DEPARTAMENTO DE FÍSICA NUCLEAR E ALTAS ENERGIAS

Física VIII

Ondas eletromagnéticas e Física Moderna

Princípio de Relatividade, Dilatação temporal e Contração espacial

Baseado no material preparado por
Helena Malbouisson
Sandro Fonseca de Souza

Referenciais inerciais

Referenciais inerciais: uma partícula não sujeita a forças permanece em repouso ou movimento retilíneo uniforme (ou seja vale a lei da inércia).

Relação entre as coordenadas nos dois referenciais S e S': (x,y,z,t) ↔ (x',y',z',t')

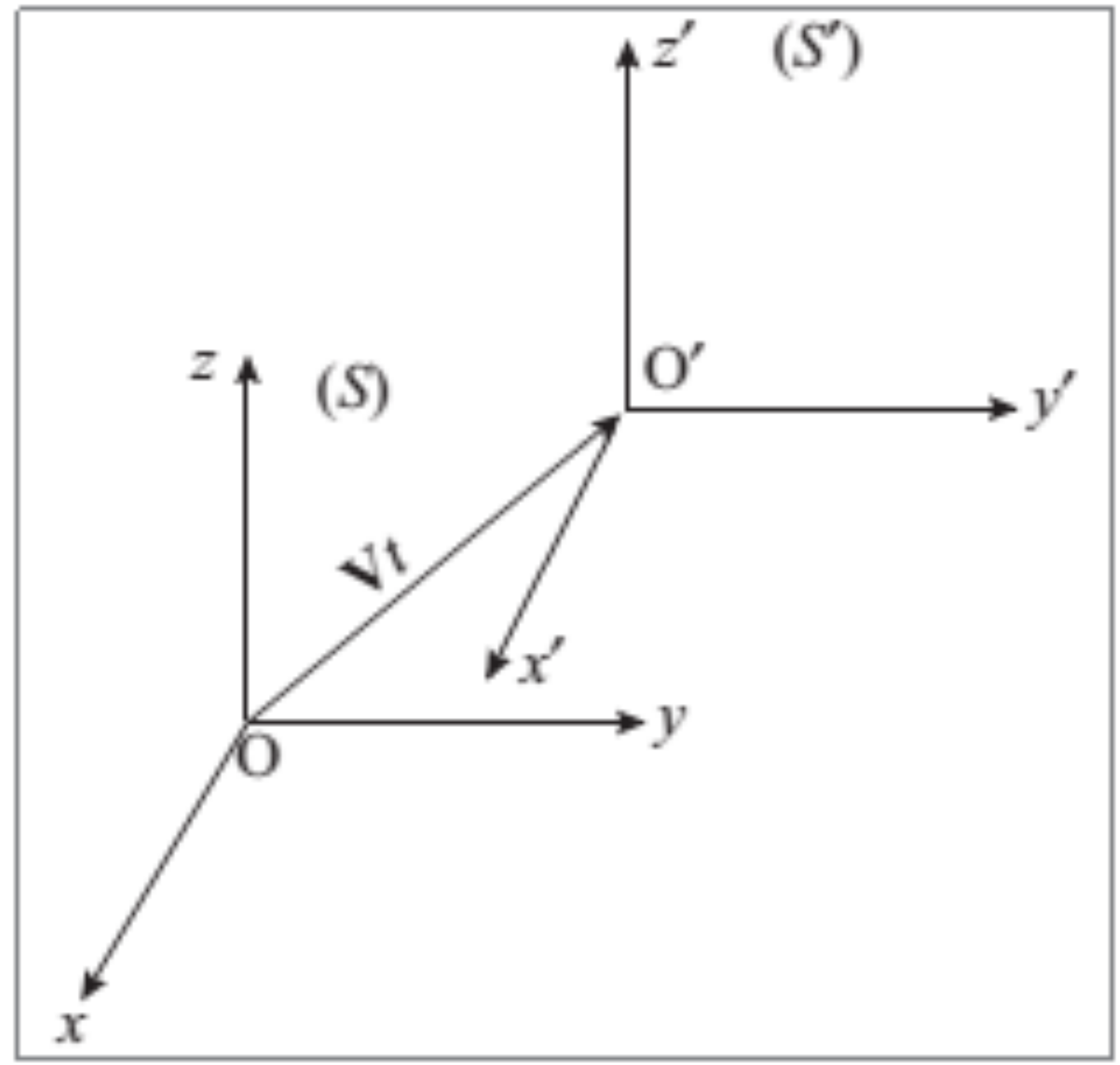
Na Mecânica é impossível detectar um movimento retilíneo uniforme em um sistema isolado (por exemplo, dentro de um avião em velocidade constante e com as janelas fechadas).

As leis da Física são as mesmas em diferentes referenciais inerciais (princípio de relatividade).

Na Mecânica (newtoniana):

$$\mathrm{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow \mathrm{F}' = m'\mathbf{a}'$$

$$(m = m')$$



O' se move com velocidade **V** em relação a O (O e O' coincidem em t = t' = 0 [s]).

Transformação de Galileu:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{V}t$$

$$t' = t$$

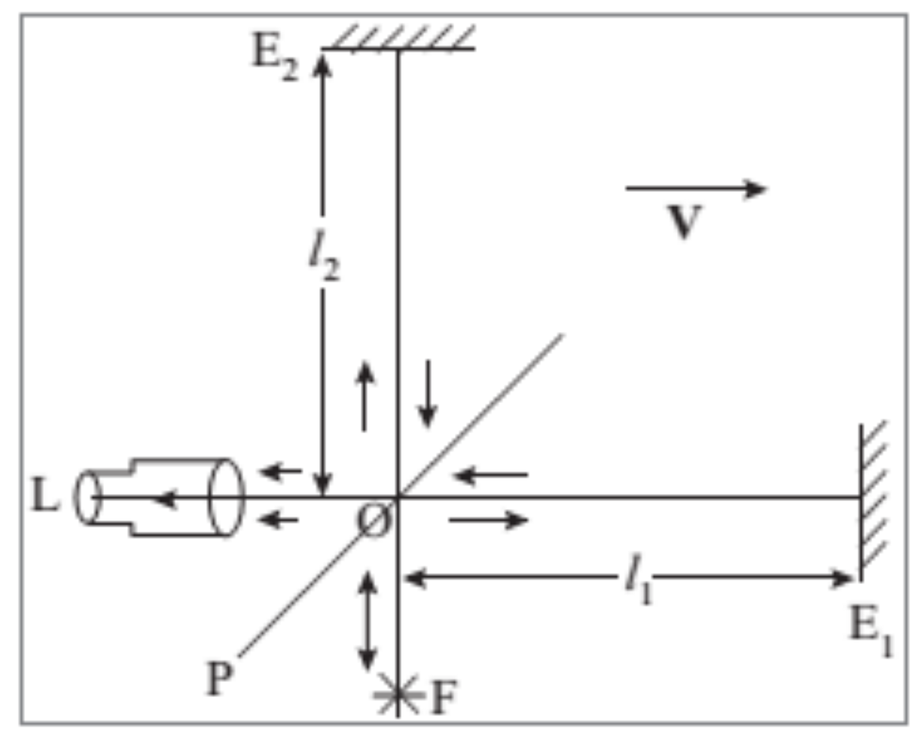
Princípio de Relatividade e Eletrodinâmica

Na Eletrodinâmica (equações de Maxwell), a radiação eletromagnética (luz) se propaga no vácuo com velocidade dada por um valor universal $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$

Se a transformação de Galileu estivesse correta para a eletrodinâmica então em um referencial S': $\mathbf{c}' = \mathbf{c} - \mathbf{V}$

Isso indicaria que existe um referencial privilegiado onde a velocidade da luz é dada por c (em todas as direções). Essa hipótese foi descartada por experimentos (experimento de Michelson e Morley).

Se valem as equações de Maxwell e o princípio de relatividade para todas as leis físicas, então a Mecânica newtoniana e a transformação de Galileu não podem estar corretas.



Experimento de Michelson e Morley

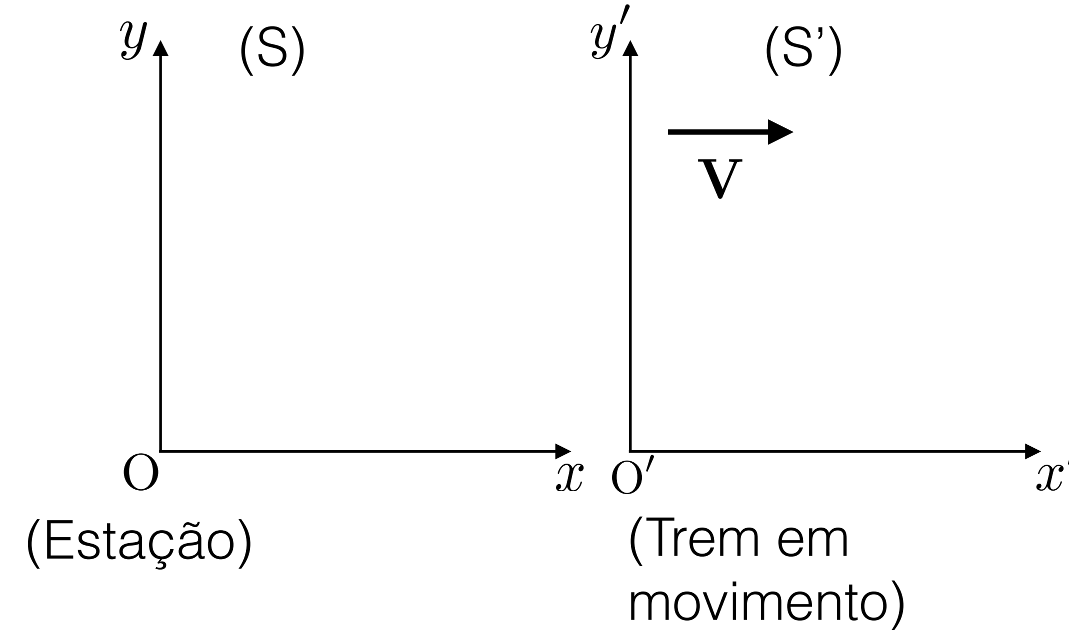
*Postulados* _da relatividade_:

As leis físicas são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

A velocidade da luz no vácuo c é a mesma em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.

A relatividade do tempo

Considere dois *eventos* medidos por dois observadores que se movem entre si (por exemplo um observador em um trem e um segundo em uma estação por onde passa o trem).

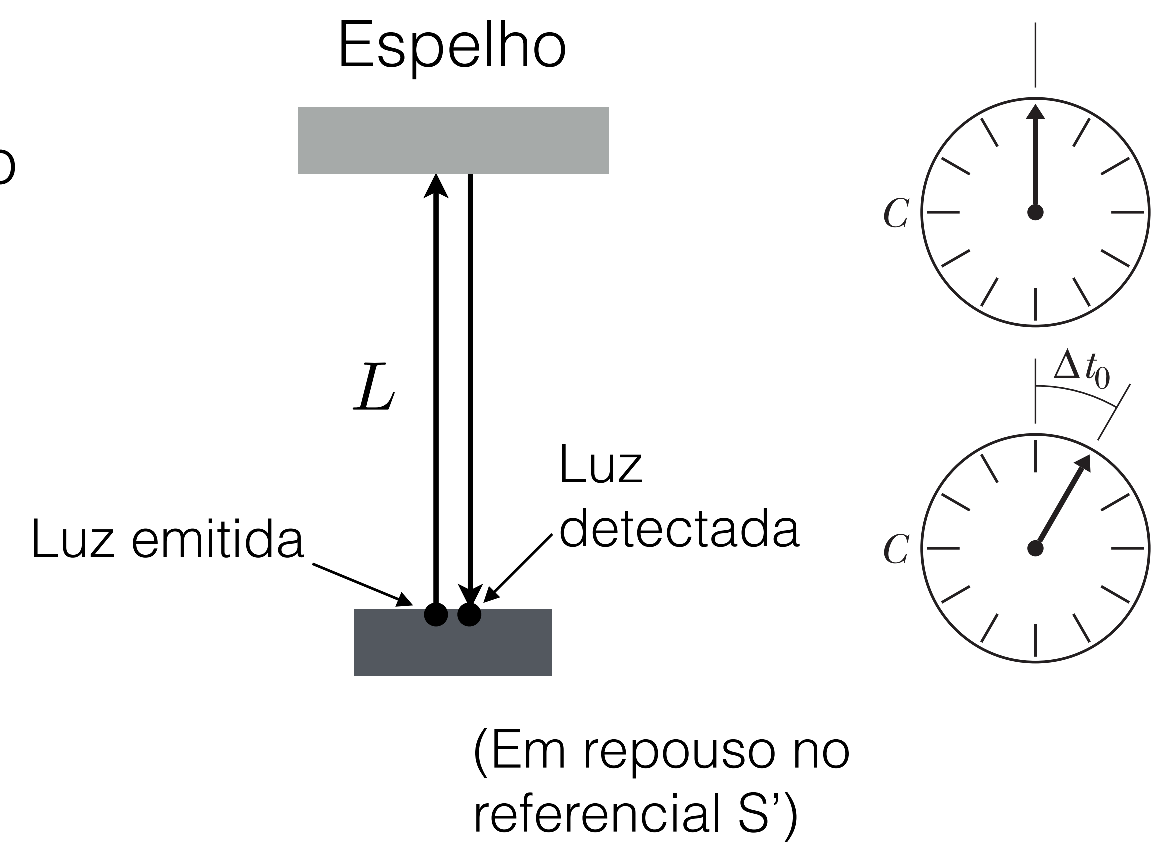


Para o primeiro observador um pulso de luz é emitido, reflete em um espelho e retorna para o mesmo ponto, onde é detectado:

$$\Delta t_0 = \frac{2L}{c}$$

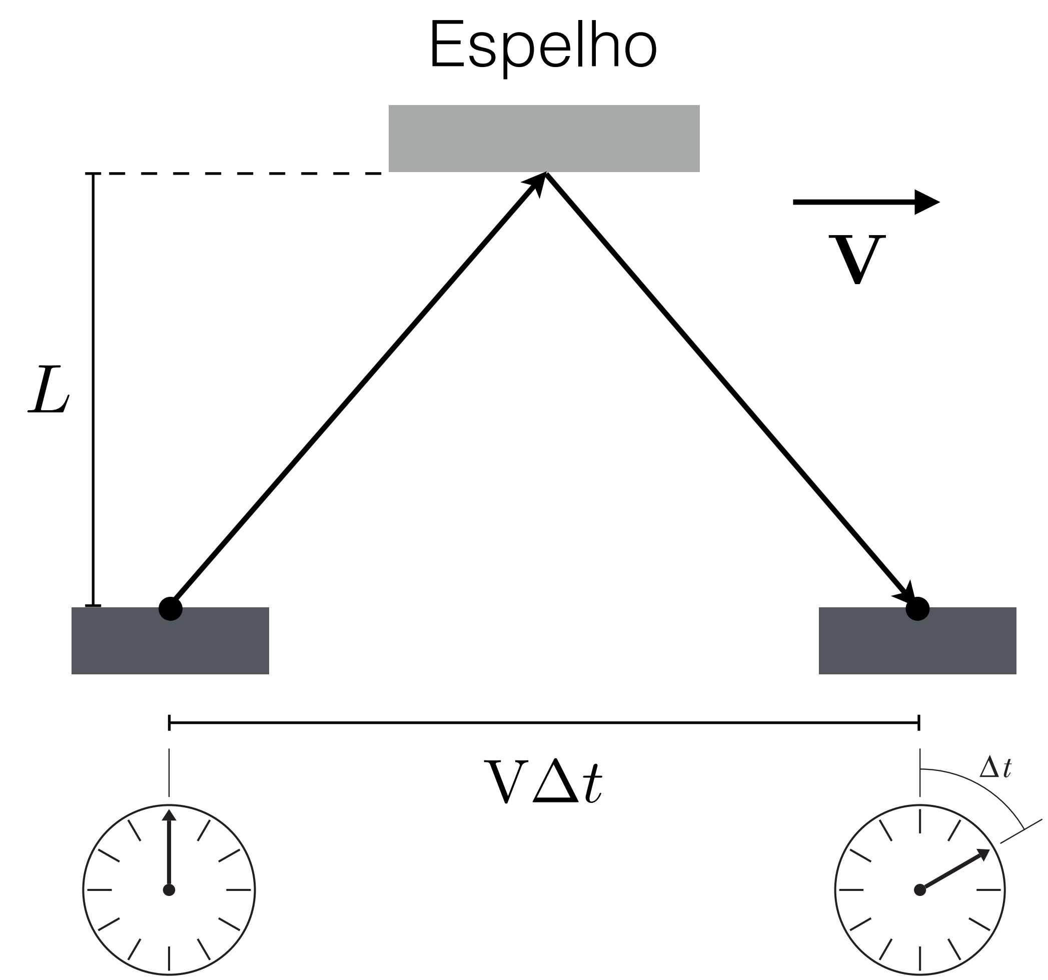
Para este observador os dois eventos ocorrem no mesmo ponto no espaço.

O “relógio” está em repouso neste referencial. Chamamos o tempo marcado por este relógio de *tempo próprio*.



A relatividade do tempo

Agora queremos medir o tempo entre os dois eventos (emissão e detecção do pulso de luz) no referencial em que a fonte (e o primeiro observador) se movem. Esse é o observador parado na estação de trem no exemplo anterior.



O tempo total para o pulso de luz percorrer o caminho é dado por:

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\mathrm{V}\Delta t\right)^2 + L^2}}{c}$$

Reorganizando a equação em relação ao *tempo próprio*:

$$\Delta t^2 \left(1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}\right) = \Delta t_0^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}}$$

A relatividade do tempo

O segundo observador mede um tempo maior que o primeiro para os dois eventos:

$$\mathrm{V} < c \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} > 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t > \Delta t_0$$

Podemos re-escrever a relação entre os tempos medidos pelos dois observadores como:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \qquad \left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \geq 1\right)$$

Se a velocidade V é muito pequena em relação à velocidade da luz c, então:

$$\mathrm{V} \ll c \quad \Rightarrow \quad \gamma \approx 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t \approx \Delta t_0$$

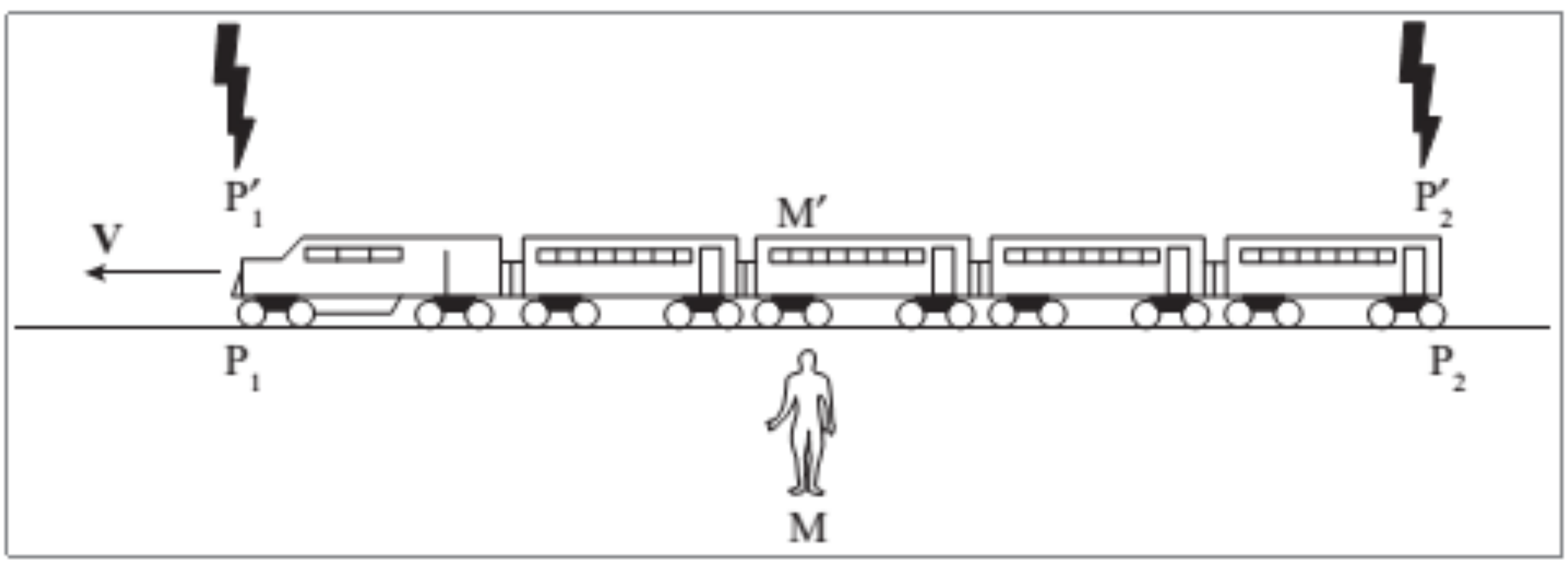
<u>Essa é a aproximação da Mecânica newtoniana</u>.

Simultaneidade

Dois eventos distantes e simultâneos em um referencial inercial (S) não são em geral simultâneos em um outro referencial (S')

Considere dois eventos (por exemplo a queda de relâmpagos) nos pontos P_1 e P_2 abaixo, nas extremidades do trem em movimento. No referencial S do trilho os dois eventos são simultâneos e os *sinais* luminosos partindo de P_1 e P_2 chegam ao mesmo tempo no ponto médio M.

No referencial S' o ponto médio M' entre as extremidades do trem não vê os sinais dos dois eventos ao mesmo tempo (eles não são simultâneos).



Exemplo

Uma espaçonave com um astronauta passa pela Terra com uma velocidade relativa de 0,999c, viaja 10 anos (tempo medido pelo astronauta), faz meia-volta e retorna à Terra com velocidade relativa de mesma magnitude, por mais 10 anos. Quanto tempo leva a viagem de acordo com um observador terrestre? (Despreze os efeitos da aceleração).

Exemplo

Uma espaçonave com um astronauta passa pela Terra com uma velocidade relativa de 0,999c, viaja 10 anos (tempo medido pelo astronauta), faz meia-volta e retorna à Terra com velocidade relativa de mesma magnitude, por mais 10 anos. Quanto tempo leva a viagem de acordo com um observador terrestre? (Despreze os efeitos da aceleração).

O tempo próprio do observador na nave espacial (para o astronauta) é de 10 anos tanto para o percurso de ida como para o de volta.

Para ambos os percursos o tempo medido por um observador no referencial terrestre será (onde V = 0,999c):

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \Delta t_0$$

Exemplo

Uma espaçonave com um astronauta passa pela Terra com uma velocidade relativa de 0,999c, viaja 10 anos (tempo medido pelo astronauta), faz meia-volta e retorna à Terra com velocidade relativa de mesma magnitude, por mais 10 anos. Quanto tempo leva a viagem de acordo com um observador terrestre? (Despreze os efeitos da aceleração).

O tempo próprio do observador na nave espacial (para o astronauta) é de 10 anos tanto para o percurso de ida como para o de volta.

Para ambos os percursos o tempo medido por um observador no referencial terrestre será (onde V = 0,999c):

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Delta t_0$$

$$\gamma \approx 22{,}37 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \approx 224\,\mathrm{anos}$$

O percurso de ida e volta será medido como aproximadamente 448 anos no referencial terrestre.

A relatividade das distâncias

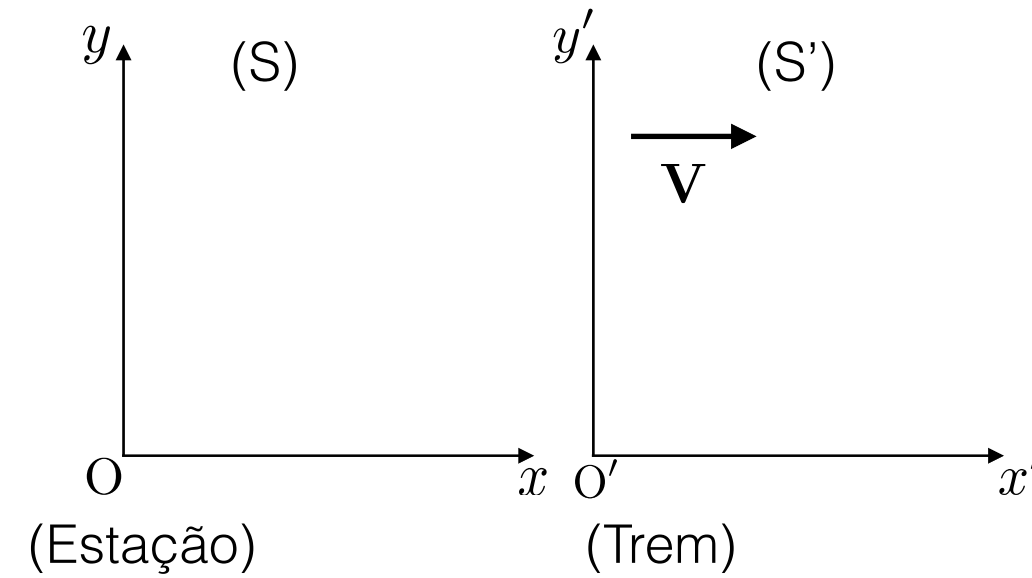
Considere novamente dois observadores, um em um trem em movimento e um segundo em uma estação por onde passa o trem.

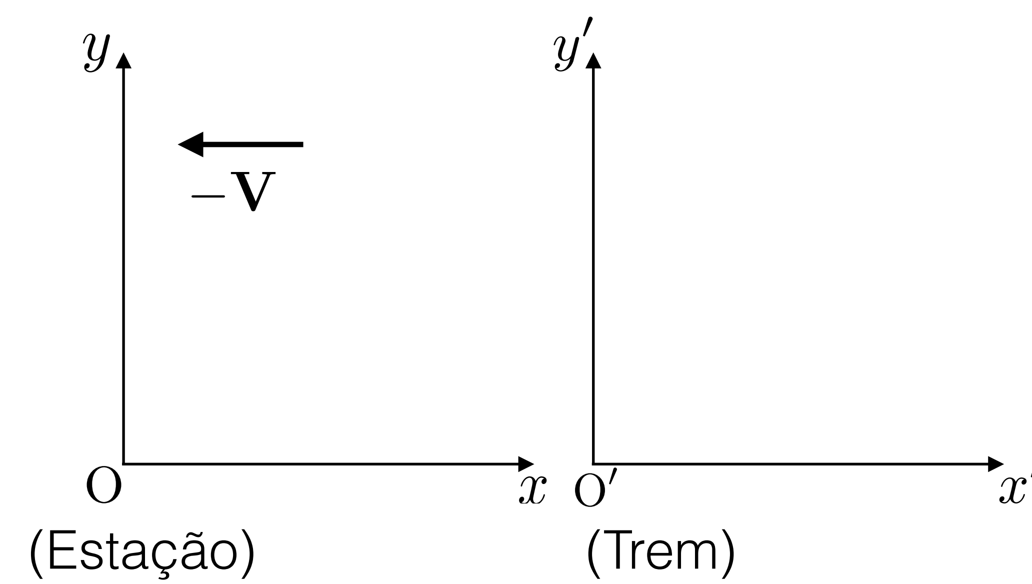
Note que podemos inverter o problema e pensarmos no observador na estação de movendo com velocidade contrária do ponto de vista do observador no trem.

Vamos medir o comprimento de um objeto, por exemplo aquele da própria plataforma por onde passa o trem.

O observador *em repouso* na estação mede o *comprimento próprio* da plataforma ***L*₀**, percorrido pelo trem em um intervalo de tempo: $\Delta t = L_0/\mathrm{V}$ (Note que este intervalo de tempo corresponde a dois eventos que ocorrem distantes entre si)

Um observador no trem mede o comprimento a partir de dois eventos que ocorrem na mesma posição neste referencial (é um intervalo de tempo próprio): $L = \mathrm{V}\Delta t_0$





A relatividade das distâncias

$$\Delta t = L_0/\mathrm{V} \quad \text{(Referencial S)}$$

$$L = \mathrm{V}\Delta t_0 \quad \text{(Referencial S')}$$

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\mathrm{V}\Delta t_0}{\mathrm{V}\Delta t} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}$$

O comprimento de um objeto medido em um referencial em que ele está se movendo (na direção da dimensão que está sendo medida) é menor que o seu comprimento próprio, ou seja medido no referencial em que o objeto está em repouso.

Este efeito é chamado de contração de *Lorentz-Fitzgerald*.

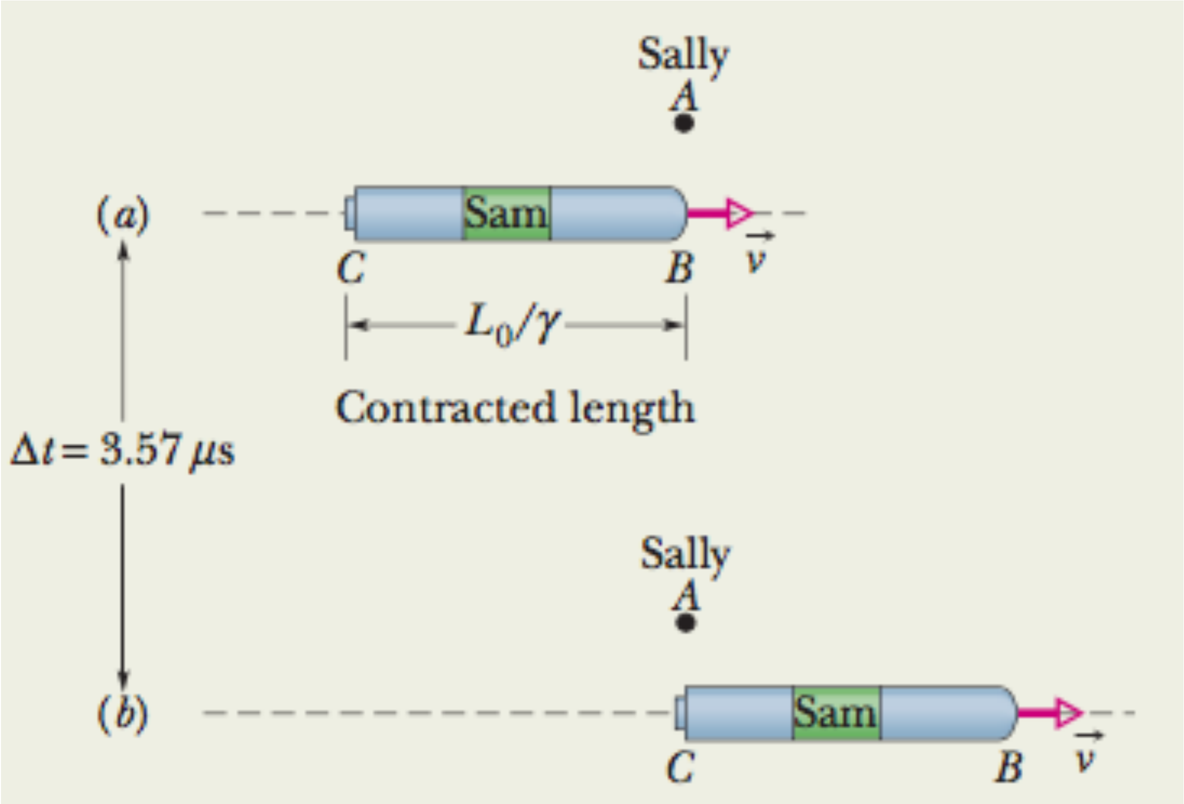
Exemplo

Dois observadores (O1 (Sam) e O2 (Sally) — dê o seu nome preferido para eles) estão cada um a bordo de uma espaçonave que se cruzam com velocidade relativa de magnitude V.

1- O *comprimento próprio* da espaçonave de O1 é 230 m.

2- O2 mede o intervalo de tempo de 3,57 μs para a passagem da espaçonave de O1.

Qual é a velocidade relativa V entre as duas espaçonaves, em termos da velocidade da luz c.



Exemplo

Dois observadores (O1 (Sam) e O2 (Sally) — dê o seu nome preferido para eles) estão cada um a bordo de uma espaçonave que se cruzam com velocidade relativa de magnitude V.

1- O *comprimento próprio* da espaçonave de O1 é 230 m.

2- O2 mede o intervalo de tempo de 3,57 μs para a passagem da espaçonave de O1.

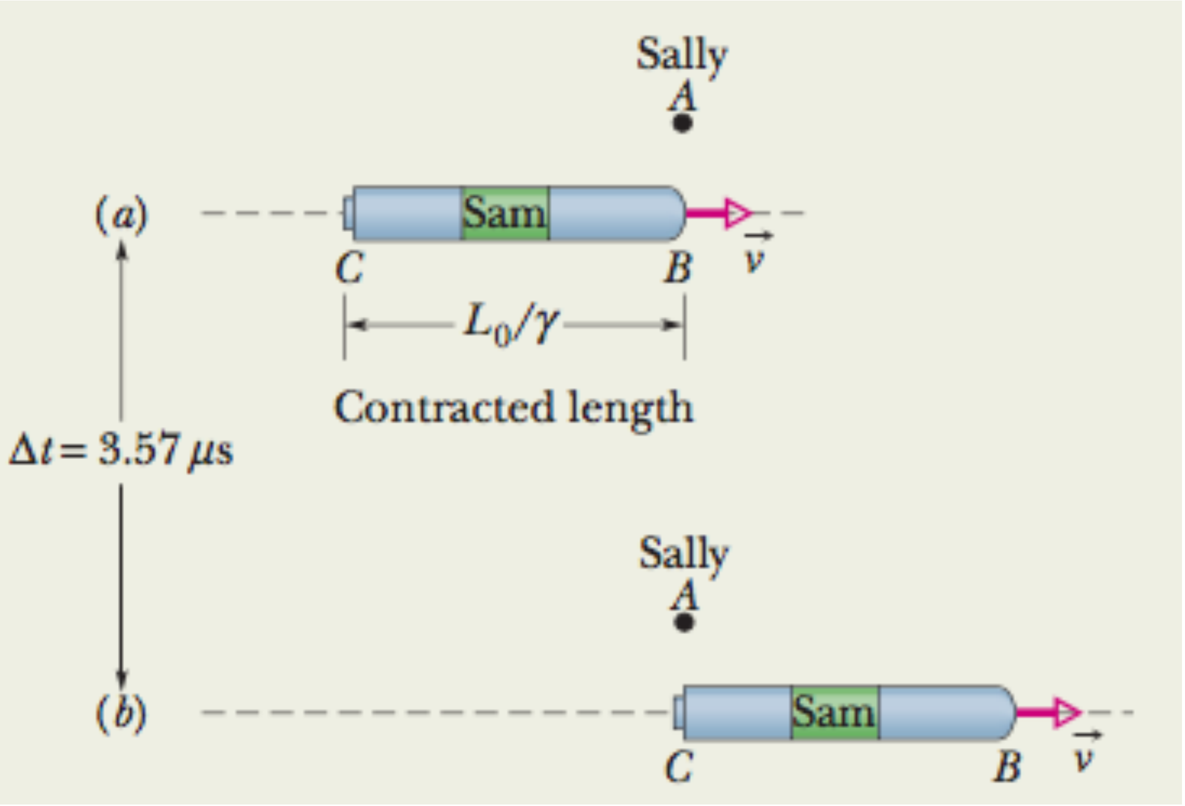
Qual é a velocidade relativa V entre as duas espaçonaves, em termos da velocidade da luz c.

O2 mede um *tempo próprio* tal que neste referencial*:*

$$L = V\Delta t_0$$

onde ***L*** é o comprimento da espaçonave de O1 medida por O2, que por sua vez é:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$



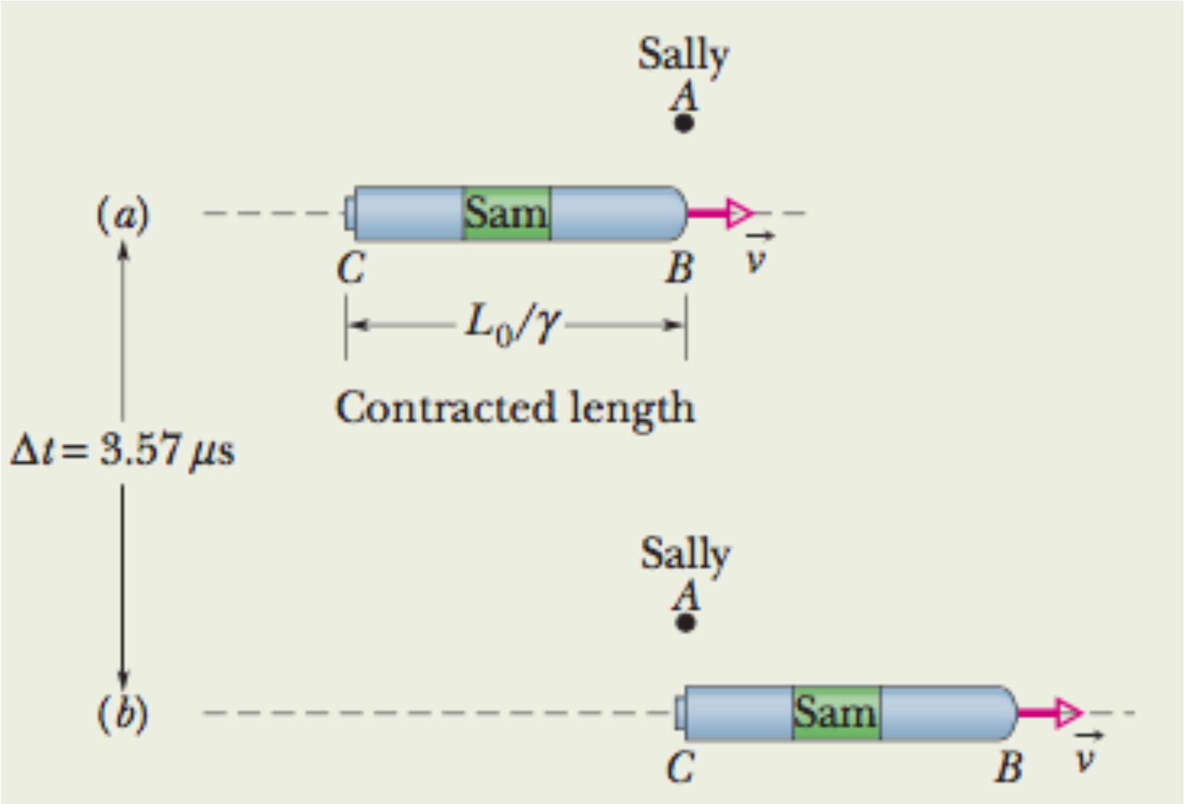
Exemplo

Dois observadores (O1 (Sam) e O2 (Sally) — dê o seu nome preferido para eles) estão cada um a bordo de uma espaçonave que se cruzam com velocidade relativa de magnitude V.

1- O *comprimento próprio* da espaçonave de O1 é 230 m.

2- O2 mede o intervalo de tempo de 3,57 μs para a passagem da espaçonave de O1.

Qual é a velocidade relativa V entre as duas espaçonaves, em termos da velocidade da luz c.



O2 mede um *tempo próprio* tal que neste referencial:

$$L = V\Delta t_0$$

onde ***L*** é o comprimento da espaçonave de O1 medida por O2, que por sua vez é:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Obtemos:

$$\frac{V}{c} = \frac{L_0}{\sqrt{c^2\Delta t_0^2 + L_0^2}} \approx 0{,}210$$