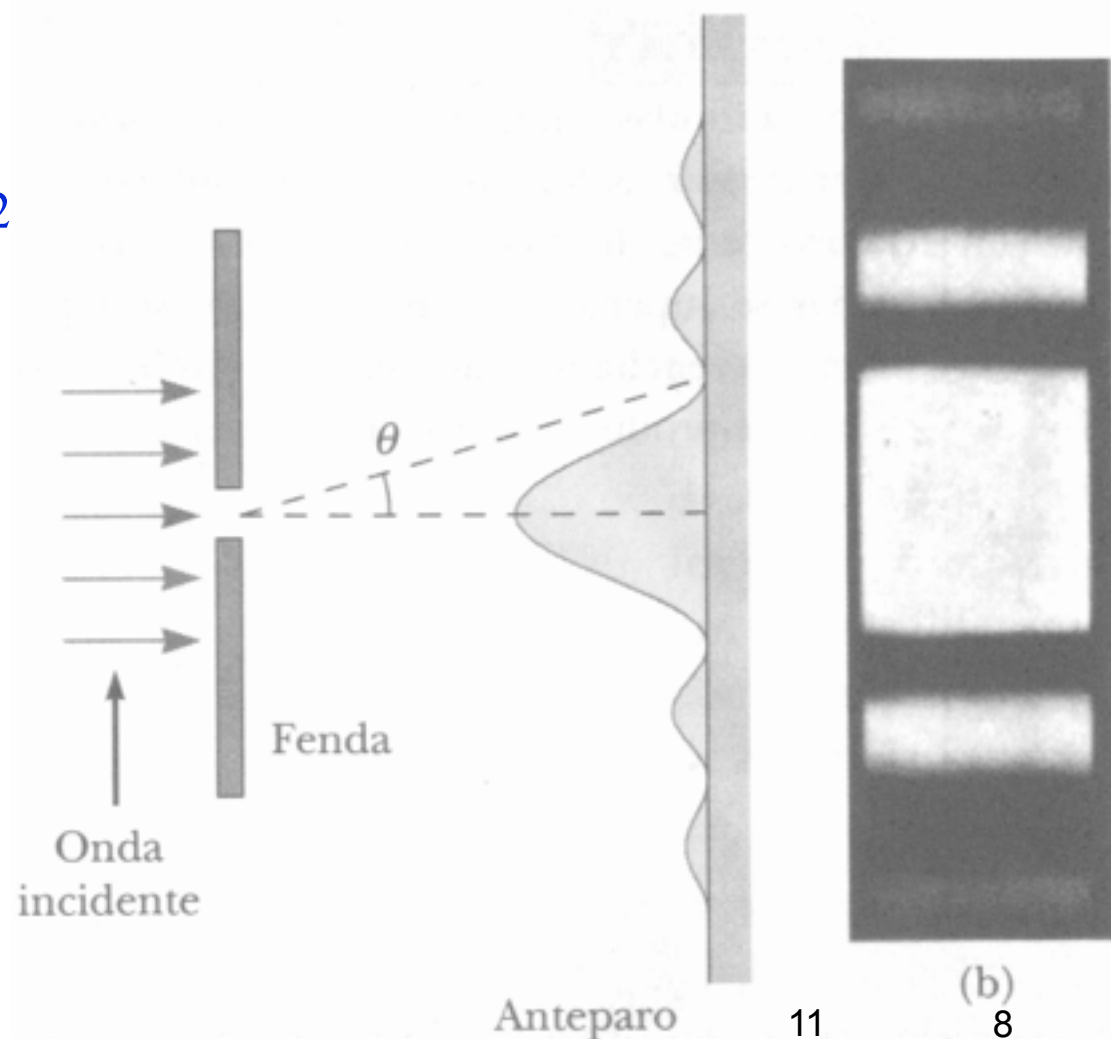
# Determinação da Intensidade

Verificaremos que:

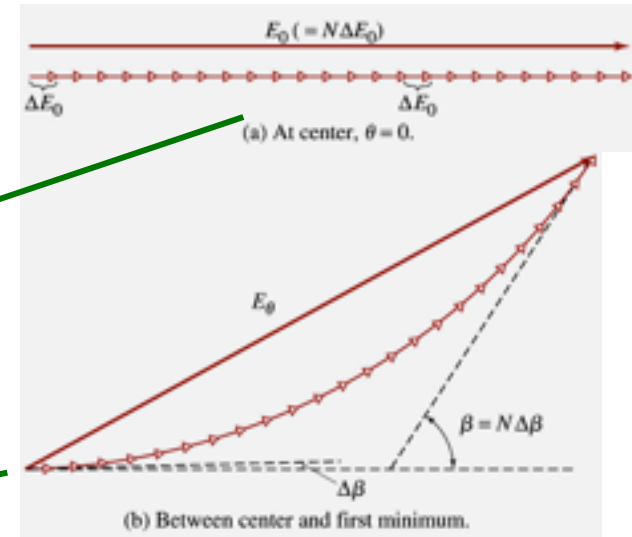
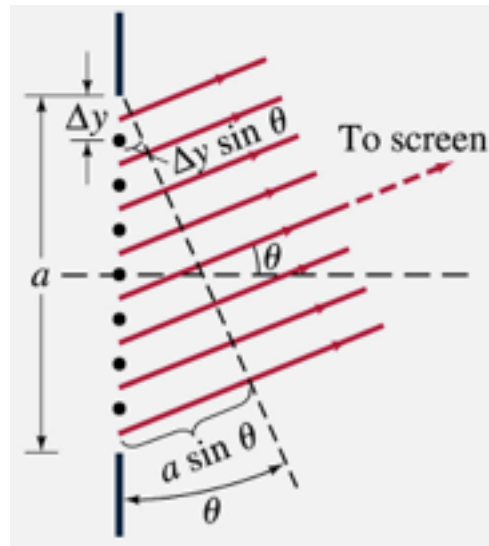
$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} \right)^2$$

onde

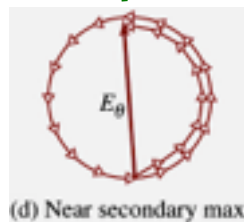
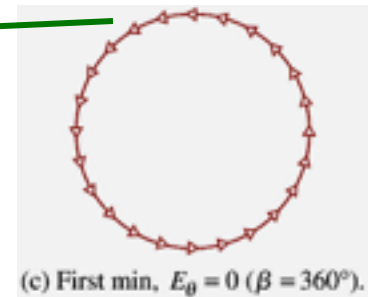
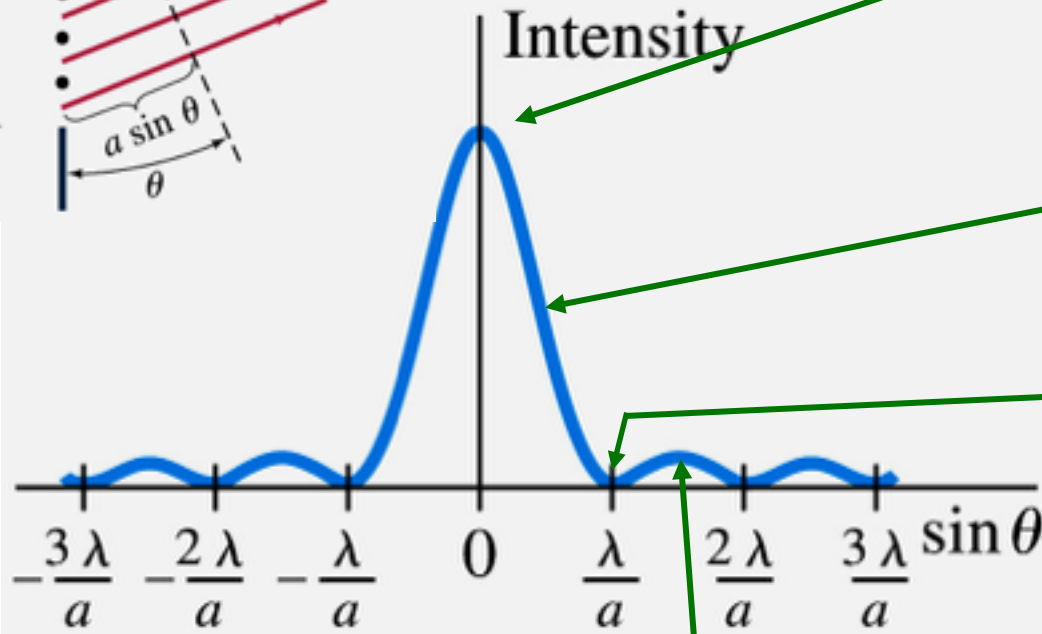
$$\alpha = \frac{1}{2}\phi = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen}\theta$$



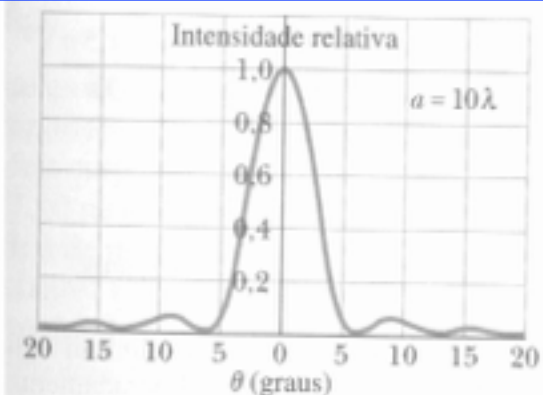
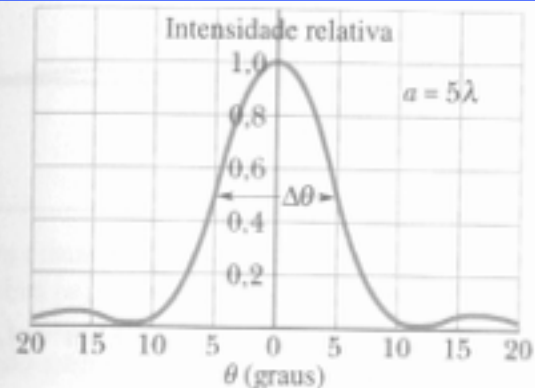
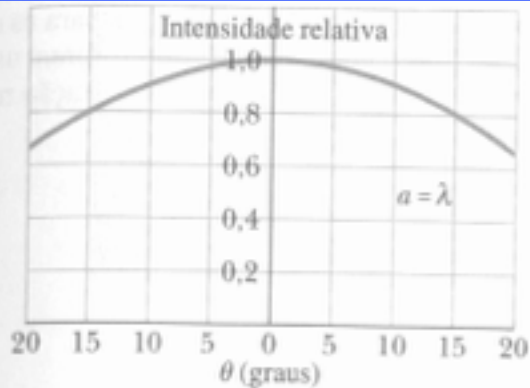
# Difração por uma fenda e Fasores



$$\Delta\beta = \Delta y \sin \theta$$



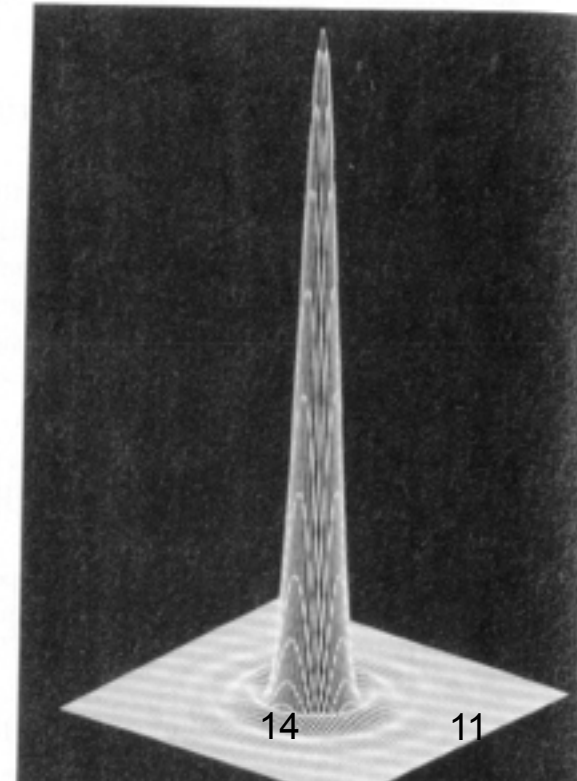
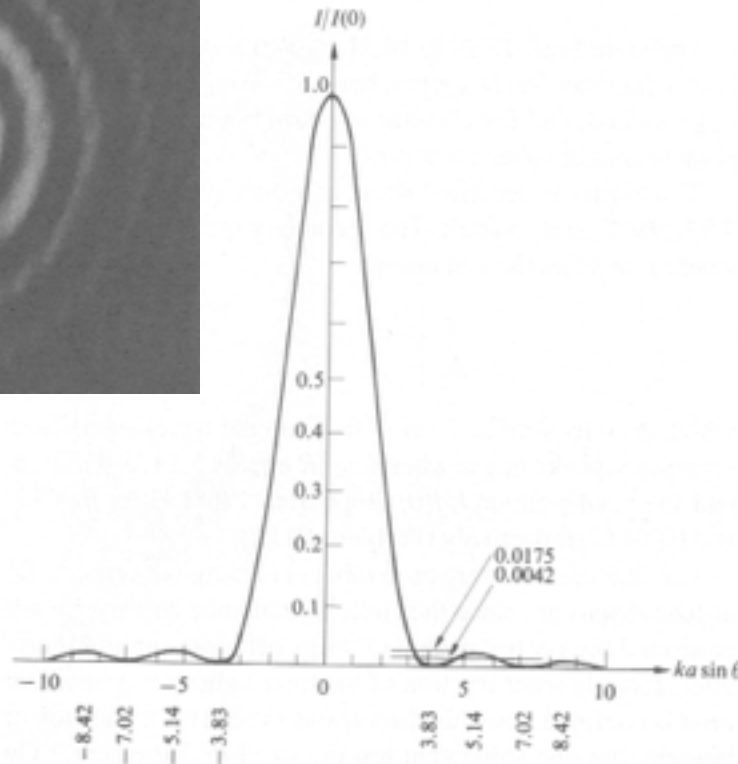
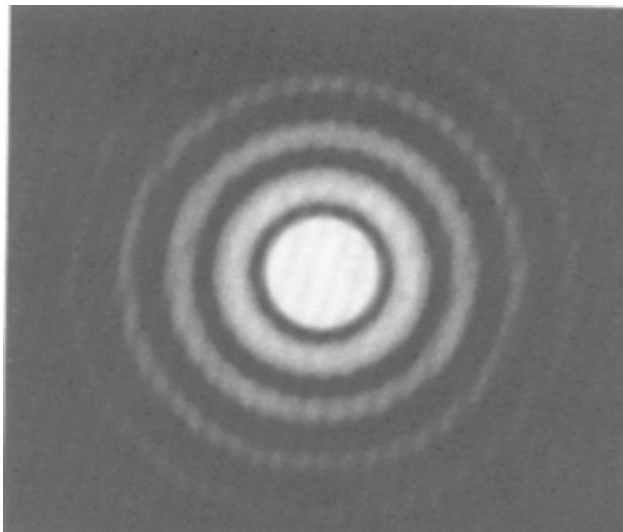
Observe que aumentando a largura da fenda, diminui a largura do máximo central:



# Difração por uma Abertura Circular

A posição do primeiro mínimo, para uma abertura circular de diâmetro  $d$ , é dada por:

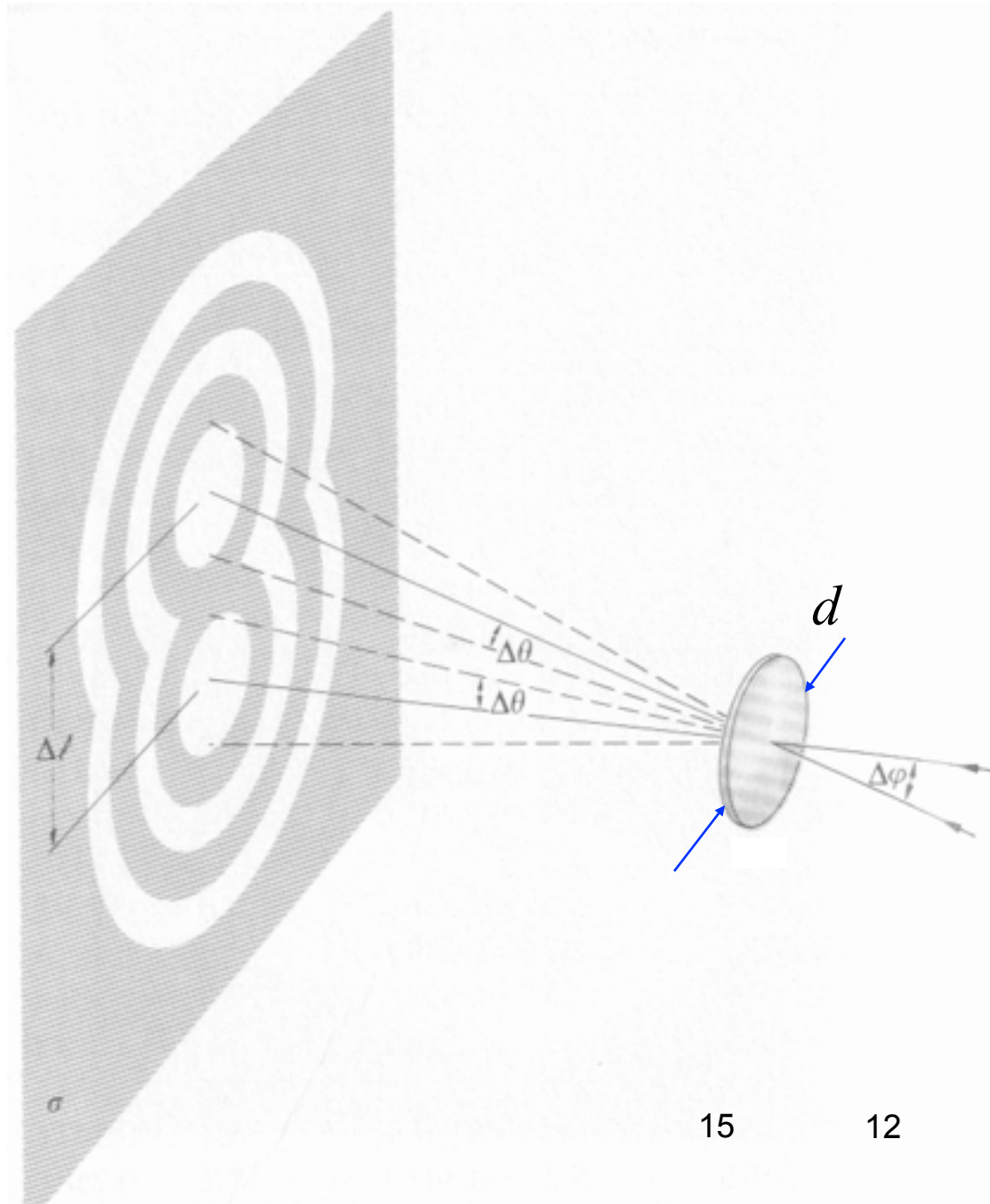
$$\text{sen}\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$$



# Resolução

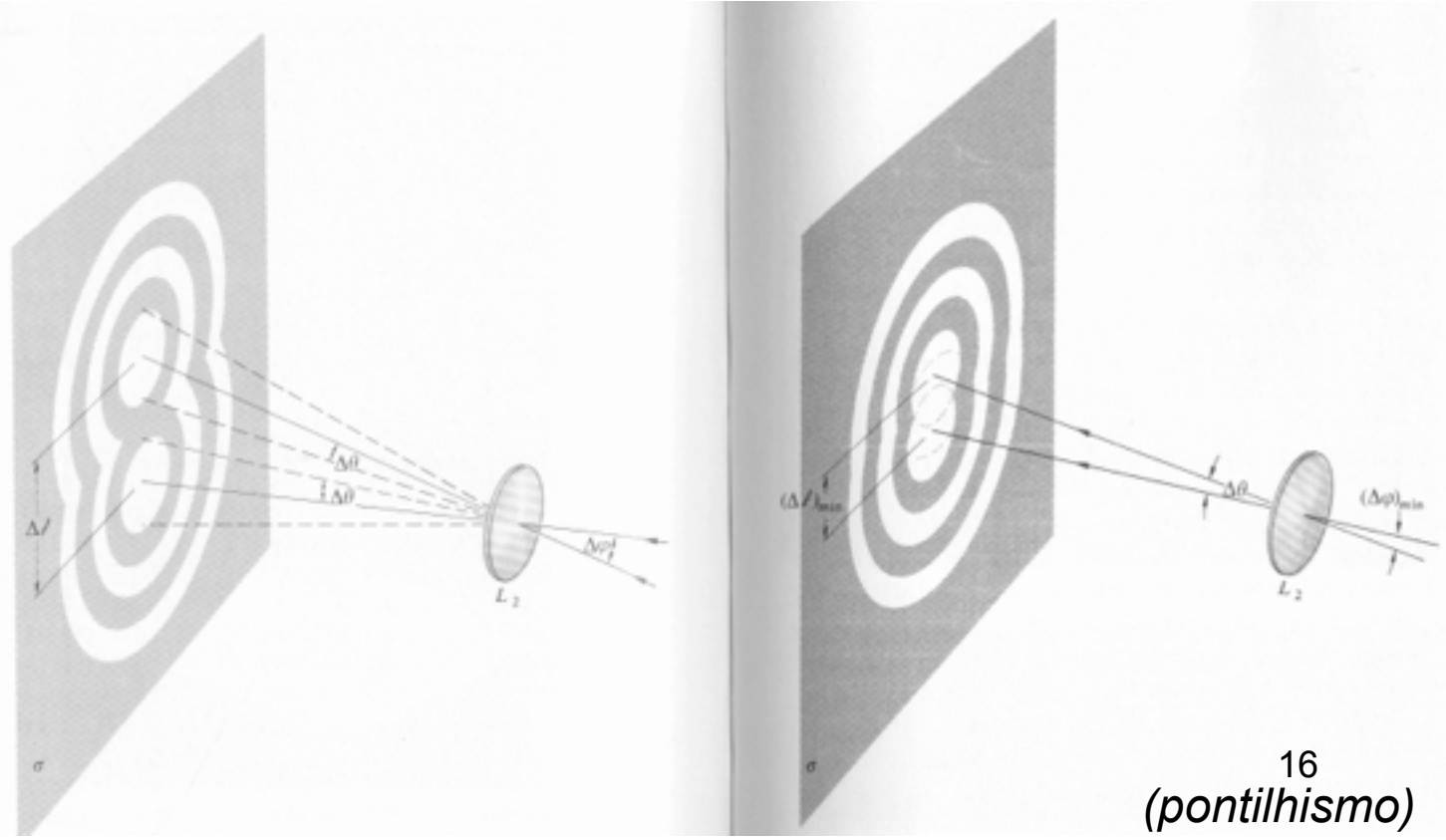
A imagem difratada de dois objetos pontuais, ao passar por um orifício de diâmetro  $d$ , adquire uma separação angular da ordem de:

$$\Delta\theta_R \approx \text{arc sen}\left(1,22 \frac{\lambda}{d}\right)$$



**Critério de Rayleigh** : A separação angular mínima para que duas fontes pontuais possam ser distinguidas é aquela onde o máximo central de uma coincide com o primeiro mínimo da figura de difração da outra:

$$\Delta\theta_R = \text{arc sen}\left(1,22 \frac{\lambda}{d}\right) \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$$





# Un dimanche à la Grande Jatte



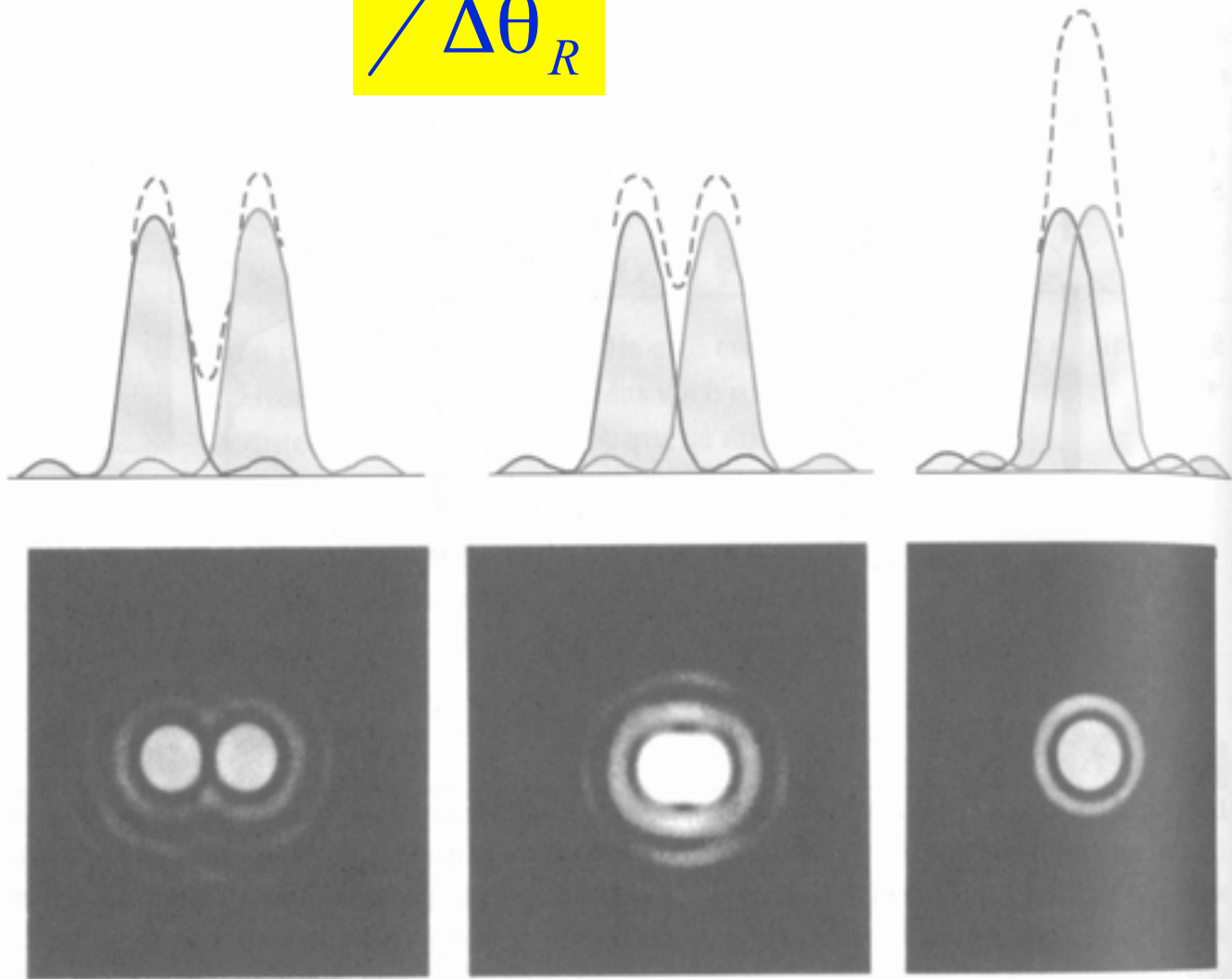
**Georges Seurat (French, 1859-1891)**

A Sunday on La Grande Jatte -- 1884, 1884-86

Oil on canvas, 81 3/4 x 121 1/4 in. (207.5 x 308.1 cm)

Os sistemas ópticos (microscópios, telescópios, olho humano) são caracterizados por um *poder de resolução*:

$$\frac{1}{\Delta\theta_R}$$



# Exercício

O diâmetro da pupila humana varia com certeza, mas tomando uma média para situação de claridade, como sendo de aproximadamente 2mm, para um comprimento de onda de 550nm:

$$\theta_R = 1,22\lambda/D = 0,0003355rad$$

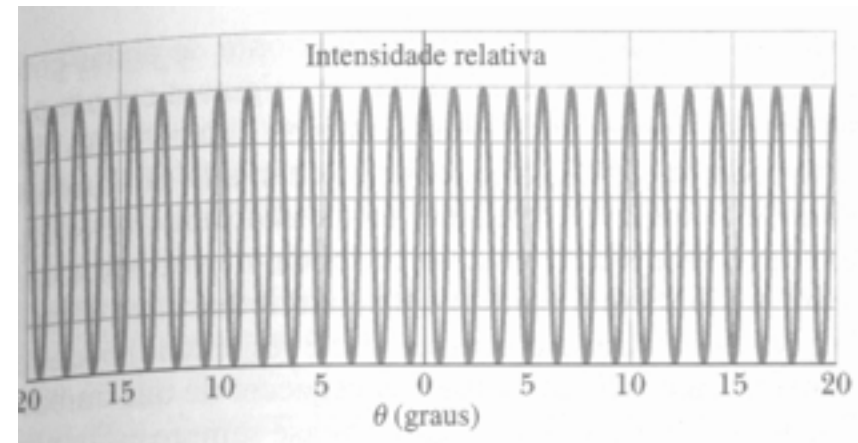
$$\theta_R \approx \Delta l/d$$

Onde  $\Delta l$  é 2,54mm, a distância entre os pigmentos, e  $d$  a distância do observador, portanto:

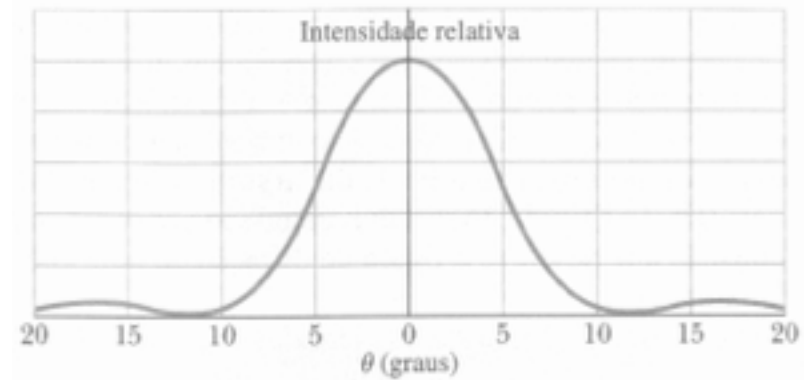
$$d \approx 7,57m$$

# Difração por Duas Fendas

- No estudo do experimento de Young consideramos  $a/\lambda \rightarrow 0$  e obtivemos a figura da direita.
- Neste limite as fontes S1 e S2 irradiam ( $I_0$ ) de modo uniforme para todos os ângulos.



- Mas, se considerarmos uma razão  $a/\lambda$  finita, cada fonte irradiará de modo semelhante a figura da direita.



Intensidade da figura de interferência de duas fendas:

$$I(\theta) = I_m \left( \cos^2 \beta \right) \left( \frac{\text{sen} \alpha}{\alpha} \right)^2 ; I_m = 4I_0$$

onde:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \text{sen} \theta \qquad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen} \theta$$

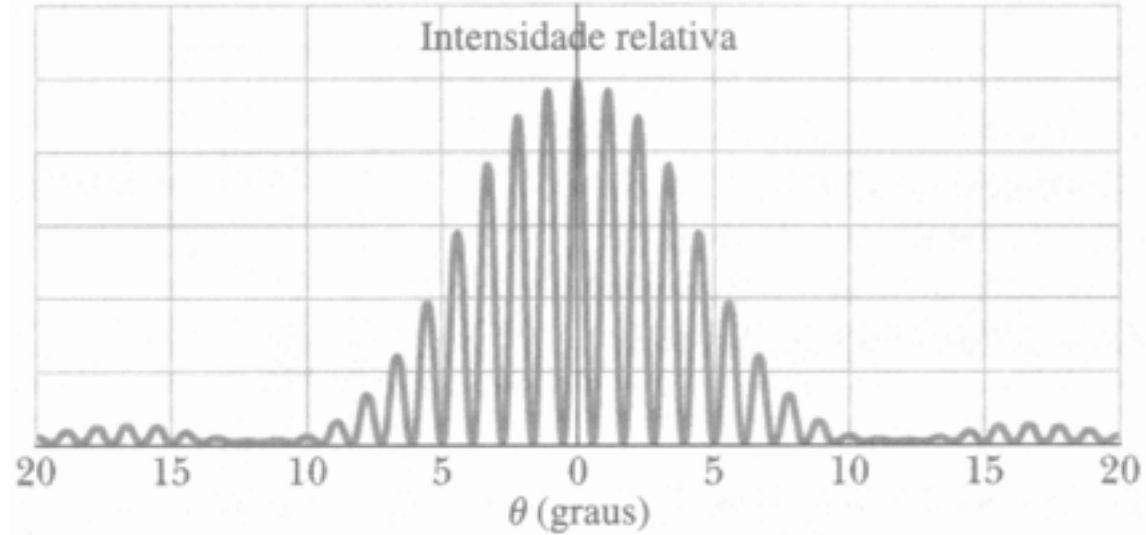
No limite  $a/\lambda \rightarrow 0$  obtemos a eq. para a intensidade no experimento de Young:

$$I(\theta) = I_m \cos^2 \beta$$

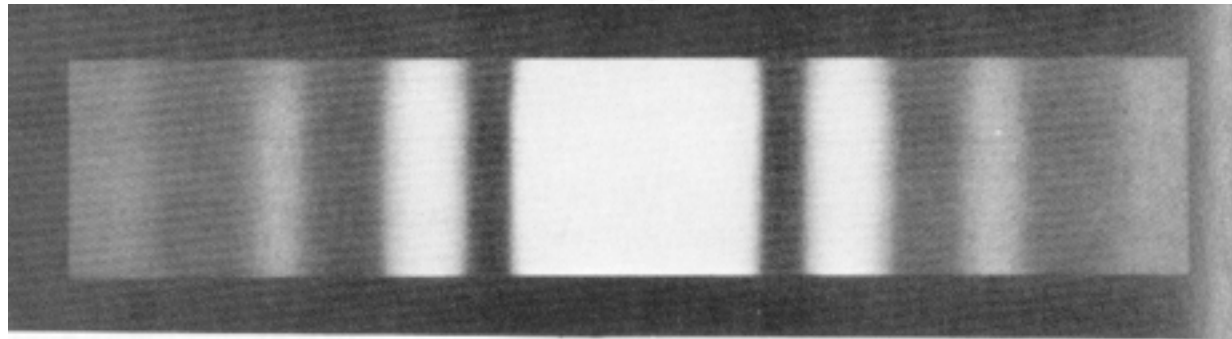
No limite  $d/\lambda \rightarrow 0$  obtemos a eq. para a intensidade numa fenda única:

$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\text{sen} \alpha}{\alpha} \right)^2$$

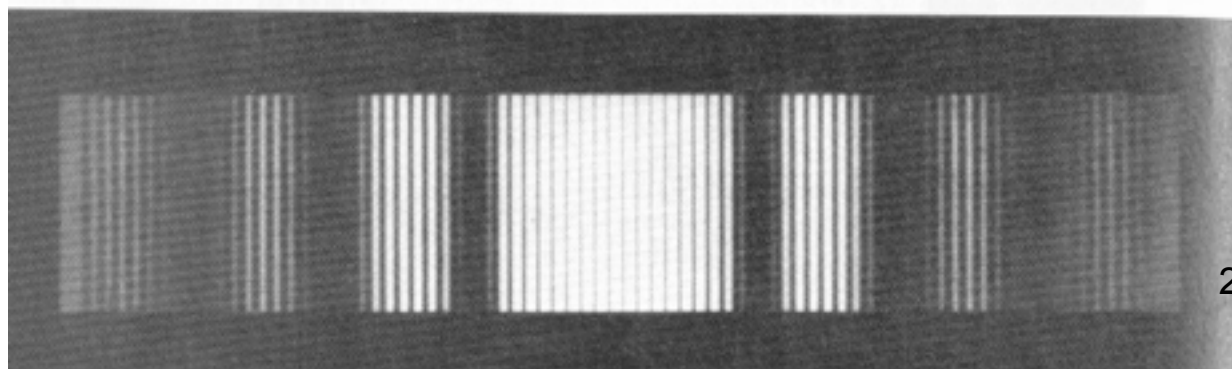
O gráfico geral da intensidade é algo como:



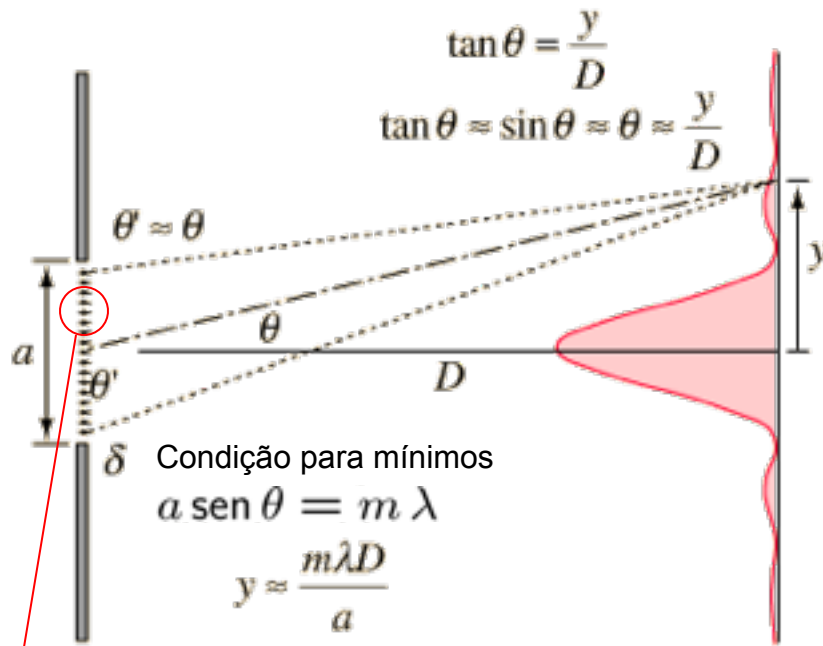
uma fenda



duas fendas



# Determinação da intensidade da luz difratada por uma fenda – método qualitativo



$$\Delta \phi = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) (\Delta x \sin \theta)$$

diferença de fase ondas 2arias.

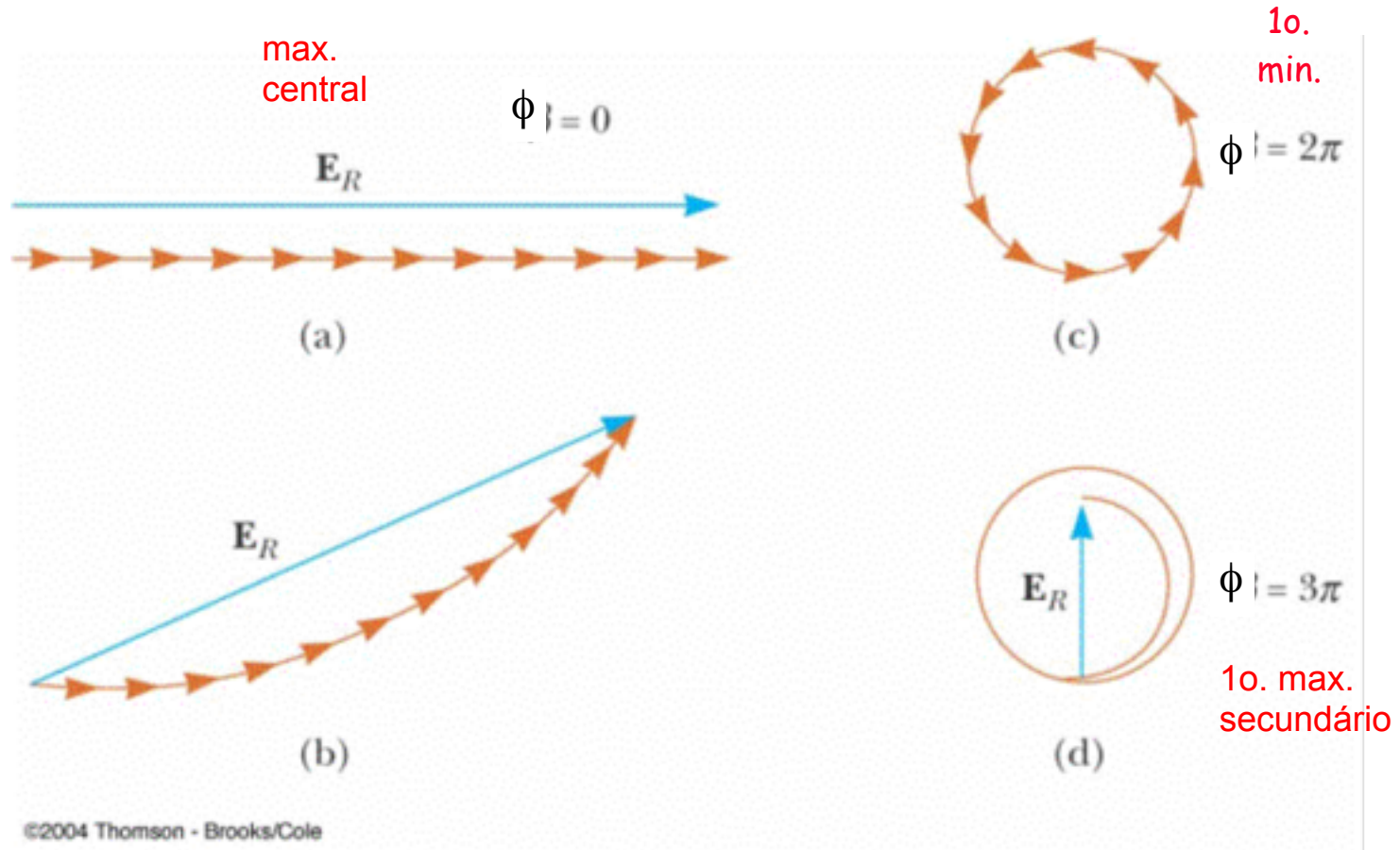
dif. de dist. percorrida

Pto. P  $\Rightarrow$  amplitudes  $\Delta E$

Fasores

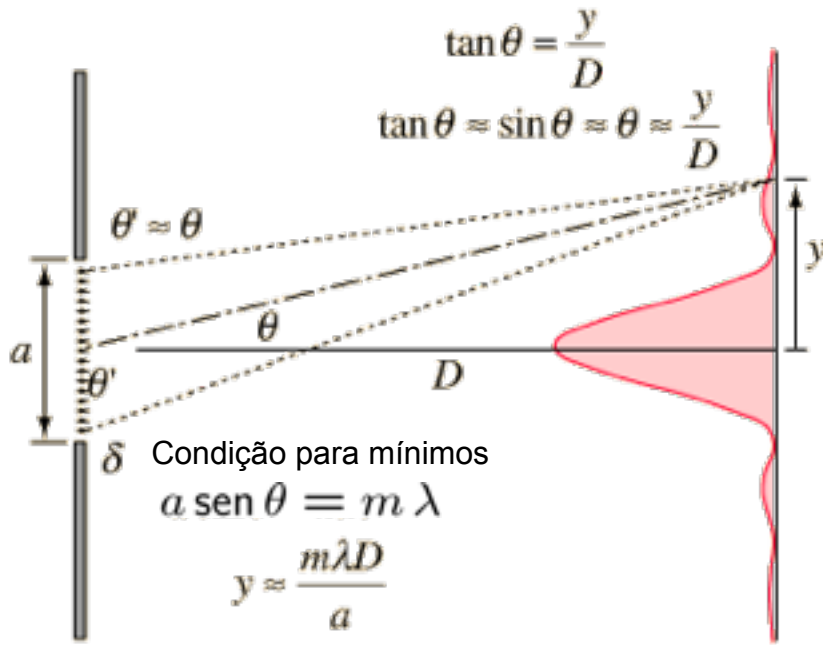
$N$  regiões  $\Delta x$   
 Cada: ondas secund. Huygens

# Fasores



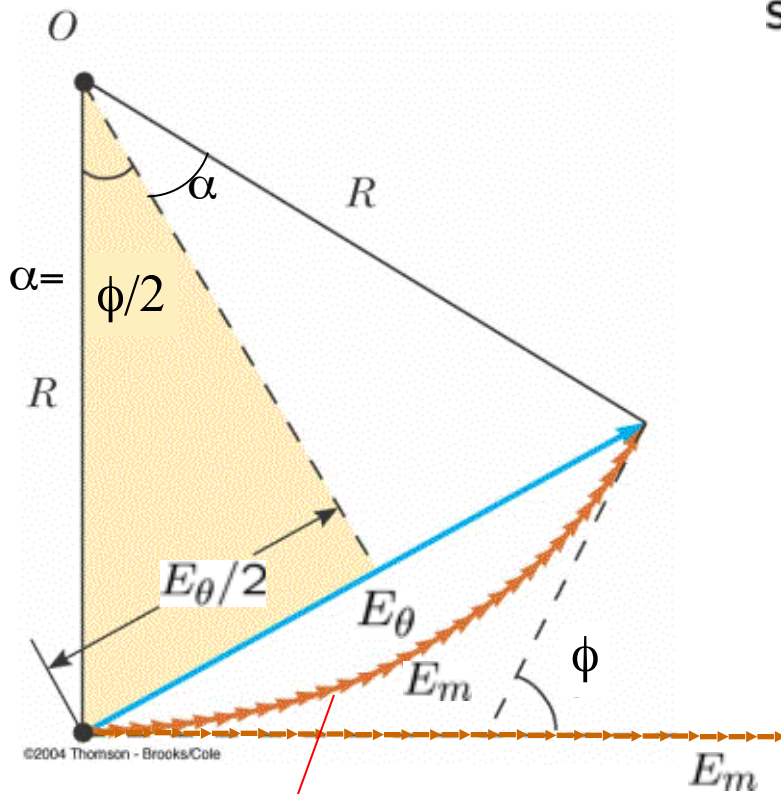


# Determinação da intensidade da luz difratada por uma fenda – método quantitativo



$$I(\theta) = ?$$

# Fasores



$$\text{sen } \frac{1}{2}\phi = \frac{E_\theta}{2R} \quad ; \quad \phi = \frac{E_m}{R}$$

Logo, explicitando  $R$ :

$$E_\theta = \frac{E_m}{\frac{1}{2}\phi} \text{sen } \frac{1}{2}\phi$$

Como: 
$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \frac{E_\theta^2}{E_m^2}$$

Então:

$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\phi = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) (a \text{ sen } \theta) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \text{ sen } \theta$$

Ondas secund.

$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2$$

Mínimos em:

$$\alpha = m\pi \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Substituindo  $\alpha$ :

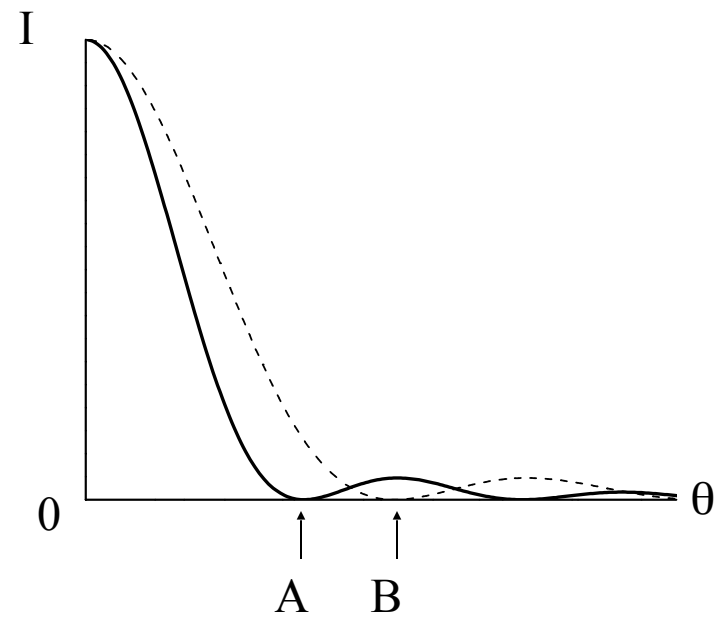
$$m\pi = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen } \theta \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Ou:

$$a \text{sen } \theta = m\lambda \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{min. - fr. escuras})$$

# Verificação

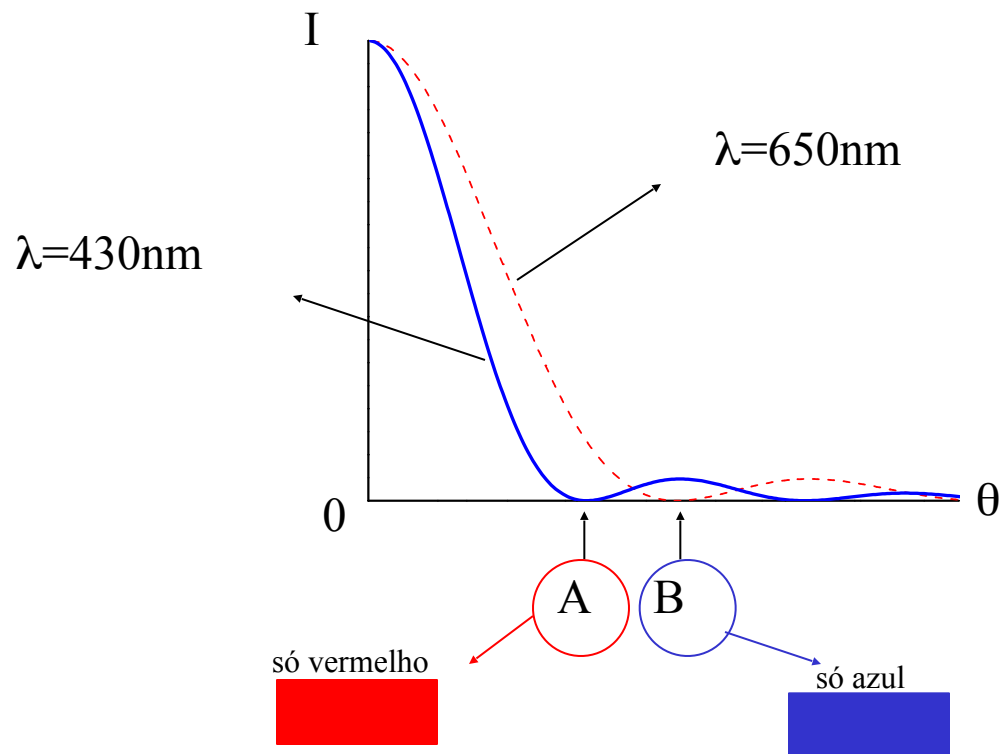
Dois comprimentos de onda, 650 e 430 nm, são usados separadamente em um experimento de difração por uma fenda. A figura mostra os resultados na forma de gráficos da intensidade  $I$  em função do ângulo  $\theta$  para as duas figuras de difração. Se os dois comprimentos de onda forem usados simultaneamente, que cor será vista na figura de difração resultante (a) para o ângulo A e (b) para o ângulo B?



Lembrando:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{min. - fr. escuras})$$

Portanto:



# Exercícios e Problemas

37-10E. Uma luz monocromática com um comprimento de onda de 538 nm incide em uma fenda com uma largura de 0,025 mm. A distância entre a fenda e a tela é de 3,5 m. Considere um ponto na tela a 1,1 cm do máximo central. (a) Calcule o valor de  $\theta$  neste ponto (ângulo entre a reta ligando o ponto central da fenda à tela e a reta ligando o ponto central da fenda ao ponto em questão na tela). (b) Calcule o valor de  $\alpha$ . (c) Calcule a razão entre a intensidade neste ponto e a intensidade no máximo central.

a)

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{1,1 \times 10^{-2}}{3,5} \right) = 0,0031428 \text{ rad}$$

b)

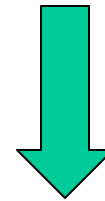
$$\alpha = \left( \frac{\pi}{\lambda} \right) a \operatorname{sen} \theta = \frac{\pi(0,025 \times 10^{-3})}{(538 \times 10^{-9})} \operatorname{sen} (0,0031428) = 0,459 \text{ rad}$$

c)

$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \left( \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \right)^2 = 0,932$$

# Redes de difração

Grande número de fendas (ranhuras)



Rede de difração

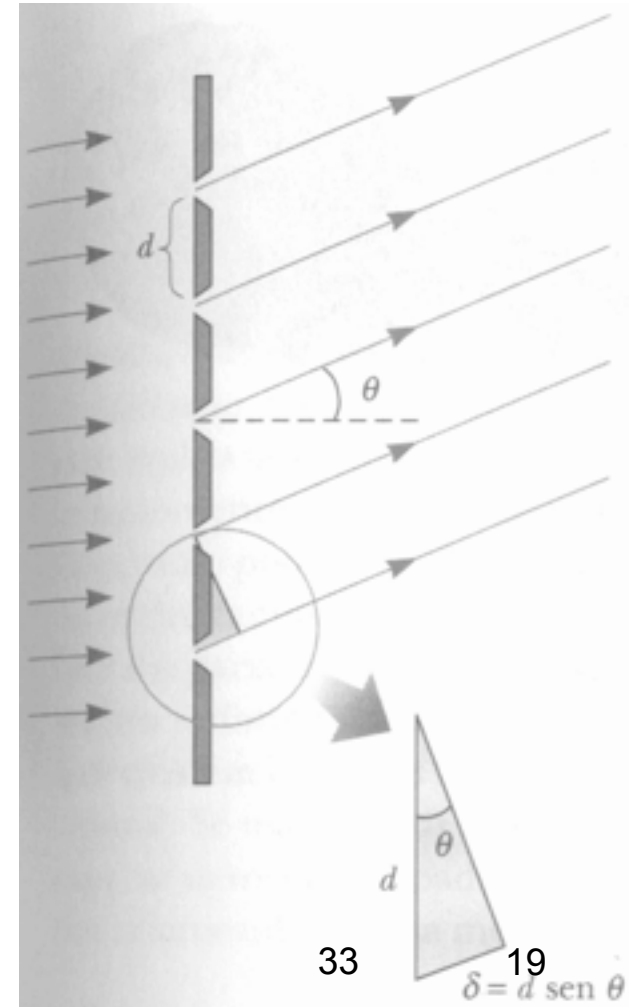
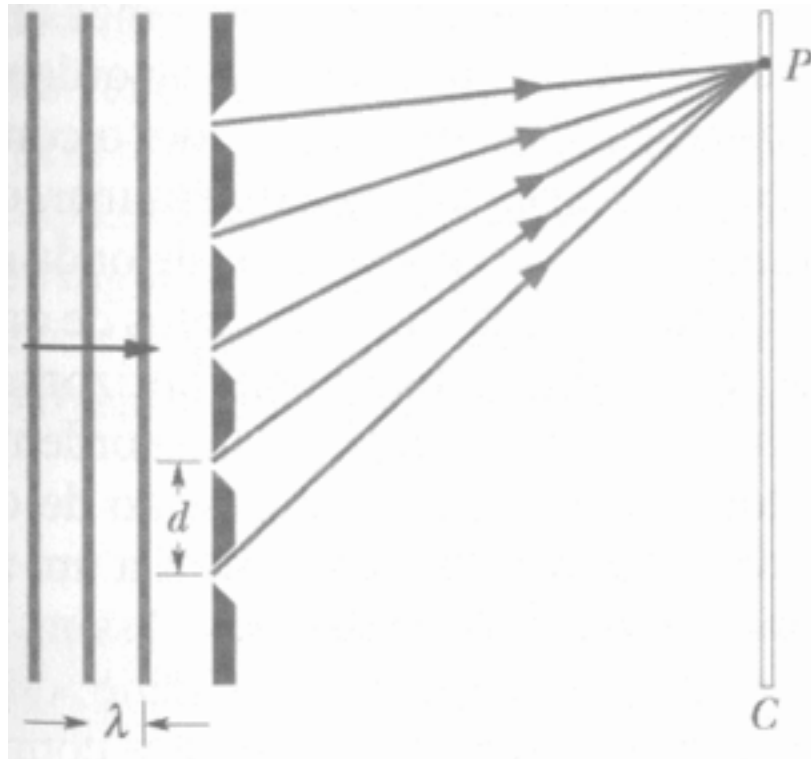




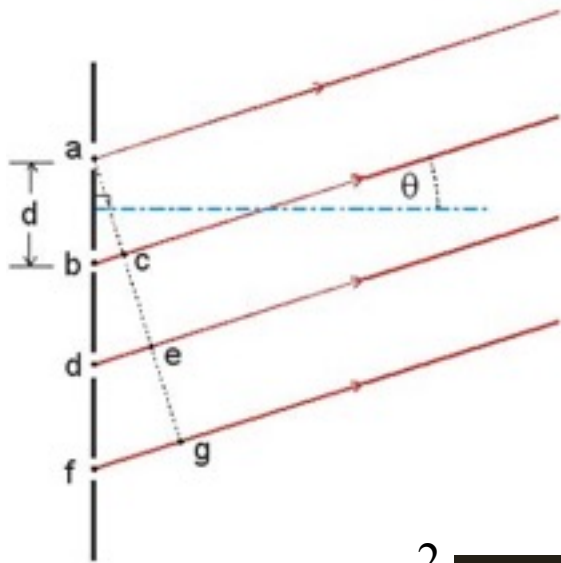
# Rede de Difração

- Somando os raios, dois a dois, teremos máximos no anteparo quando:

$$d \operatorname{sen} \theta = m \lambda ; \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$



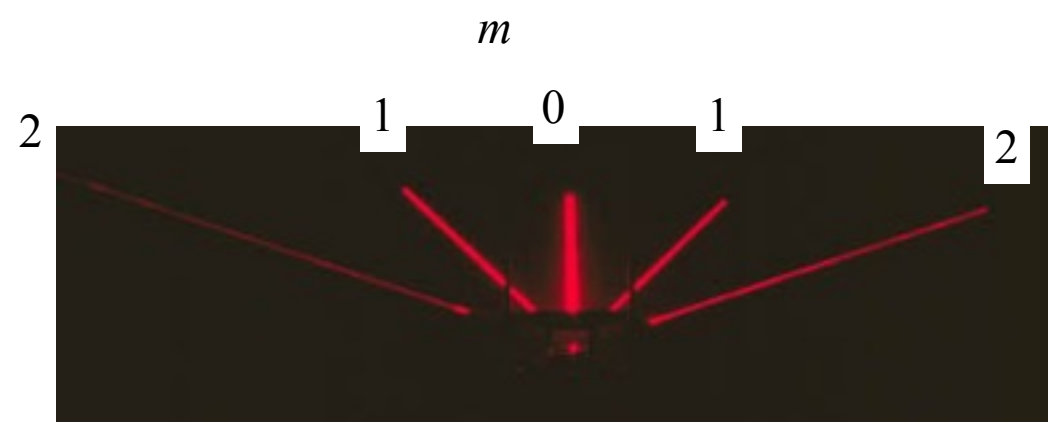
# Redes de difração



$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

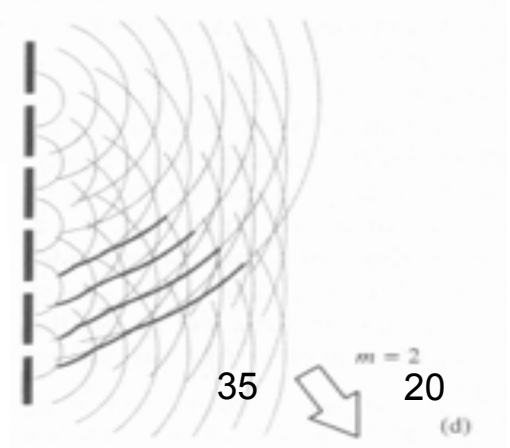
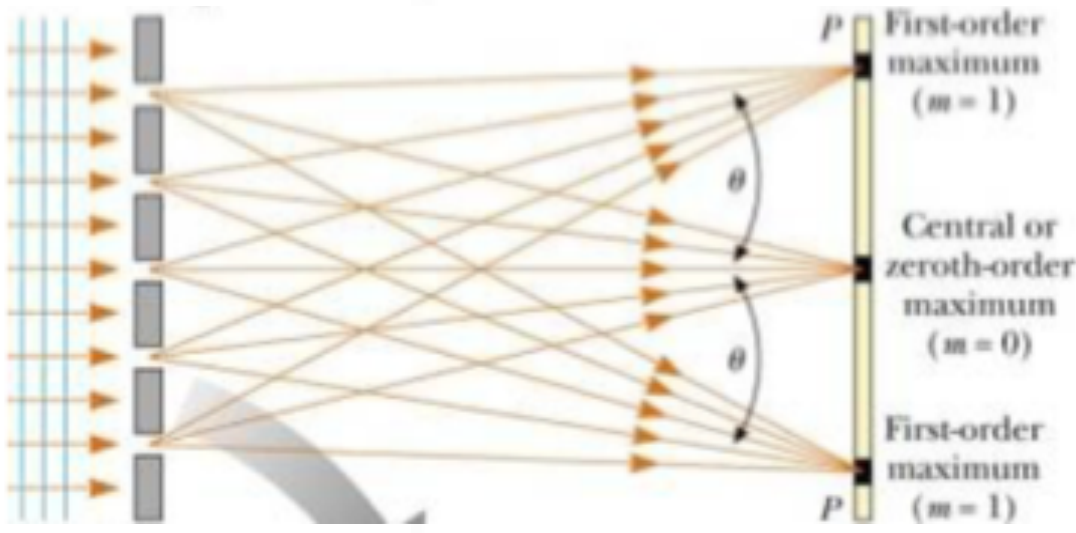
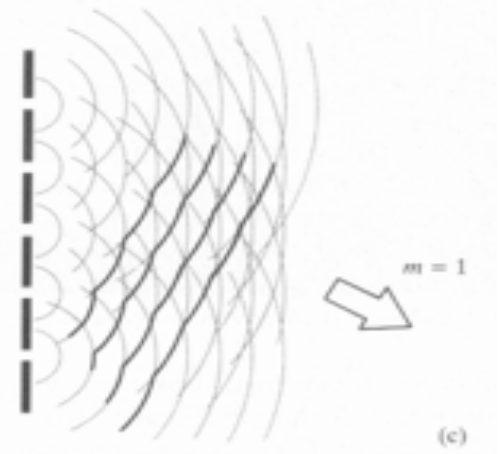
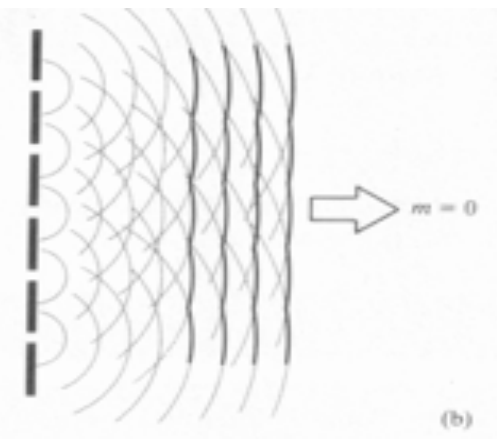
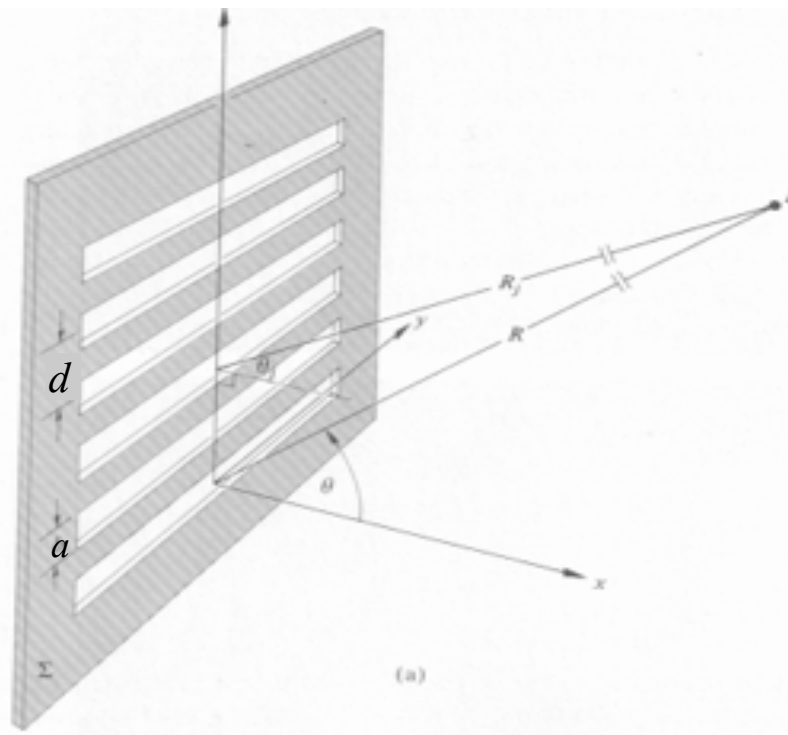
(máx. linhas)

ordem



Laser de He-Ne

# Frentes de onda



# Exercícios e Problemas

Uma rede de difração com 20,0 mm de largura possui 6000 ranhuras.

(a) Calcule a distância  $d$  entre ranhuras vizinhas.

(b) Para que ângulos  $\theta$  ocorrerão máximos de intensidade em uma tela de observação se a radiação incidente na rede de difração tiver um comprimento de onda de 589 nm?

7°-33. (a)

$$d = \frac{20}{6000} = 0,00333\text{mm} = 3,33\mu\text{m}. \quad (25)$$

(b) Para determinar as posições dos máximos de intensidade usamos a fórmula  $d \text{sen} \theta = m\lambda$ , determinando todos os valores de  $m$  que produzem valores de  $|m|\lambda/d < 1$ . Explicitamente, encontramos

para  $m = 0$ :

$$\theta = 0^\circ \quad (26)$$

para  $m = 1$ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\pm\lambda}{d} = \text{sen}^{-1} \frac{\pm 0,589}{3,3} = \pm 10,2^\circ \quad (27)$$

para  $m = 2$ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\pm 2(0,589)}{3,3} = \pm 20,7^\circ \quad (28)$$

para  $m = 3$ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\pm 3(0,589)}{3,3} = \pm 32,2^\circ \quad (29)$$

para  $m = 4$ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\pm 4(0,589)}{3,3} = \pm 45^\circ \quad (30)$$

para  $m = 5$ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{\pm 5(0,589)}{3,3} = \pm 62,2^\circ. \quad (31)$$

Para  $m = 6$  obtemos  $|m|\lambda/d > 1$ , indicando que os máximos acima são todos possíveis.

# Largura das Linhas numa rede de difração

Verificamos no estudo da difração por uma fenda "a" que a posição do primeiro mínimo é dada por:

$$\lambda = a \operatorname{sen}\theta$$



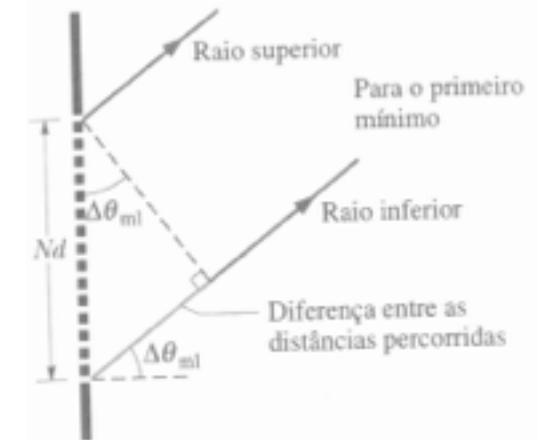
Para calcular a *meia largura* da linha clara central na rede, podemos fazer a analogia:

$$a \sim Nd \longrightarrow Nd \operatorname{sen}(\Delta\theta_{ml}^0) = \lambda$$

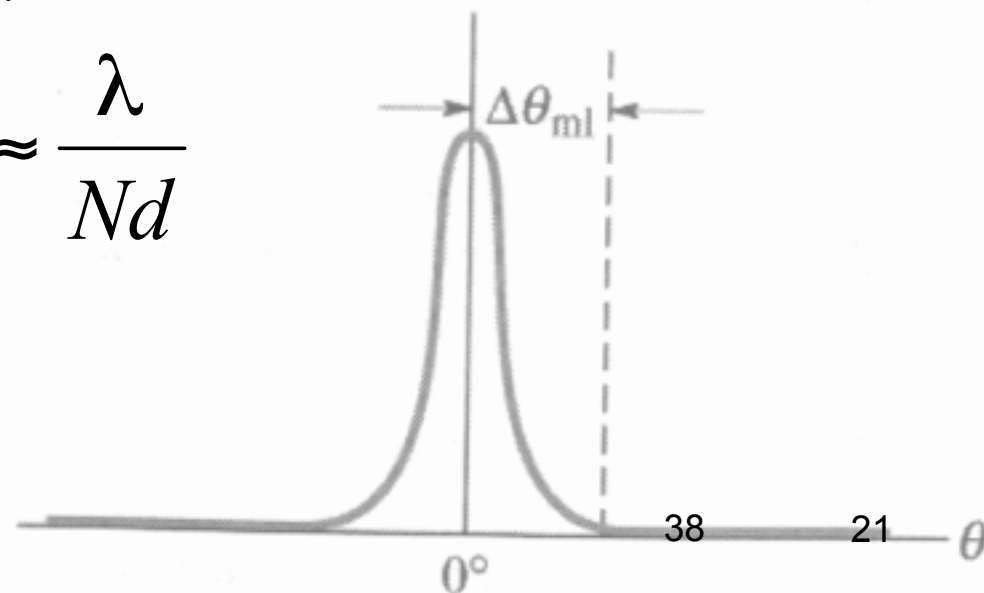
$$\Delta\theta_{ml}^0 \approx 0 \longrightarrow \Delta\theta_{ml}^0 \approx \frac{\lambda}{Nd}$$

Para um ângulo geral:

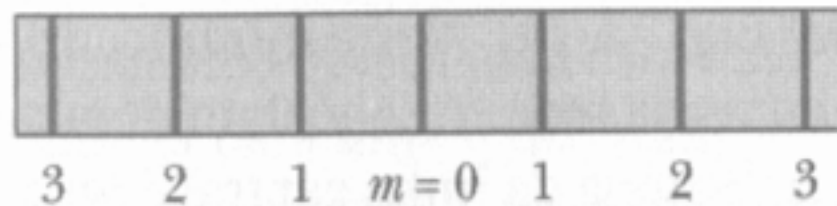
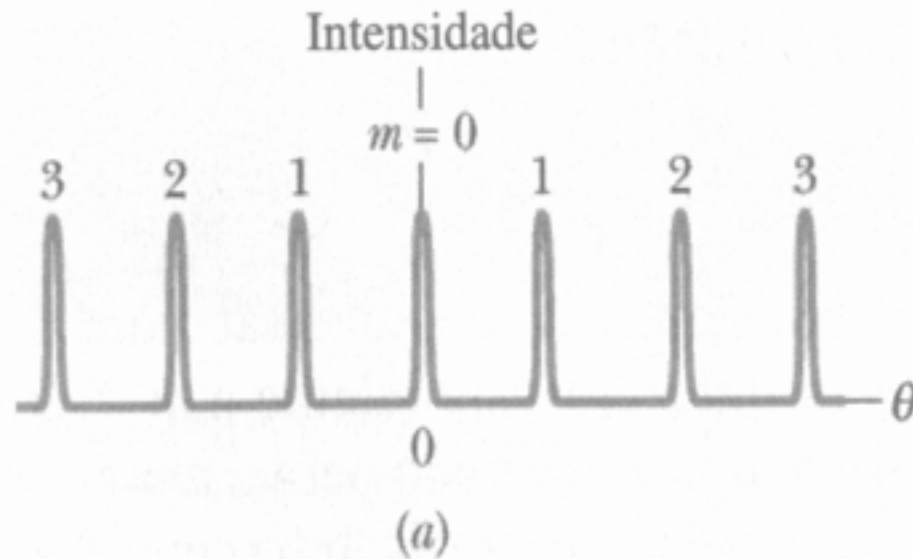
$$\Delta\theta_{ml}^\theta \approx \frac{\lambda}{Nd \cos\theta}$$



Intensidade



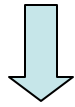
A rede de difração tem uma resolução muito superior a uma fenda dupla, por exemplo:



Pode ser utilizada para determinar um  $\lambda$  desconhecido a partir do  $\theta$  .

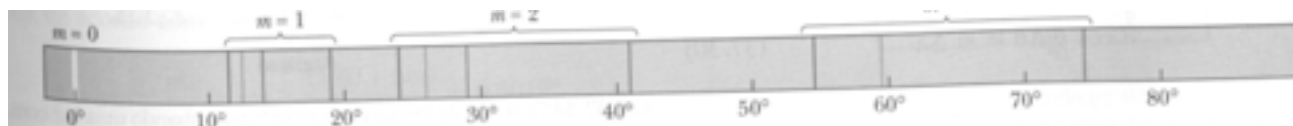
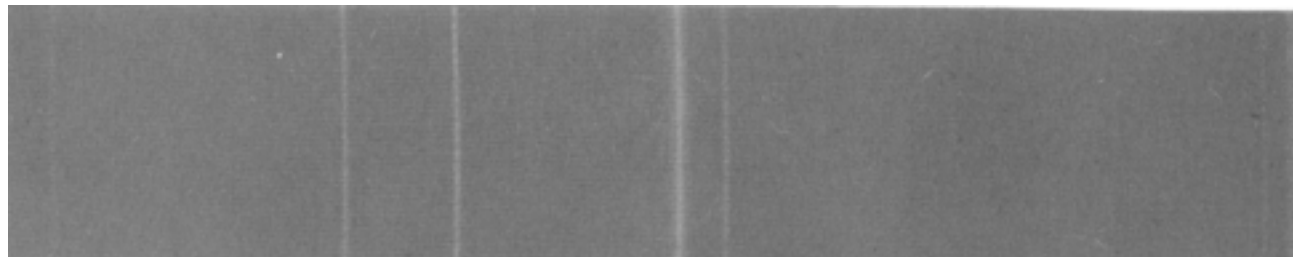
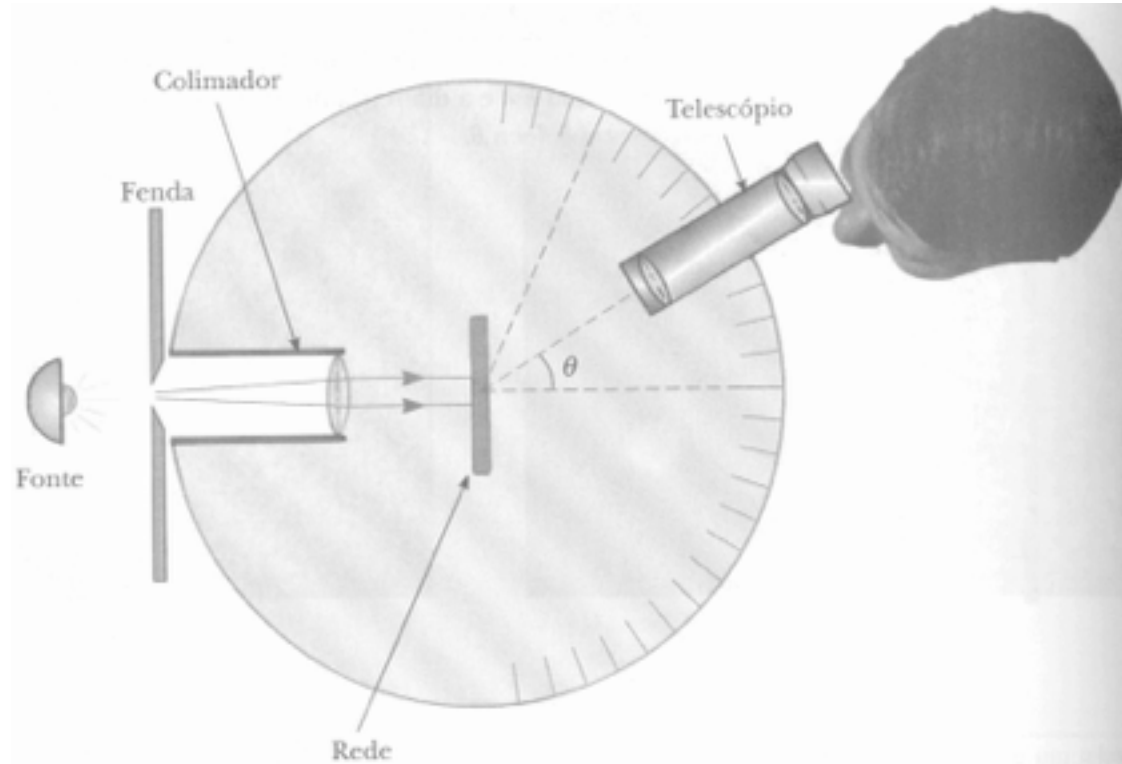
Pode ser utilizada para determinar um  $\lambda$  desconhecido a partir do  $\theta$  :

$$d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$$



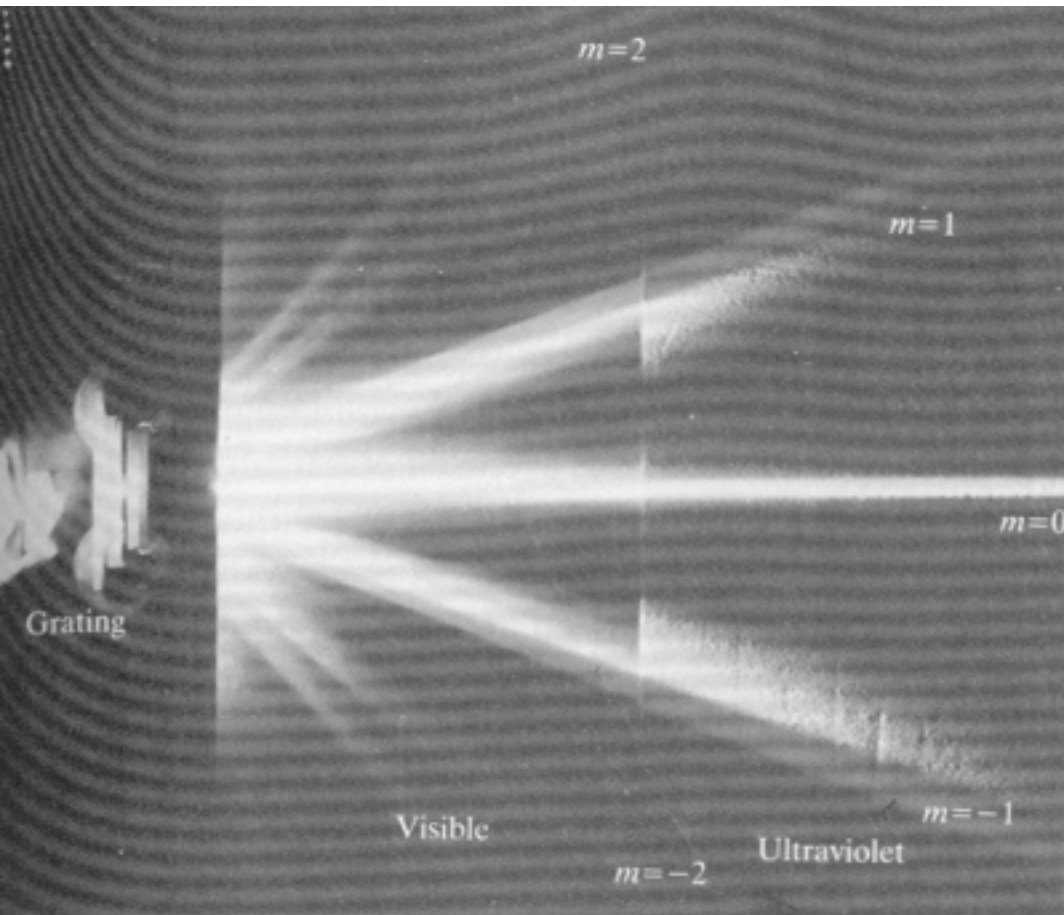
$$\theta = \operatorname{arcsen}\left(\frac{m\lambda}{d}\right)$$

Espectrômetro de Rede de Difração

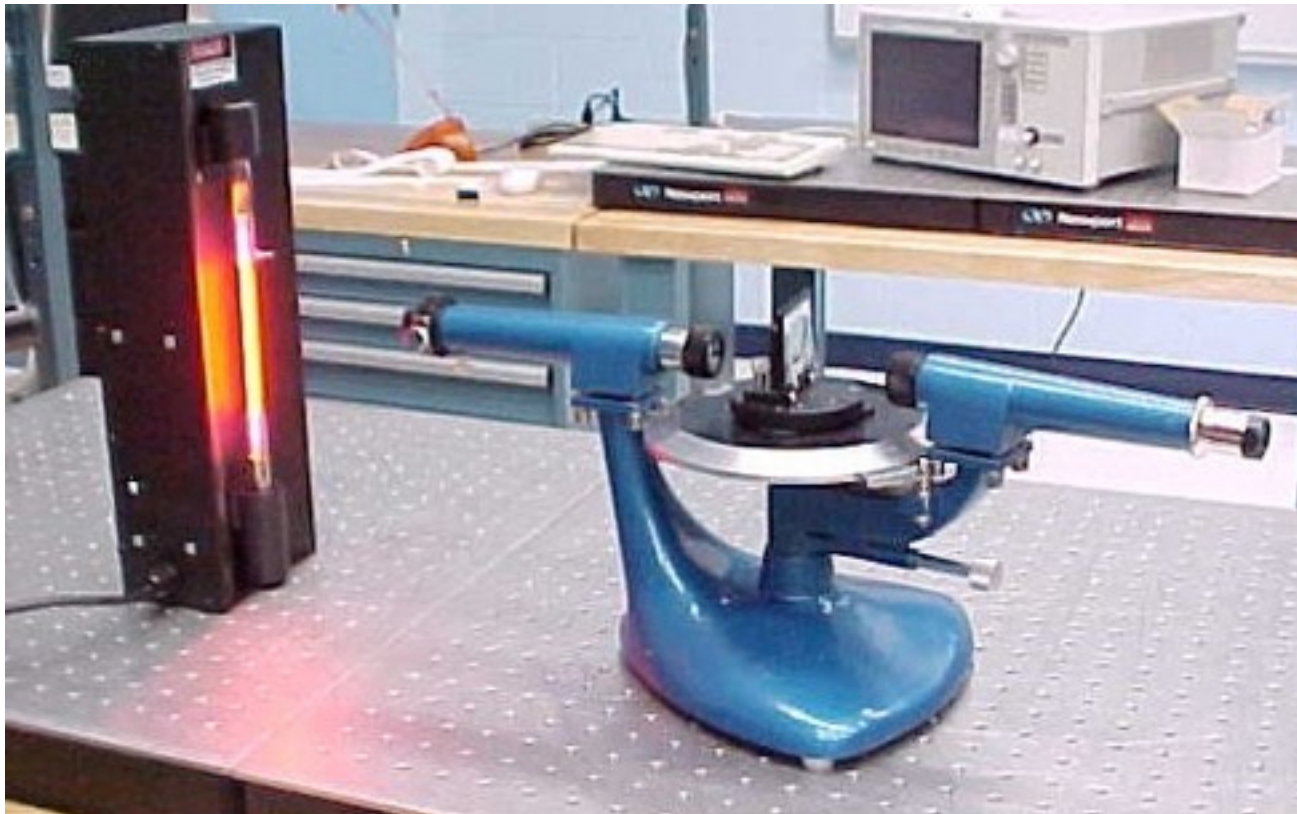




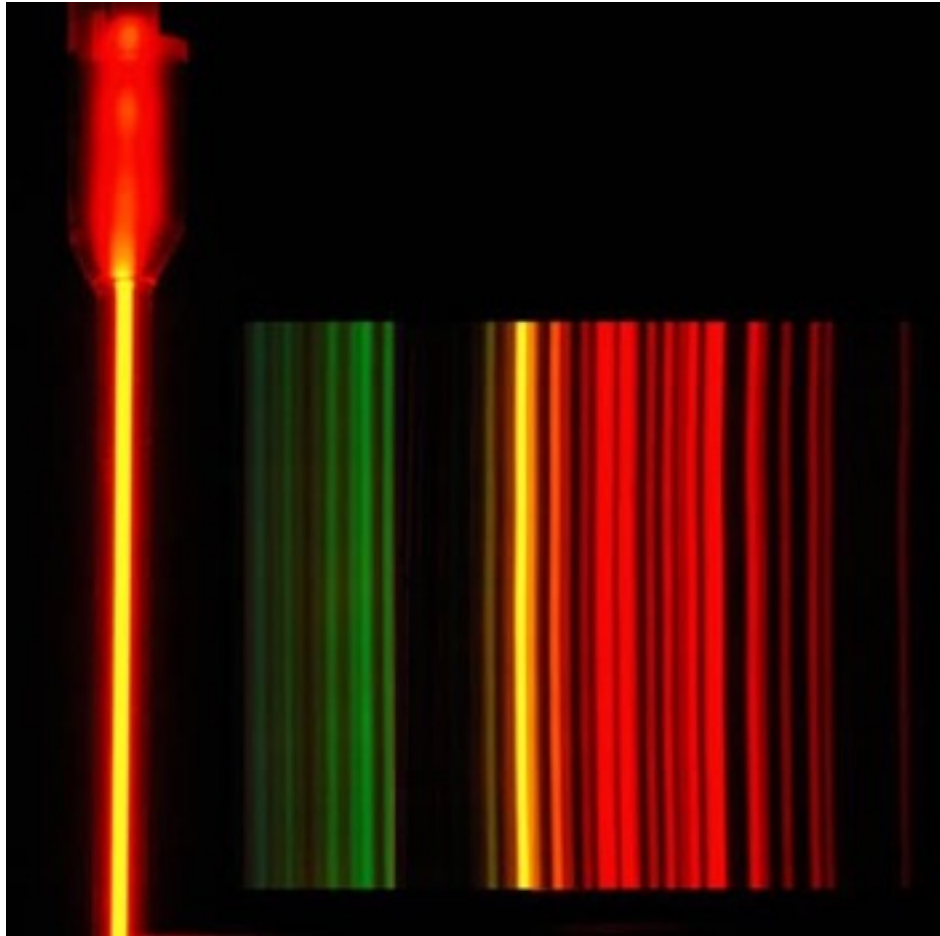
# Redes de difração com resolução menor:



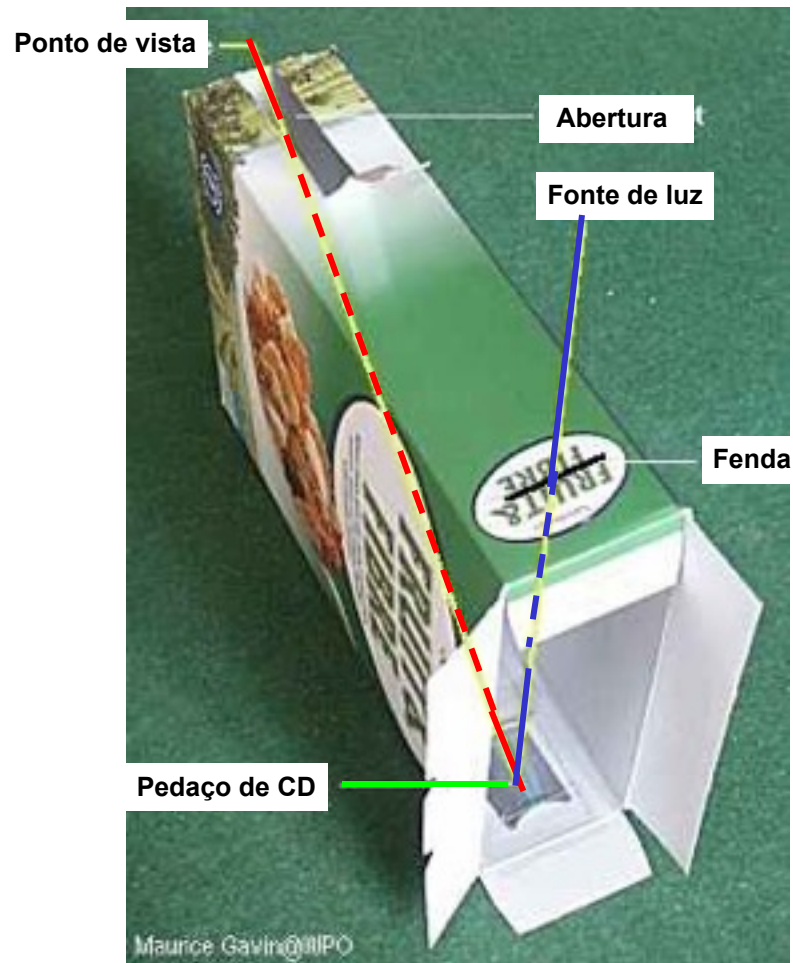
# Uma aplicação das redes de difração



# Linhas de emissão do neônio



# Uma outra aplicação das redes de difração



Espectroscópio feito em casa

# Dispersão

A dispersão numa rede de difração é definida por:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$$

onde  $\Delta\theta$  é separação angular entre duas linhas que diferem de  $\Delta\lambda$ .

Vimos que  $\lambda = \frac{d \operatorname{sen}\theta}{m}$  portanto  $\frac{d\lambda}{d\theta} = \frac{d}{m} \cos\theta$

Logo, temos:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

# Resolução

A resolução numa rede de difração é definida por:

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda}$$

onde  $\Delta\lambda$  é menor diferença de comprimento de onda que pode ser resolvido e  $\lambda_{med}$  é o comprimento de onda médio.

Vimos que o menor ângulo que pode ser resolvido é:

$$\Delta\theta_{ml}^{\theta} \approx \frac{\lambda}{Nd \cos\theta}$$

Substituindo este valor na eq. da dispersão:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

$$\frac{\lambda}{Nd \cos\theta} \frac{1}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

Assim, temos:

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm$$

# Dispersão x Resolução

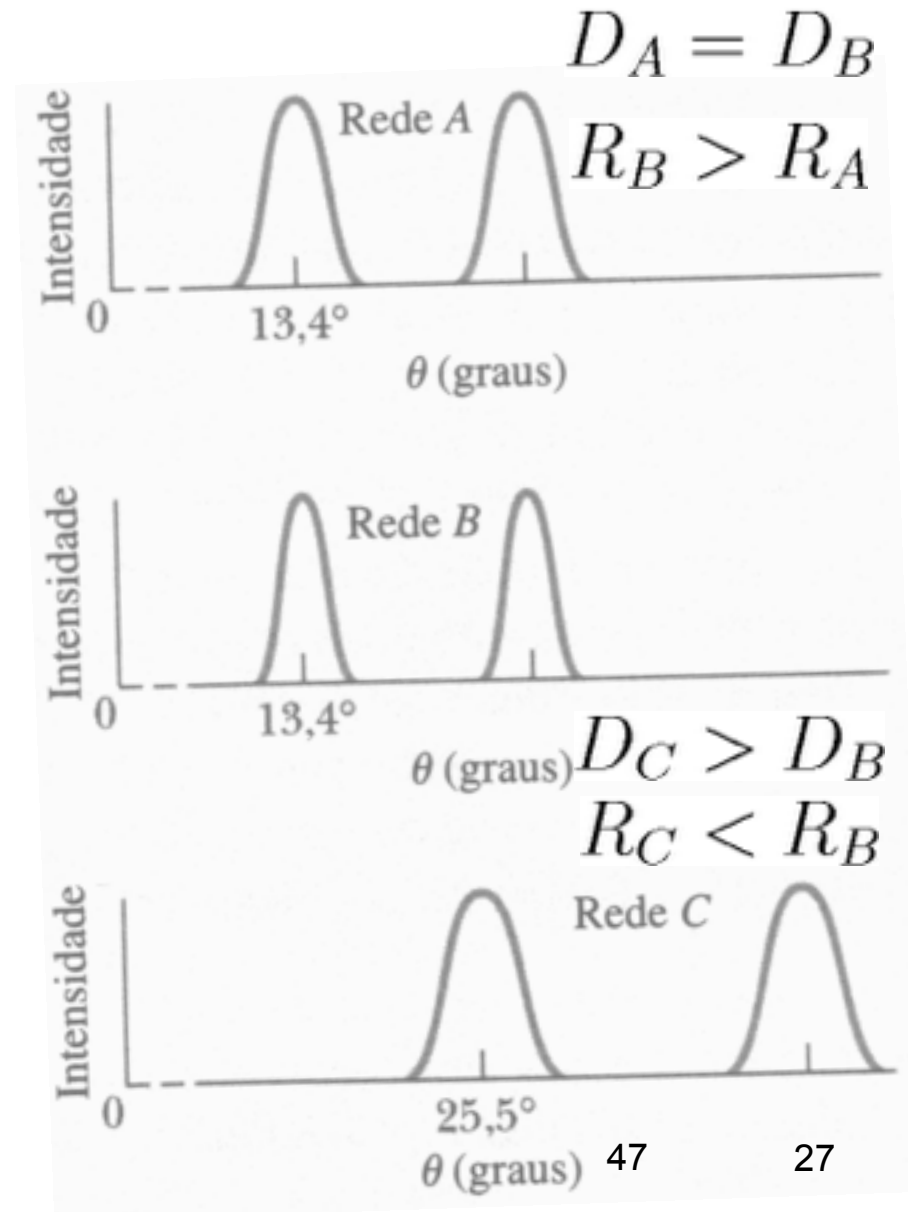
Rede	$N$	$d(\text{nm})$	$\theta$	$D(^{\circ}/\mu\text{m})$	$R$
A	10000	2540	$13,4^{\circ}$	23,2	10000
B	20000	2540	$13,4^{\circ}$	23,2	20000
C	10000	1370	$25,5^{\circ}$	46,3	10000

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

A dispersão melhora com a diminuição de  $d$

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm$$

Resolução aumenta com  $N$ , número de ranhuras



# Exercícios e Problemas

37-48E. Uma rede de difração tem 600 ranhuras/mm e 5,0 mm de largura. (a) Qual é o menor intervalo de comprimentos de onda que a rede é capaz de resolver em terceira ordem para  $\lambda=500$  nm? (b) Quantas ordens acima da terceira podem ser observadas?



10°-48. (a) Usando o fato de que

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \quad (36)$$

obtemos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm} = \frac{500 \times 10^{-9}}{(3)(600)(5)} = 55,5 \times 10^{-12} m. \quad (37)$$

(b) A posição dos máximos numa rede de difração é definida pela fórmula

$$d \operatorname{sen}\theta = m\lambda \quad (38)$$

de onde obtemos que

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{m\lambda}{d}. \quad (39)$$

Não observamos difração de ordem  $m$  equivalente a dizer que para tal  $m$  obtemos  $\theta = 90^\circ$ , ou seja, que temos

$$\operatorname{sen}90^\circ = 1 \approx \frac{m_{max}\lambda}{d}. \quad (40)$$

Isolando-se  $m_{max}$ , e substituindo os dados do problema em questão encontramos que

$$m_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{10^{-3}/600}{500 \times 10^{-9}} = 3,3. \quad (41)$$

Tal resultado nos diz que a maior ordem observável com tal grade é a terceira, pois esta é a última ordem que produz um valor fisicamente significativo de  $\theta$ . Portanto, não se pode observar nenhuma ordem superior a terceira com tal grade.

# Sólidos Cristalinos

- Formas regulares e simétricas assim como a ordenação das partículas que os formam.



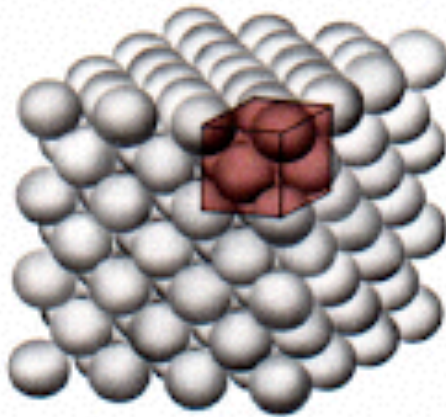
# Cristais e suas estruturas

- Cristais são arranjos atômicos ou moleculares cuja estrutura se repete numa forma periódica tridimensional. Um exemplo simples é o do sal de cozinha, NaCl, cuja estrutura consiste em átomos de Sódio e Cloro dispostos de forma que um átomo de sódio terá sempre átomos de cloro como vizinhos e vice-versa.

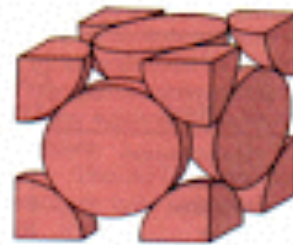


# Celulas Unitárias e Redes

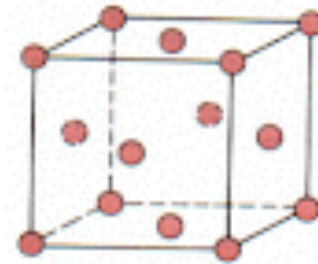
## Célula Unitária



*Sólido cristalino CFC*

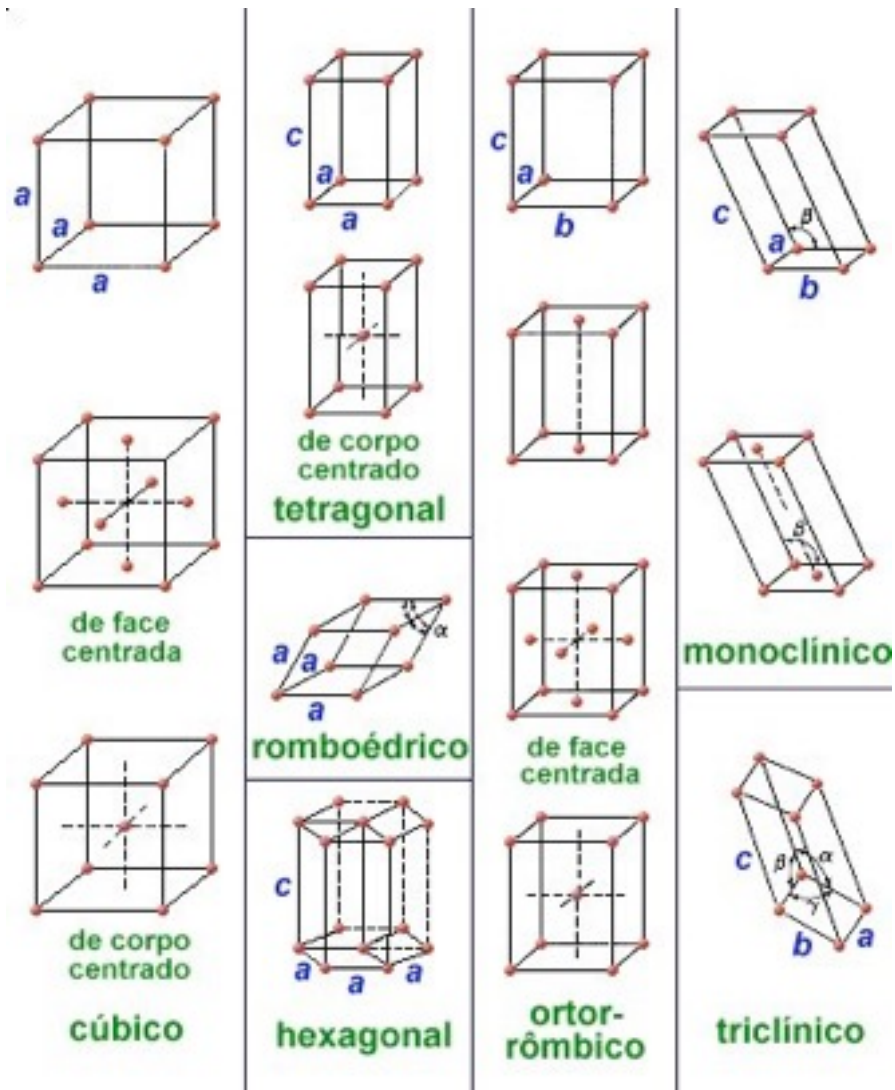


*Célula unitária representada por esferas rígidas (em escala)*



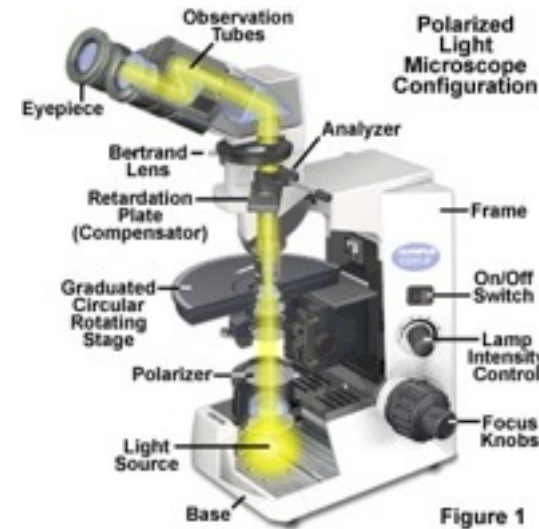
*Outra representação da célula unitária. Os círculos representam as posições ocupadas pelos átomos*

# Celulas Unitárias e Redes



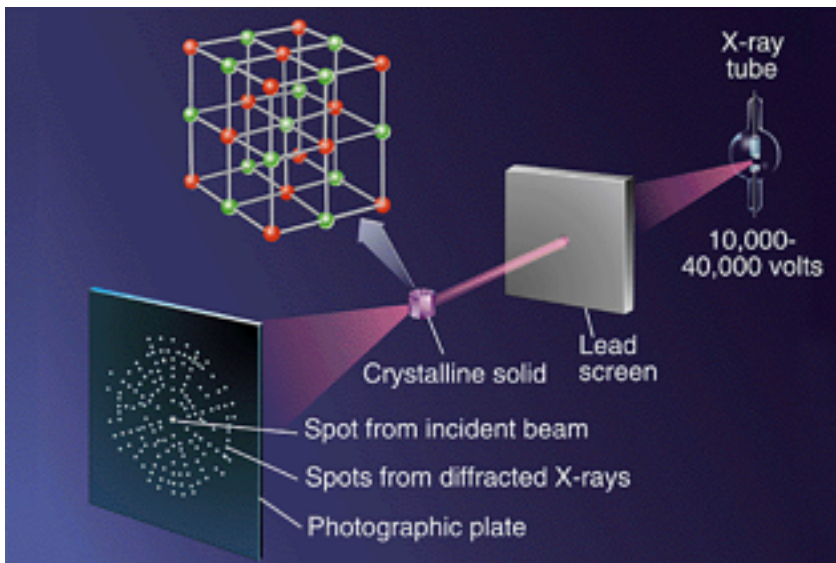
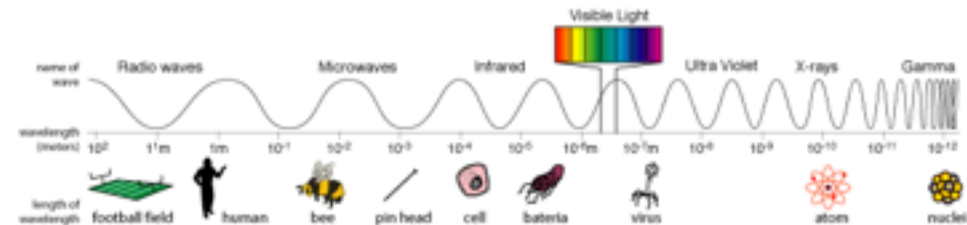
# Microscópio óptico

- Os microscópios ópticos possuem uma limitação física, ditada pelo comprimento de onda da luz visível. Não é possível enxergar-se diretamente nenhum objeto menor do que o comprimento de onda da luz na faixa do espectro que o olho humano enxerga.
- Isso faz com que os cientistas não consigam ver nada que esteja separado por uma distância menor do que 200 nanômetros.

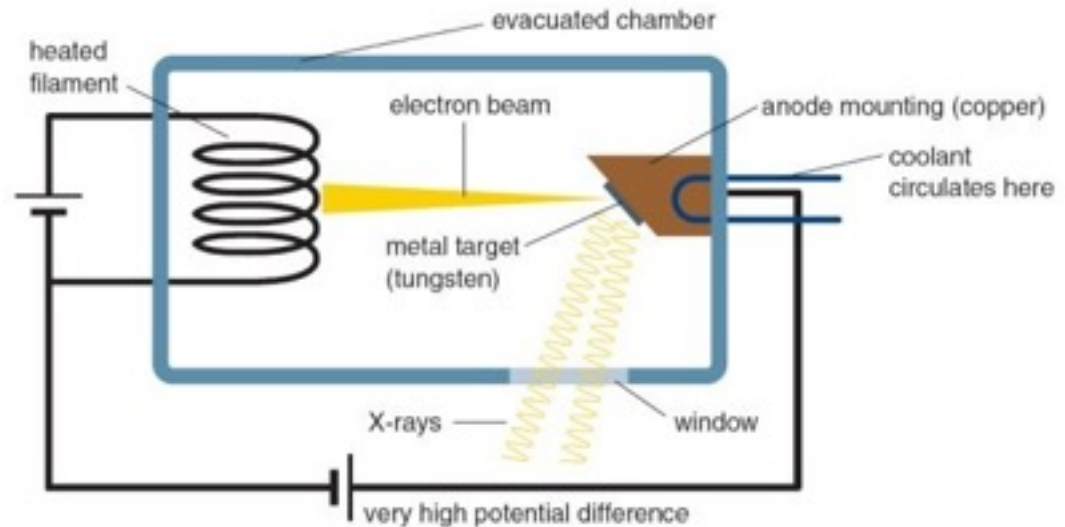


# Microscópio óptico

- O estudo da estrutura cristalina não é possível através da microscopia óptica.
- A técnica mais utilizada para realizar este estudo consiste em estudar a maneira como a estrutura cristalina difrata ondas.



# Raio-X



- Descoberto por Roentgen (Nobel de 1901).
- Raios X são produzidos todas as vezes que elétrons encontram um obstáculo. Na experiência de Roentgen, eles eram produzidos quando os elétrons encontravam a parede do tubo.
- A produção dos raios X é explicada do seguinte modo: os elétrons emitidos pelo catodo são fortemente atraídos pelo anodo e chegam a este com grande energia cinética. Chocando-se com o anodo, eles perdem a energia cinética e cedem energia aos elétrons que estão nos átomos do anodo. Estes elétrons são então acelerados e, então, emitem ondas eletromagnéticas que são os raios X.



# Marie Cure

- Aplicação prática do raio X na I Guerra Mundial para tratamento de ferimentos de balas e fraturas.
- Na França o professor Antonio Henri Berquerel trabalhava com a fosforecência e suas experiências levaram a creditar que a pechblenda, minério de urânio, contivesse outro elemento além do urânio. Marie, Pierre e o professor trabalham juntos em laboratório durante vários anos.



# Difração de Raio X

- 1912 – Laue (alemão) usa um cristal como rede de difração tridimensional;
- Mesma ordem de grandeza do  $\lambda$  da radiação incidente e da distância entre as partícula do cristal;
- Raio X incide no cristal, onde parte de sua energia é absorvida e reemitida em todas as direções (cada átomo se torna uma fonte secundária de raios X);
- Quando os raios X incidem numa substância de estrutura aleatória, são dispersos em todas as direções.
- No entanto, em planos cristalinos haverá direções preferenciais nas quais se dá interferência construtiva ou destrutiva dos raios X.

# Difração de raios-x



The Nobel Prize in Physics 1914

"for his discovery of the diffraction of X-rays by crystals"



**Max von Laue**

Germany

Frankfurt-on-the-Main  
University  
Frankfurt-on-the-Main,  
Germany

b. 1879  
d. 1960

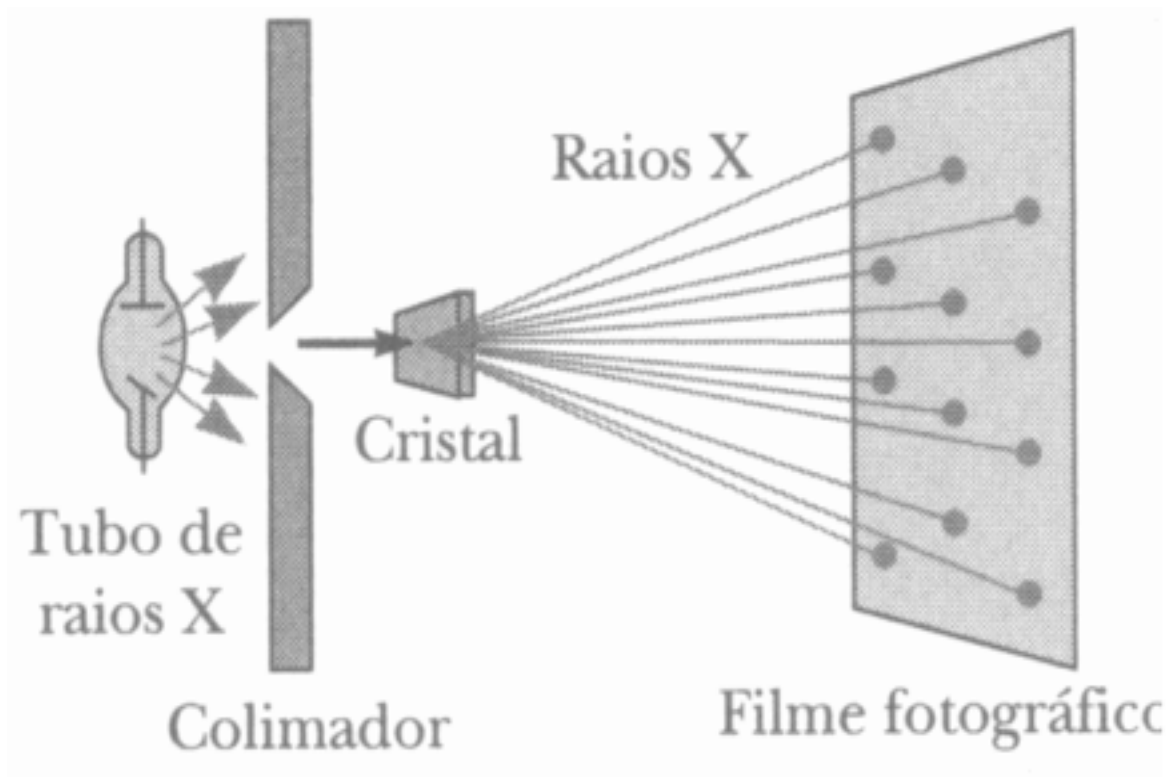
$$\text{R-x} \Rightarrow \lambda \approx 1 \text{ \AA}$$

MAX VON LAUE

Concerning the detection of X-ray interferences

*Nobel Lecture, November 12, 1915*

# Difração de Raios-X por Cristais



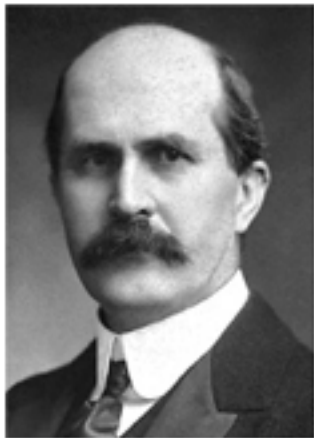
O comprimento de onda dos Raios X é da ordem do espaçamento atômico em cristais,  $10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$ .

# Lei de Bragg



## The Nobel Prize in Physics 1915

"for their services in the analysis of crystal structure by means of X-rays"



**Sir William Henry Bragg**

① 1/2 of the prize

United Kingdom

London University  
London, United Kingdom



**William Lawrence Bragg**

① 1/2 of the prize

United Kingdom

Victoria University  
Manchester, United Kingdom

WILLIAM LAWRENCE BRAGG

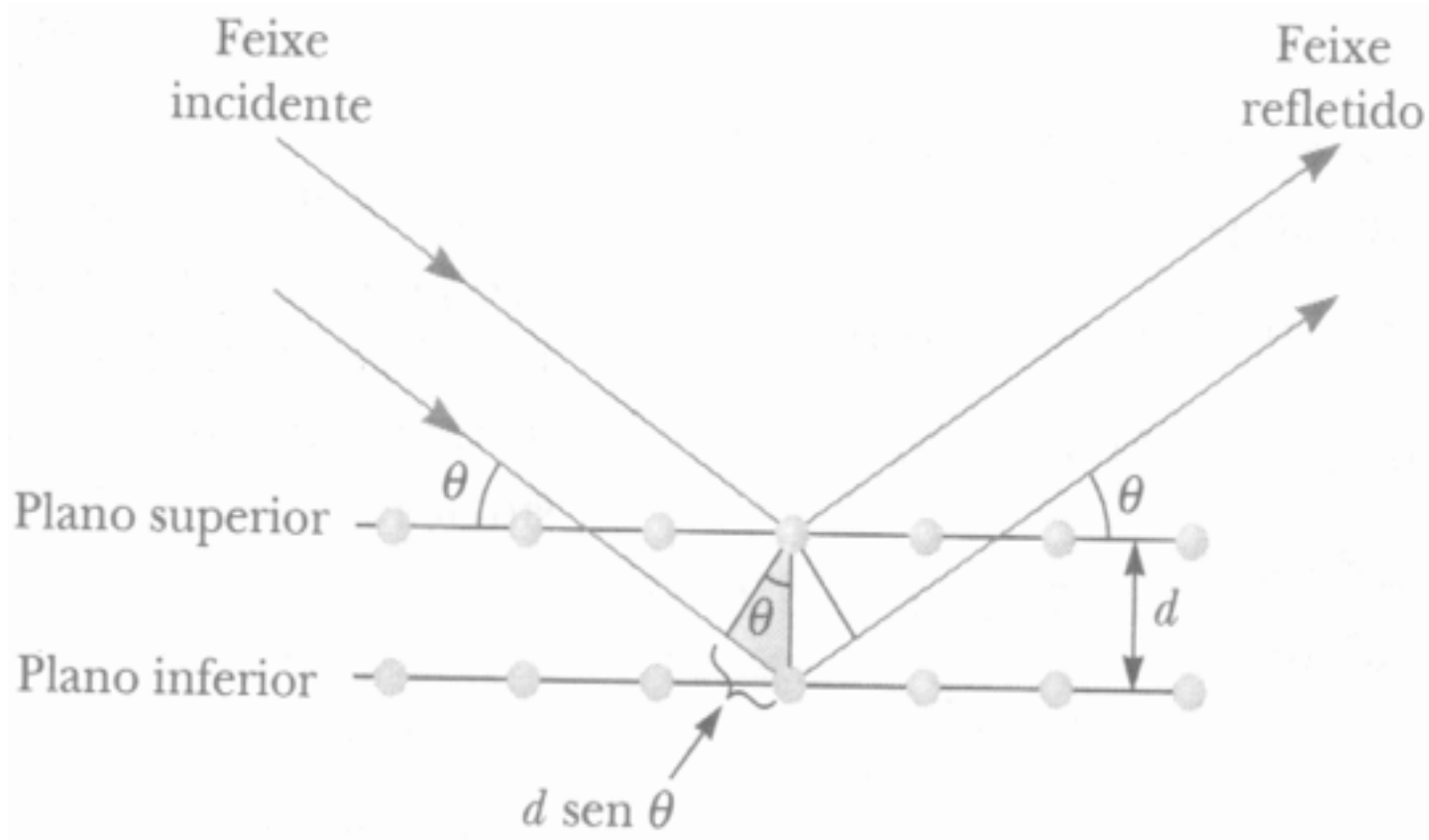
## The diffraction of X-rays by crystals

*Nobel Lecture, September 6, 1922\**

The pulses reflected by successive planes build up a wave train, which analysis shows to be composed of the wavelengths given by the formula

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

In this expression,  $n$  is an integer,  $\lambda$  is the wavelength of the X-rays,  $d$  the spacing of the planes, and  $\theta$  the glancing angle at which the X-rays are reflected.



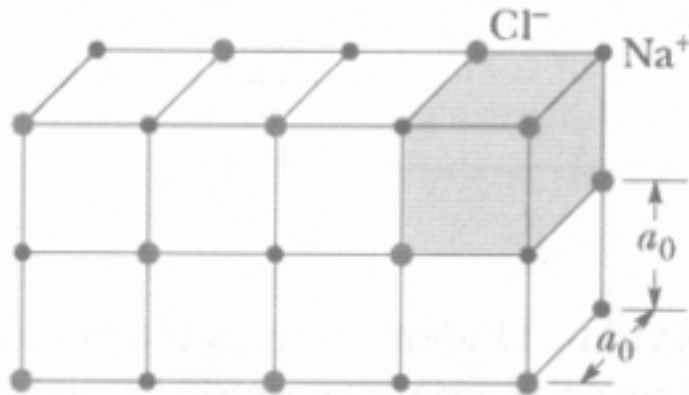
Temos interferências construtivas quando:

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

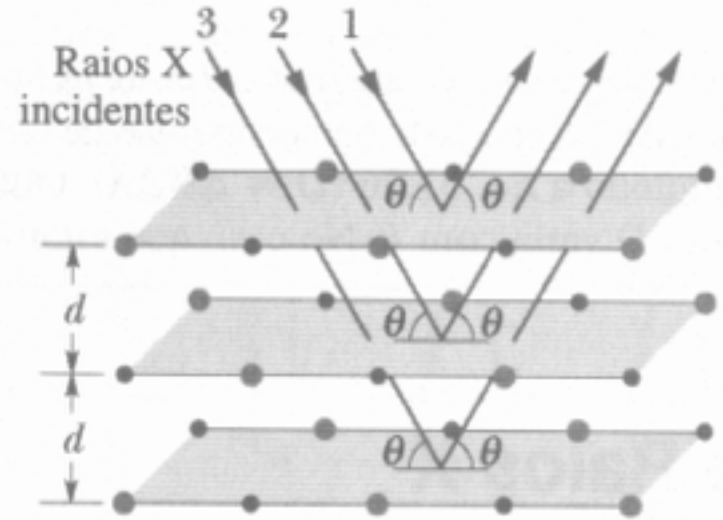
$$(m = 1, 2, 3...)$$

***Lei de Bragg***

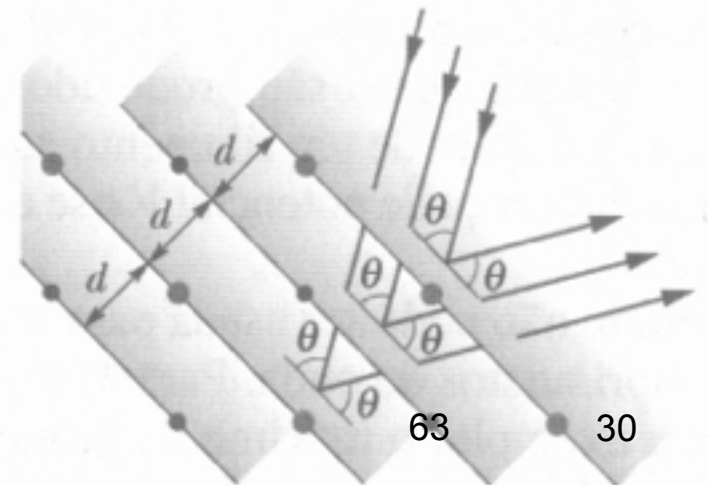
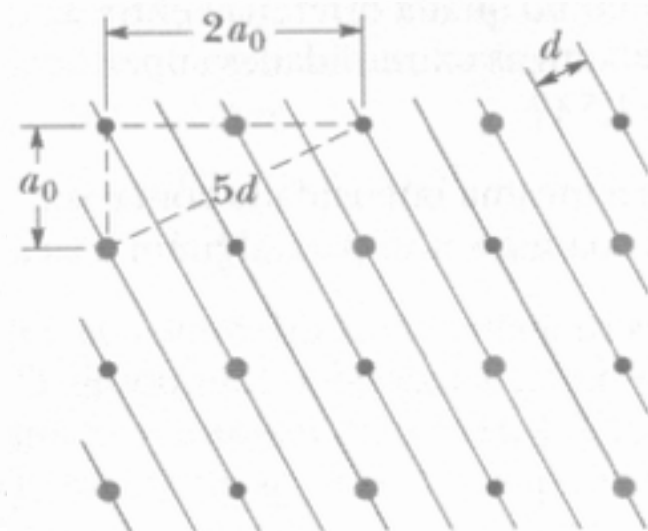
Porém, para qualquer ângulo de incidência, temos vários planos de reflexão.



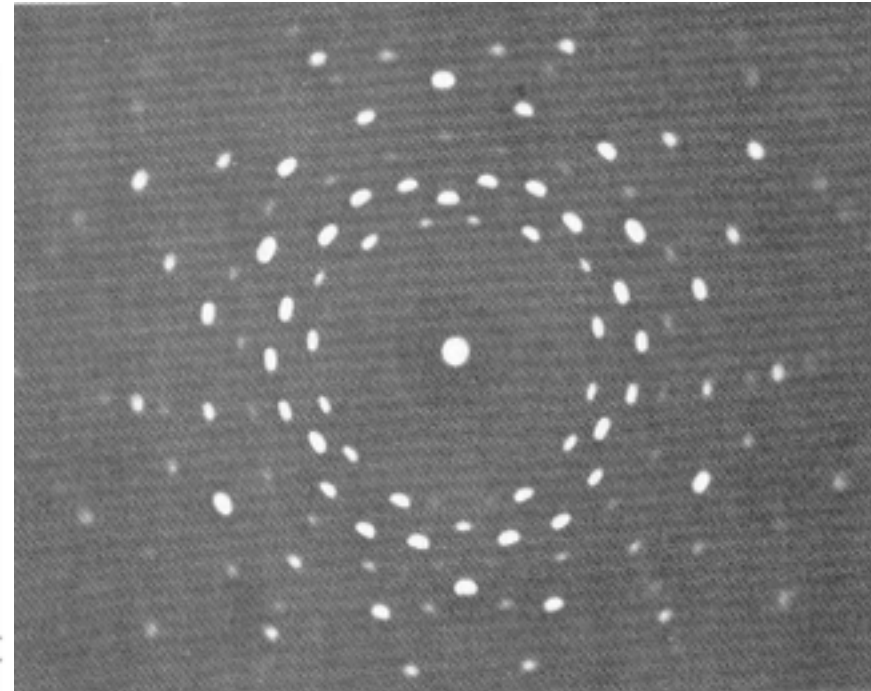
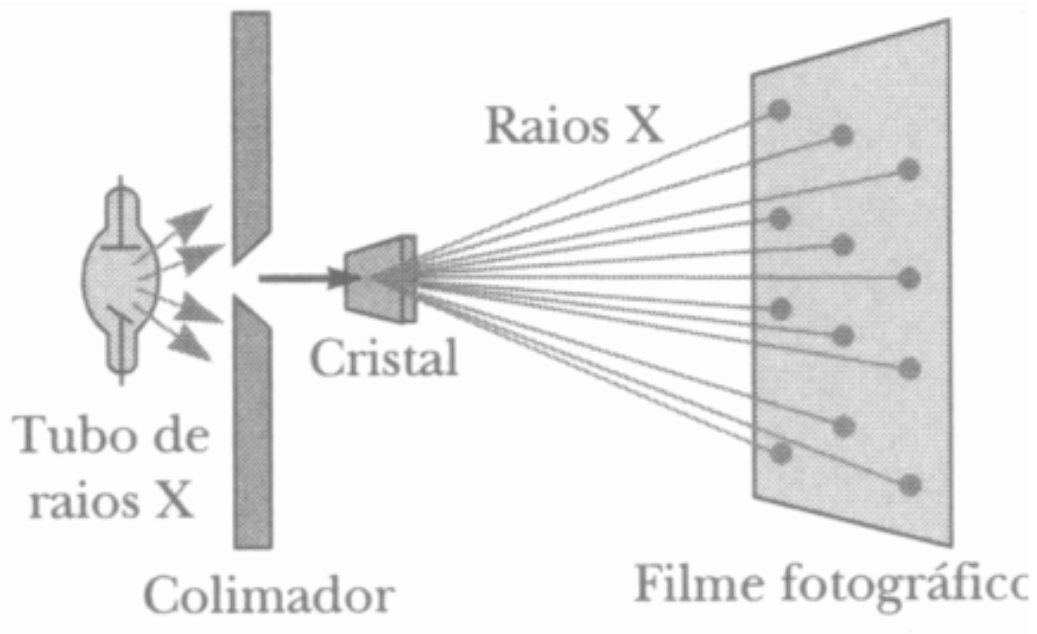
(a)



(b)



Assim, temos uma figura de difração complexa:





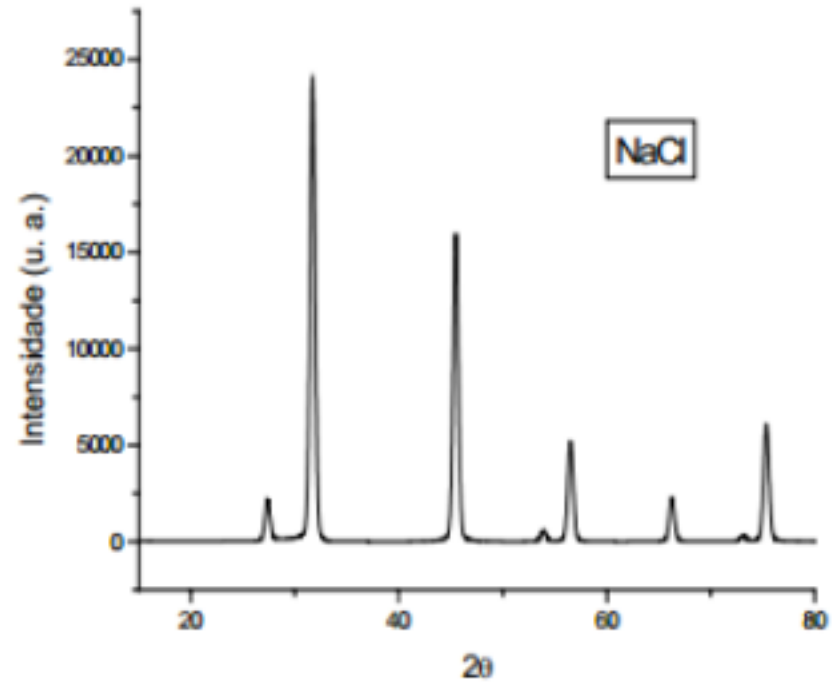
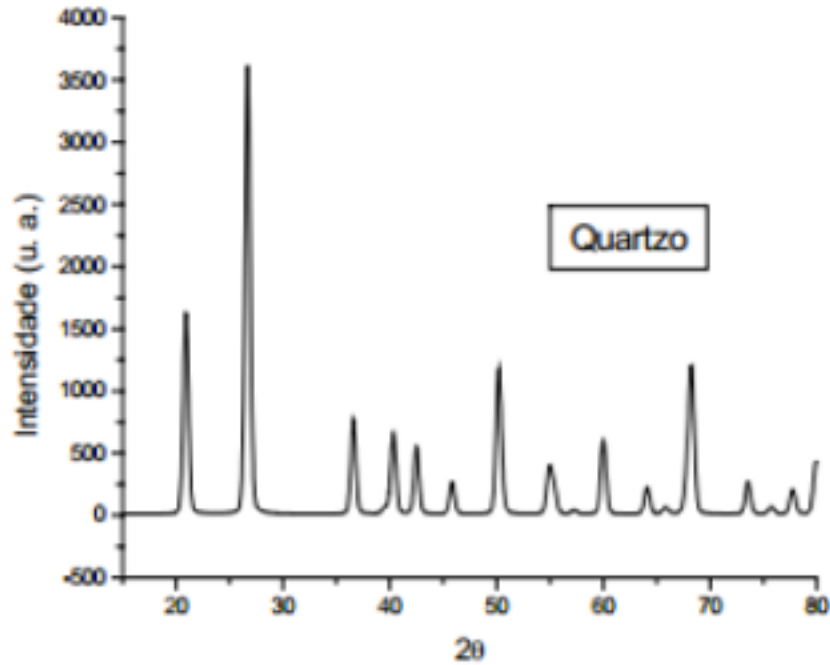
# Cristalografia

- Na Cristalografia o padrão de difração é usado para determinar o arranjo e os espaçamentos entre os átomos que funcionam como fendas nos cristais.
- Se ao invés de uma fenda dupla usarmos várias fendas igualmente espaçadas. Este arranjo é conhecido como rede de difração.
- Assim, a observação das franjas de difração (ou franjas de interferência) permite calcular a separação entre as fendas.

# Difratômetro



# Exemplo de Difratoograma



# Exercícios e Problemas

37-53E. Raios-X de comprimento de onda de 0,12 nm sofrem reflexão de segunda ordem em um cristal de fluoreto de lítio para um ângulo de Bragg de  $28^\circ$ . Qual é a distância interplanar dos planos cristalinos responsáveis pela reflexão?

11-53. A lei de Bragg fornece a condição de máximos como sendo

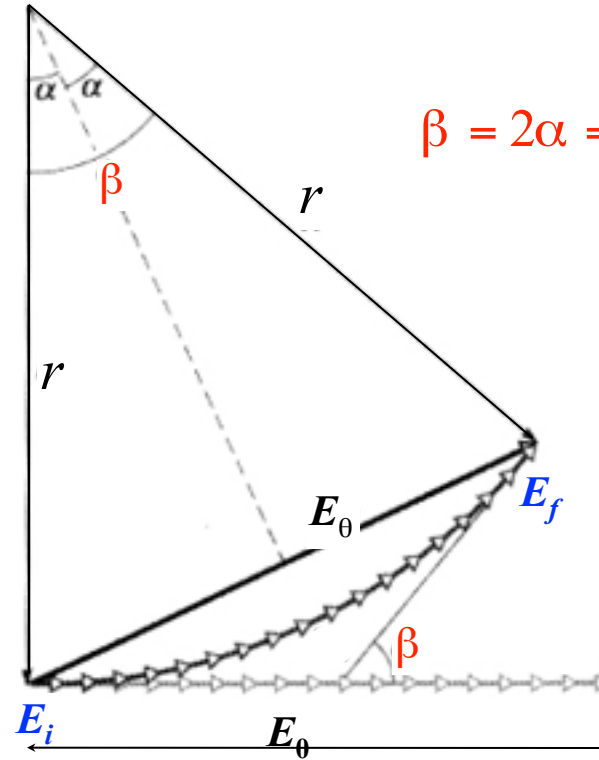
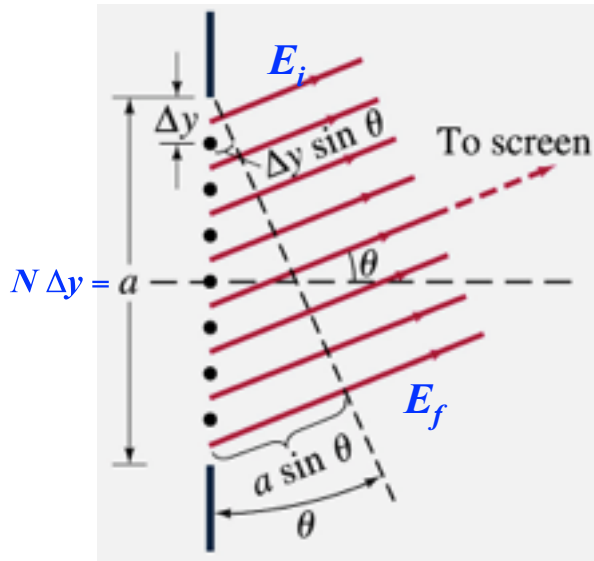
$$2d\text{sen}\theta = m\lambda, \quad (42)$$

onde  $d$  é o espaçamento dos planos do cristal e  $\lambda$  é o comprimento de onda. O ângulo é medido a partir da normal aos planos. Para reflexão de segunda ordem usamos  $m = 2$ , encontramos

$$d = \frac{m\lambda}{2\text{sen}\theta} = \frac{(2)(0,12 \times 10^{-9})}{2\text{sen}28^\circ} = 0,26\text{nm}. \quad (43)$$

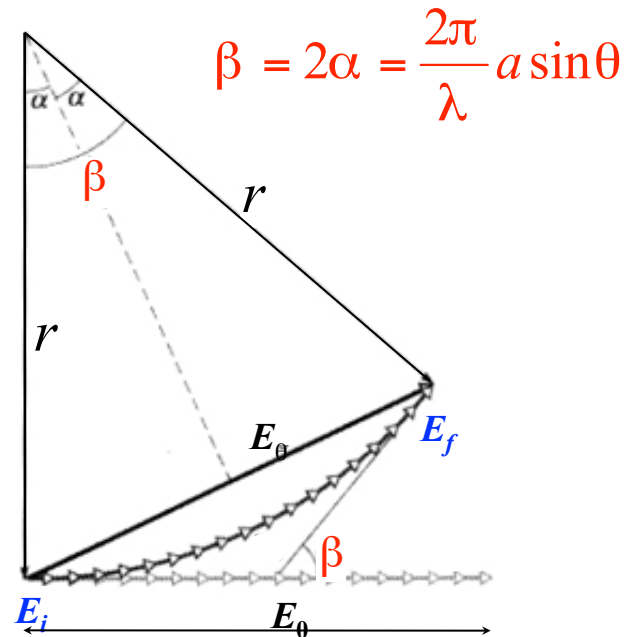
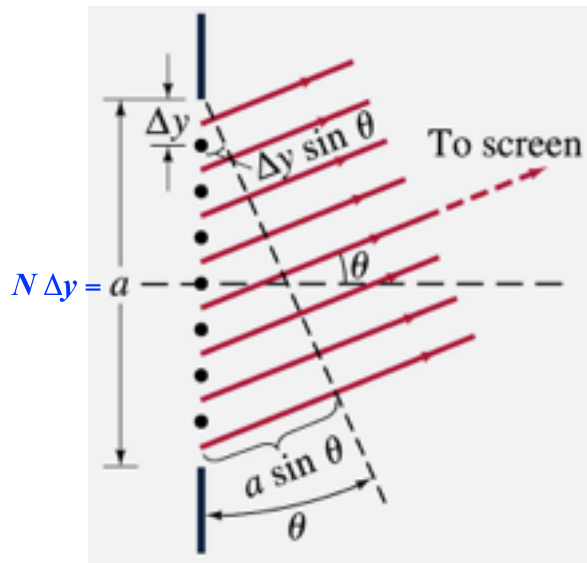
# **Backup Slides**

# Intensidade da Onda Difrata



$$\beta = 2\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

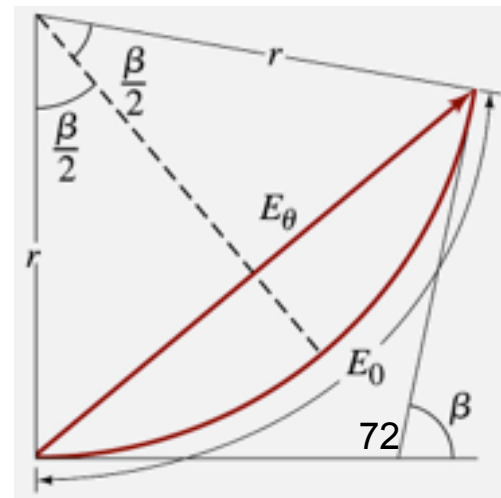
# Intensidade da Onda Difrata



$$E_\theta / 2 = r \sin(\beta / 2)$$

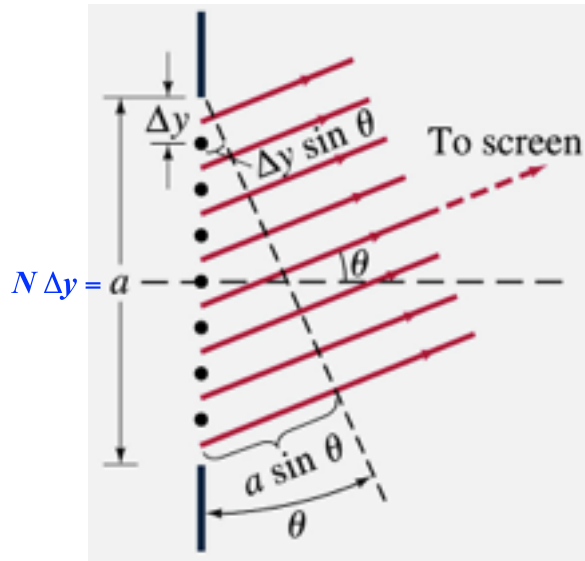
$$\beta = E_0 / r ; \quad r = E_0 / \beta$$

$$E_\theta = \frac{E_0}{\beta / 2} \sin(\beta / 2) = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

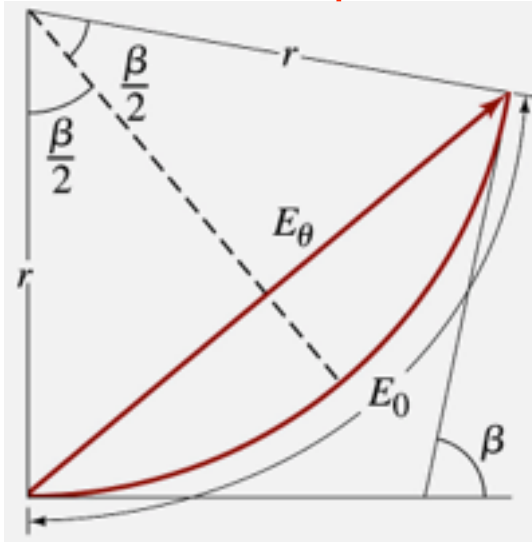




# Intensidade da Onda Difrata



$$\beta = 2\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$



$$E_\theta / 2 = r \sin(\beta / 2)$$

$$\alpha \equiv \frac{\beta}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$\beta = E_0 / r ; \quad r = E_0 / \beta$$

$$\frac{I(\theta)}{I_0} = \frac{E_\theta^2}{E_0^2} \quad \textcircled{\text{R}} \quad I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$E_\theta = \frac{E_0}{\beta / 2} \sin(\beta / 2) = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Mínimos:  $\alpha = \pm m\pi \Leftrightarrow a \sin \theta = \pm m\lambda ; m = 1, 2, \dots$

Máximos:  $\alpha \approx \pm (m + \frac{1}{2})\pi \Leftrightarrow a \sin \theta \approx \pm (m + \frac{1}{2})\lambda$