DEPARTAMENTO DE FÍSICA NUCLEAR E ALTAS ENERGIAS

Física VIII

Ondas eletromagnéticas e Física Moderna

Aula 5: Interferência e Difração (Parte II)

Baseado no material preparado por
Sandro Fonseca de Souza
Helena Malbouisson

Redes de difração

Grande número de fendas (ranhuras)

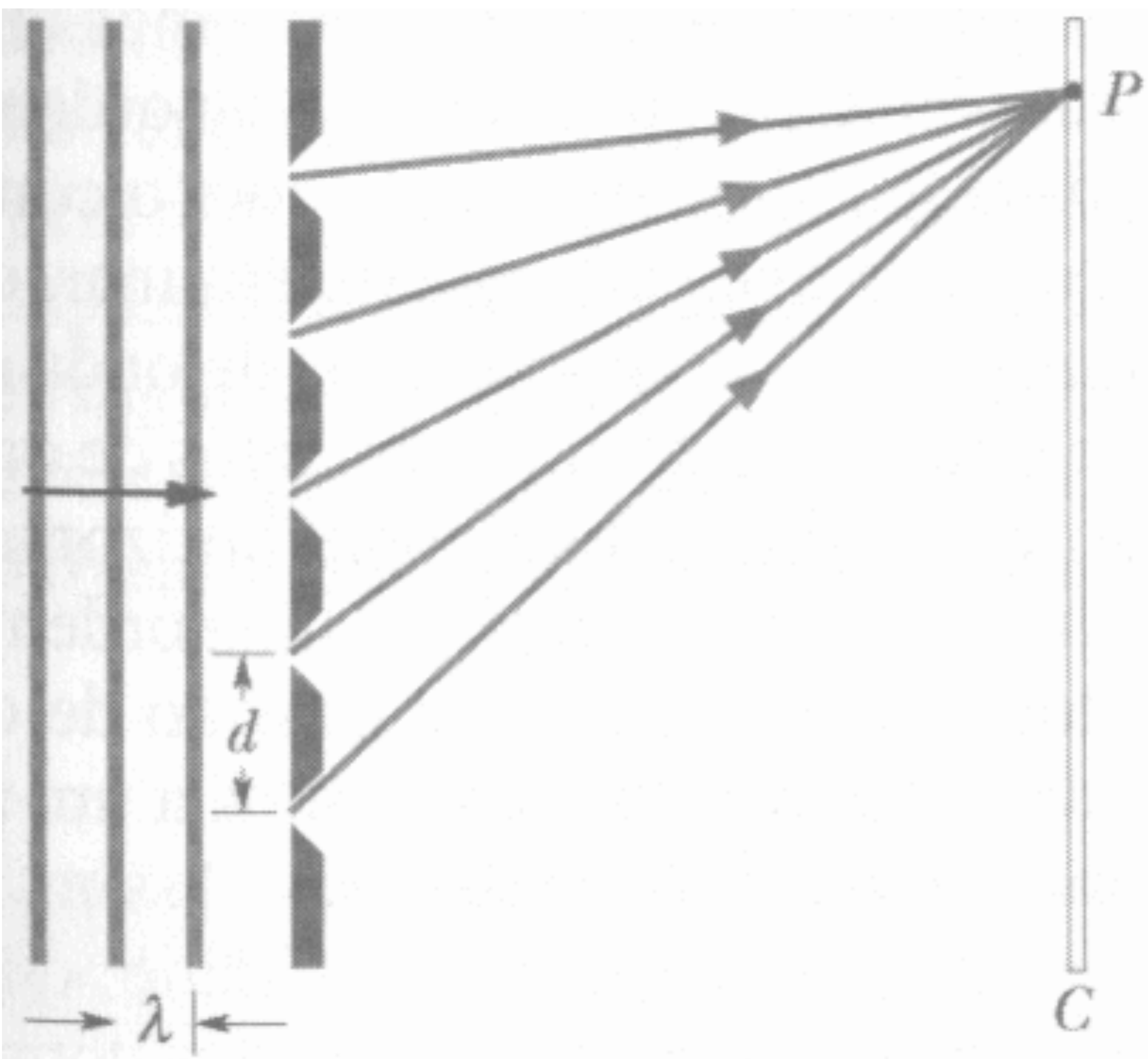
↓

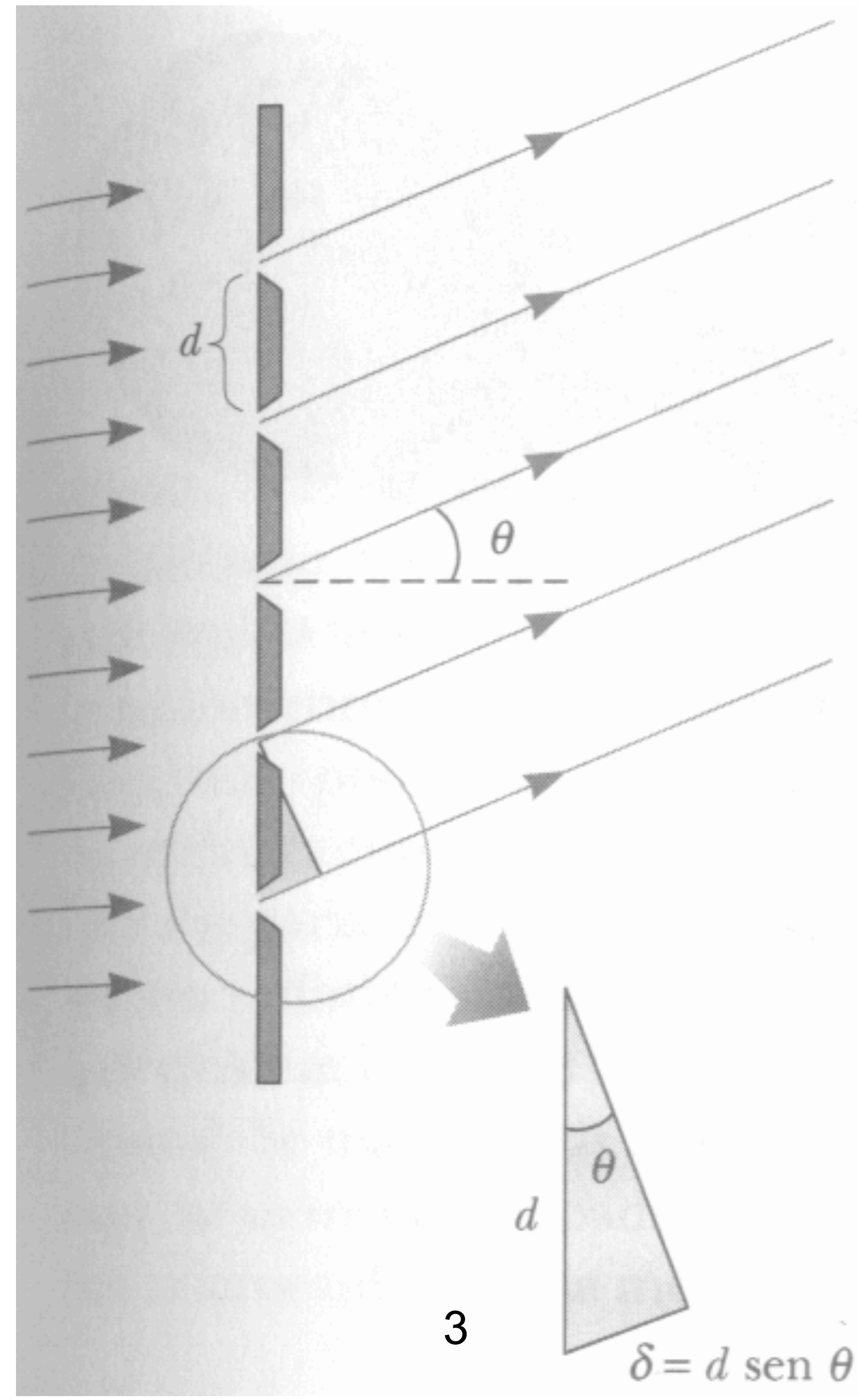
Rede de difração

Rede de Difração

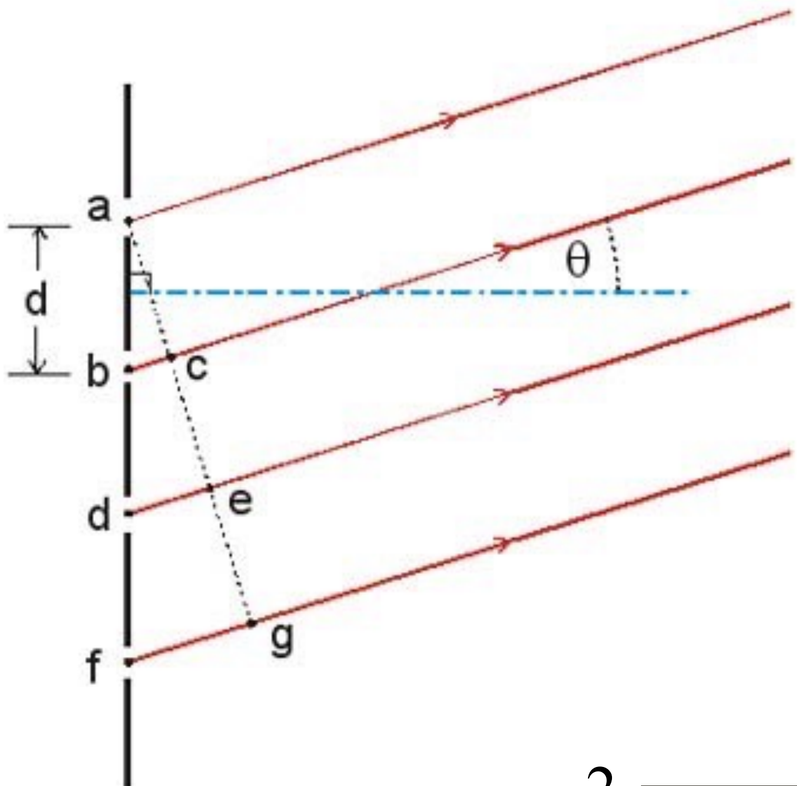
• Somando os raios, dois a dois, teremos máximos no anteparo quando:

$$d sen\theta = m\lambda \; ; \quad (m = 0, 1, 2, ...)$$





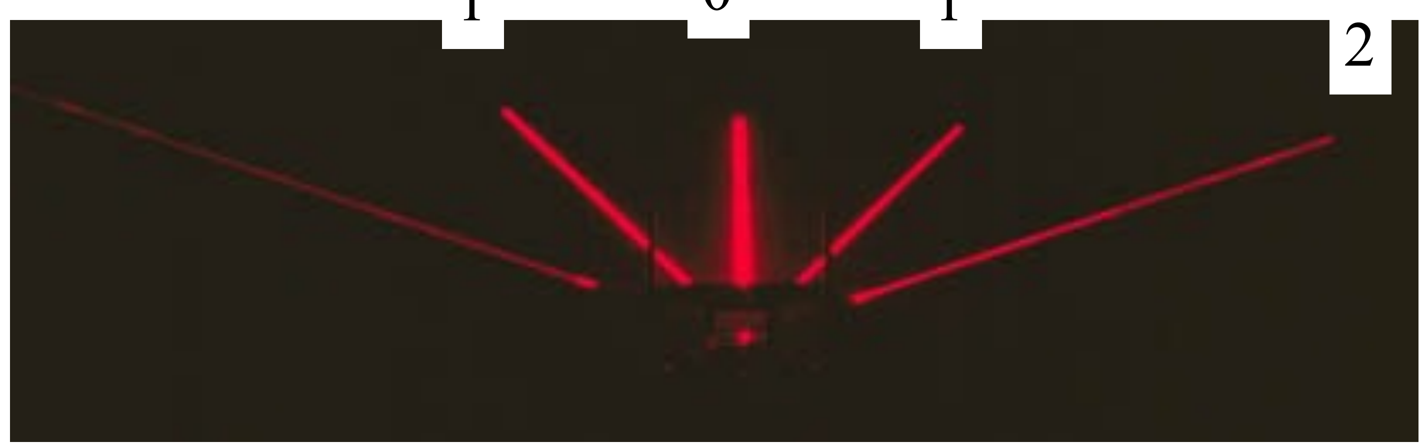
Redes de difração



$$d \,\text{sen}\,\theta = m\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2, \ldots$$

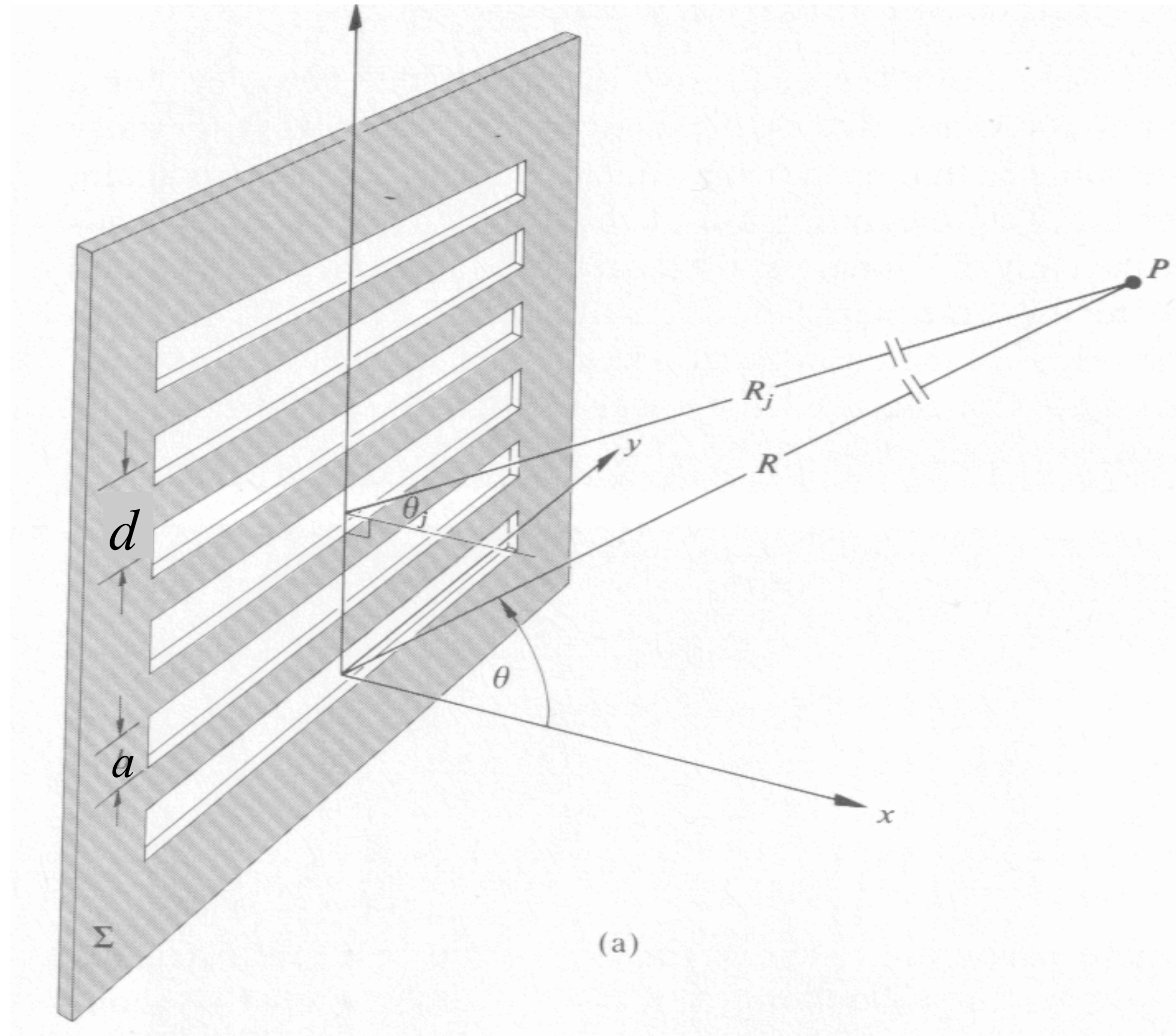
(máx. linhas)

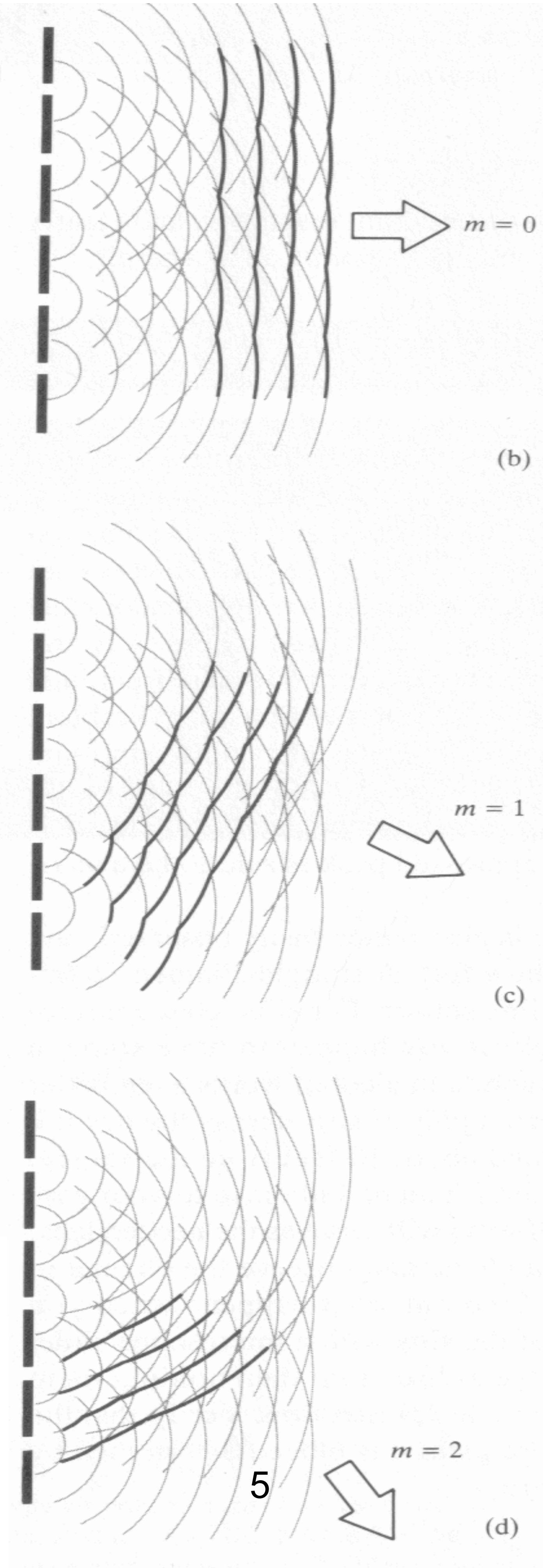
ordem

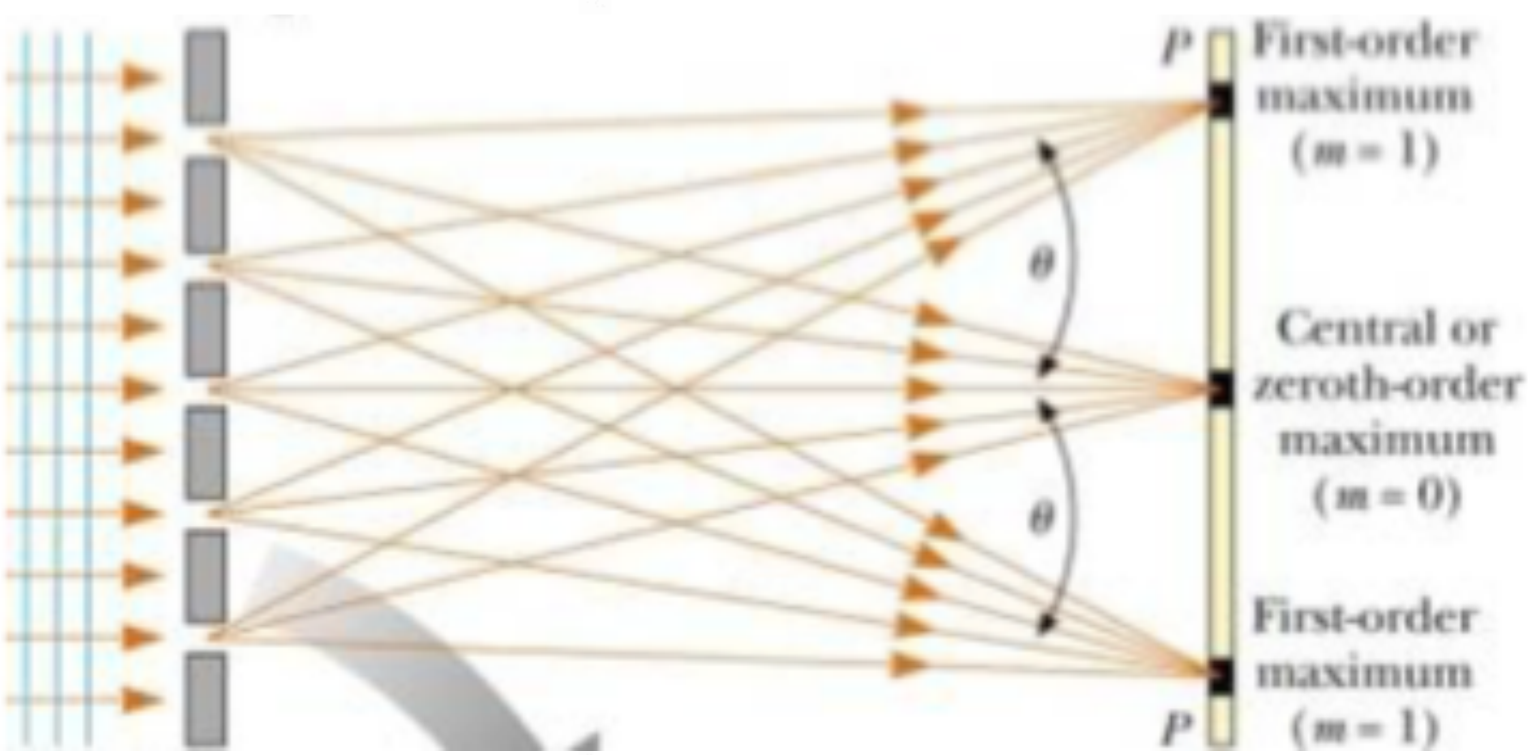


Laser de He-Ne

Frentes de onda







Exercícios

Uma rede de difração com 20,0 mm de largura possui 6000 ranhuras.
(a) Calcule a distância *d* entre ranhuras vizinhas.
(b) Para que ângulos θ ocorrerão máximos de intensidade em uma tela de observação se a radiação incidente na rede de difração tiver um comprimento de onda de 589 nm?

7°-33. (a)

$$d = \frac{20}{6000} = 0,00333mm = 3,33\mu m. \tag{25}$$

(b) Para determinar as posições dos máximos de intensidade usamos a fórmula $dsen\theta = m\lambda$, determinando todos os valores de m que produzem valores de $|m|\lambda/d < 1$. Explicitamente, encontramos
para $m = 0$:

$$\theta = 0° \tag{26}$$

para $m = 1$:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\pm\lambda}{d} = sen^{-1}\frac{\pm 0,589}{3,3} = \pm 10,2° \tag{27}$$

para $m = 2$:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\pm 2(0,589)}{3,3} = \pm 20,7° \tag{28}$$

para $m = 3$:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\pm 3(0,589)}{3,3} = \pm 32,2° \tag{29}$$

para $m = 4$:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\pm 4(0,589)}{3,3} = \pm 45° \tag{30}$$

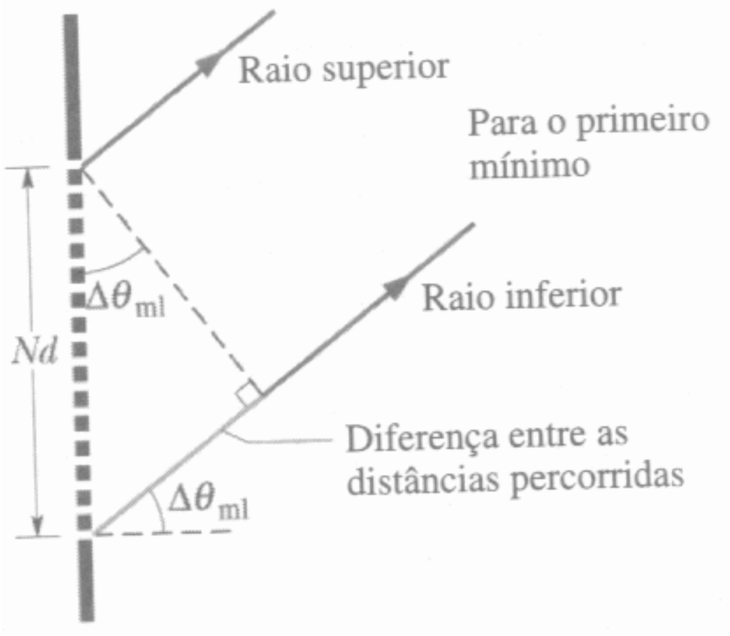
para $m = 5$:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\pm 5(0,589)}{3,3} = \pm 62,2°. \tag{31}$$

Para $m = 6$ obtemos $|m|\lambda/d > 1$, indicando que os máximos acima são todos possíveis.

Largura das Linhas em uma rede de difração

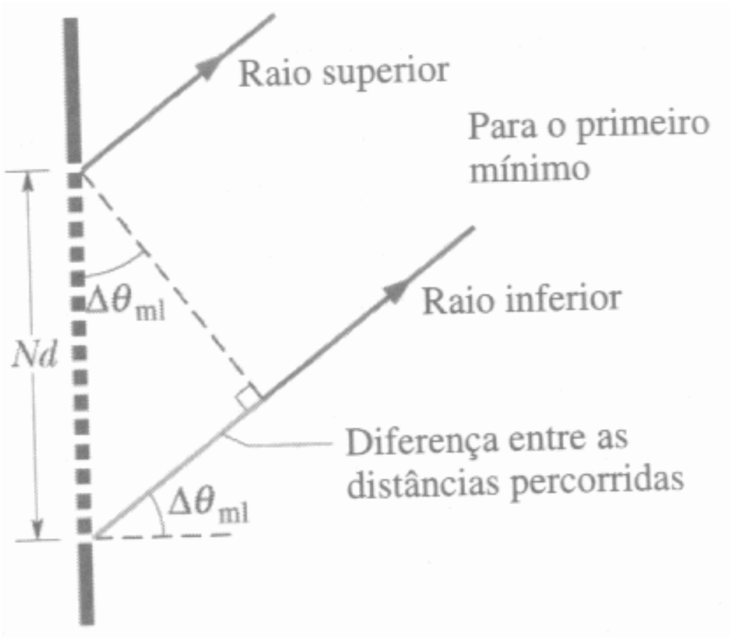
Verificamos no estudo da difração por uma fenda "a" que a posição do primeiro mínimo é dada por:



$$\lambda = a\,\mathrm{sen}\theta$$

Largura das Linhas em uma rede de difração

Verificamos no estudo da difração por uma fenda "a" que a posição do primeiro mínimo é dada por:

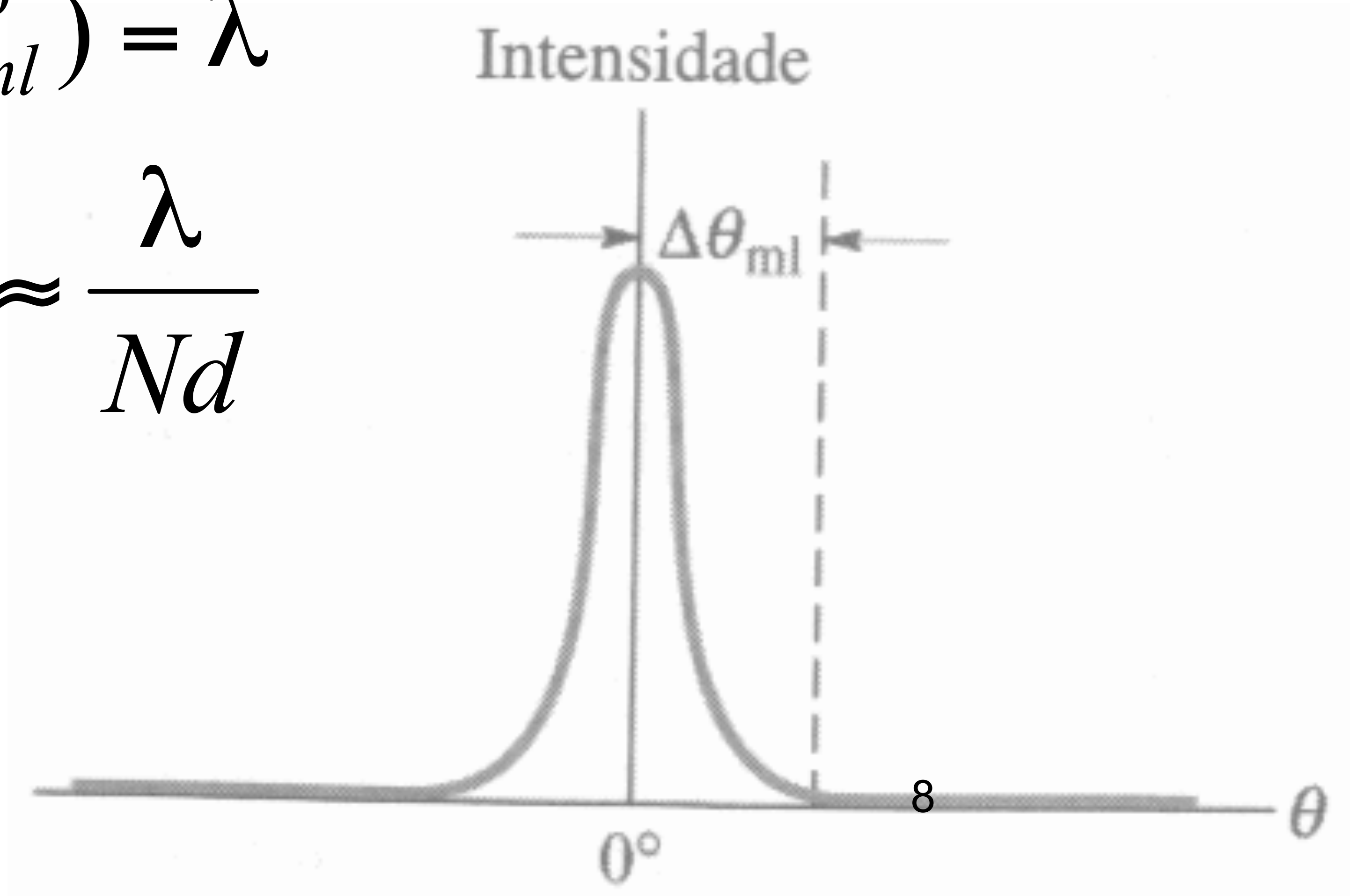


$$\lambda = a\,\mathrm{sen}\theta$$

Para calcular a *meia largura* da linha clara central na rede, podemos fazer a analogia:

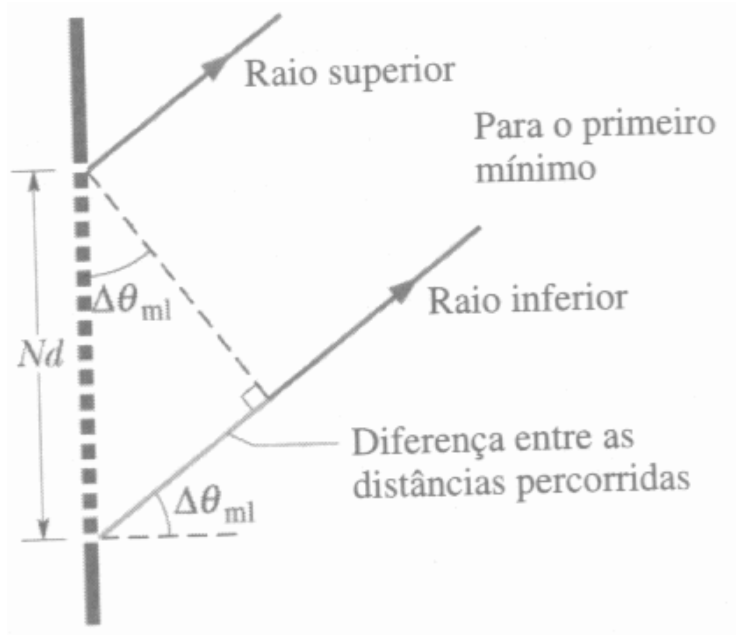
$$a \sim Nd \longrightarrow Nd\,\mathrm{sen}(\Delta\theta^{0}_{ml}) = \lambda$$

$$\Delta\theta^{0}_{ml} \approx 0 \longrightarrow \Delta\theta^{0}_{ml} \approx \frac{\lambda}{Nd}$$



Largura das Linhas em uma rede de difração

Verificamos no estudo da difração por uma fenda "a" que a posição do primeiro mínimo é dada por:

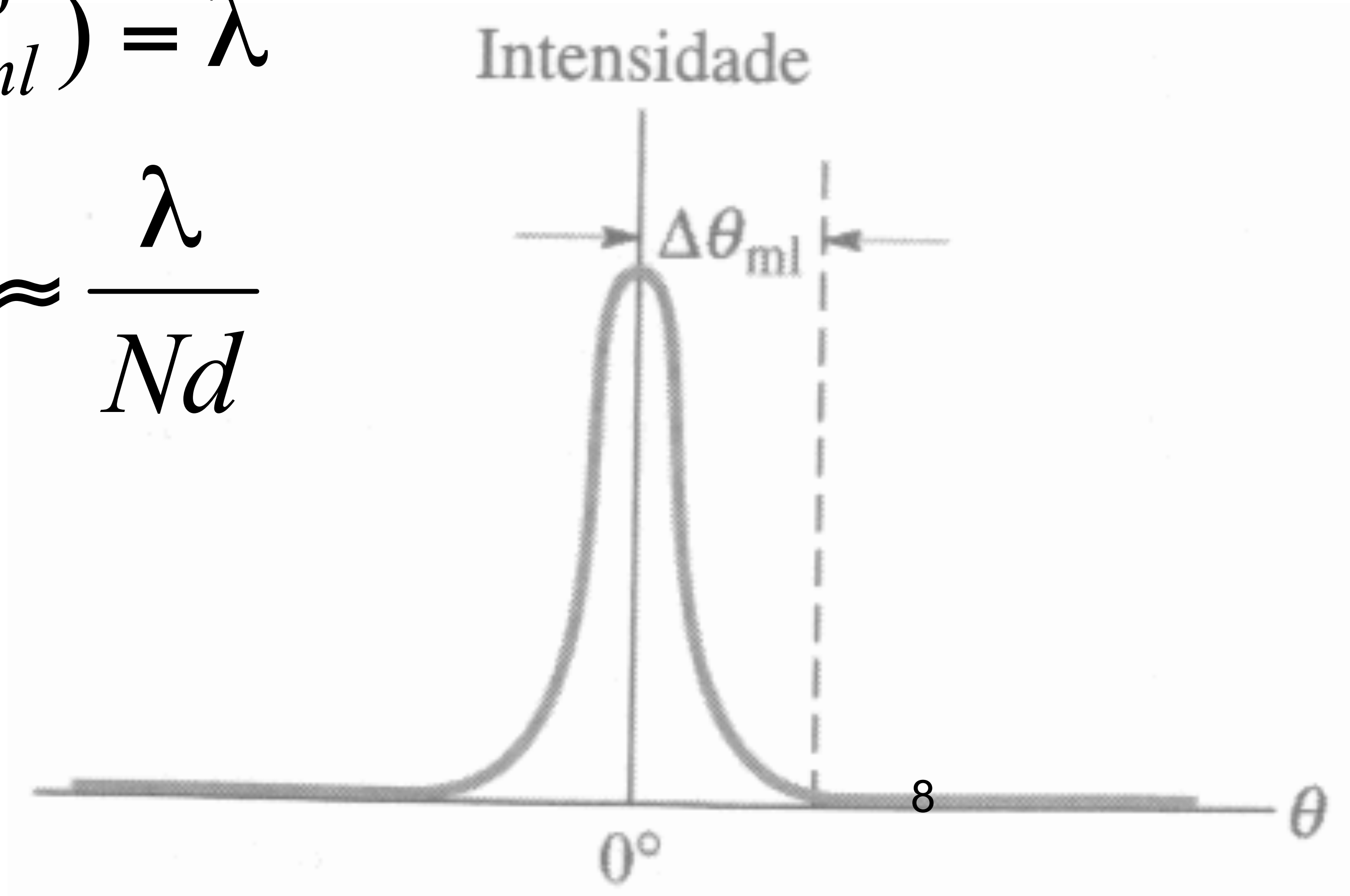


$$\lambda = a\,\mathrm{sen}\theta$$

Para calcular a *meia largura* da linha clara central na rede, podemos fazer a analogia:

$$a \sim Nd \longrightarrow Nd\,\mathrm{sen}(\Delta\theta^{0}_{ml}) = \lambda$$

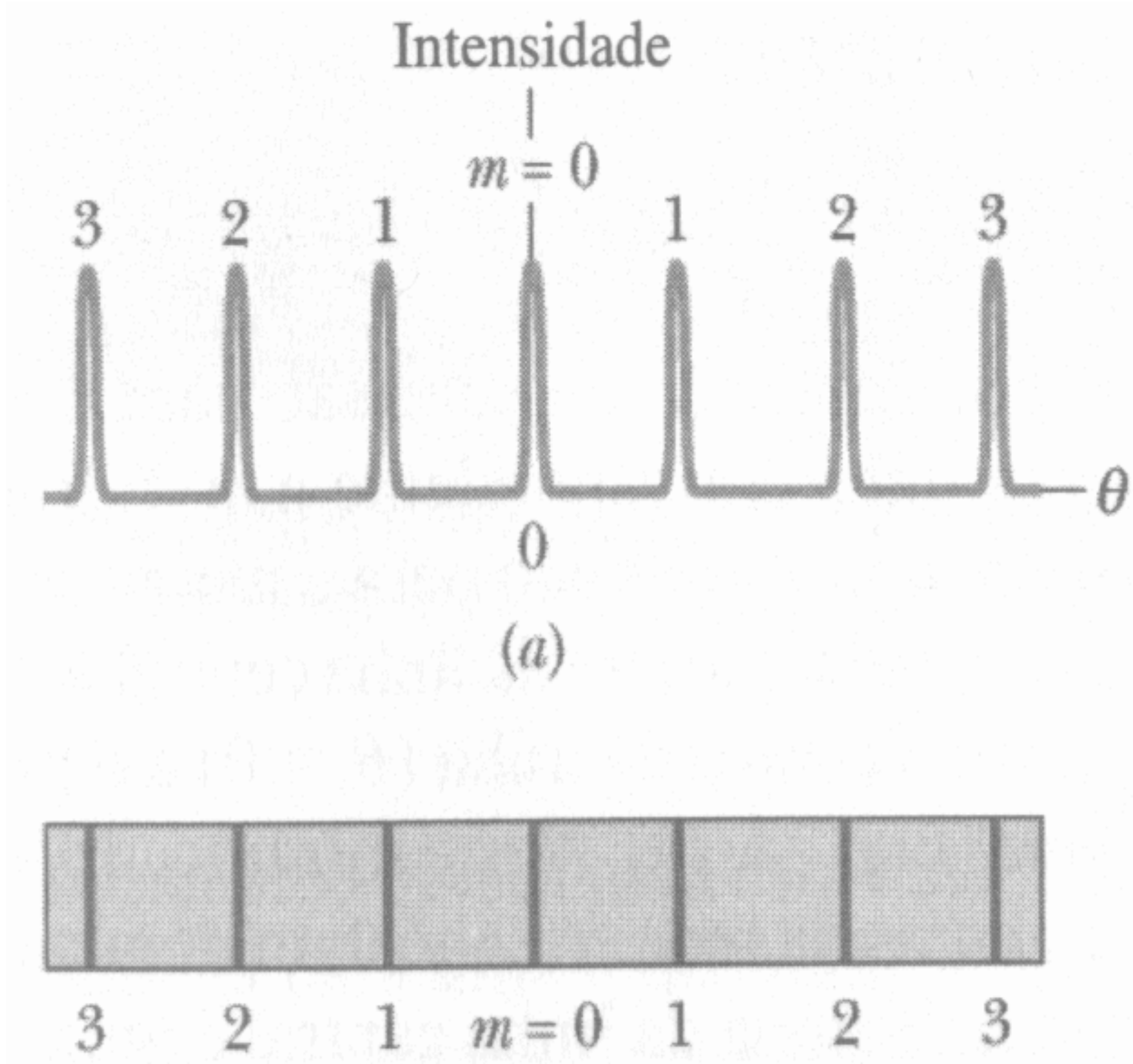
$$\Delta\theta^{0}_{ml} \approx 0 \longrightarrow \Delta\theta^{0}_{ml} \approx \frac{\lambda}{Nd}$$



Para um ângulo geral:

$$\Delta\theta^{\theta}_{ml} \approx \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

A rede de difração tem uma resolução muito superior a uma fenda dupla, por exemplo:

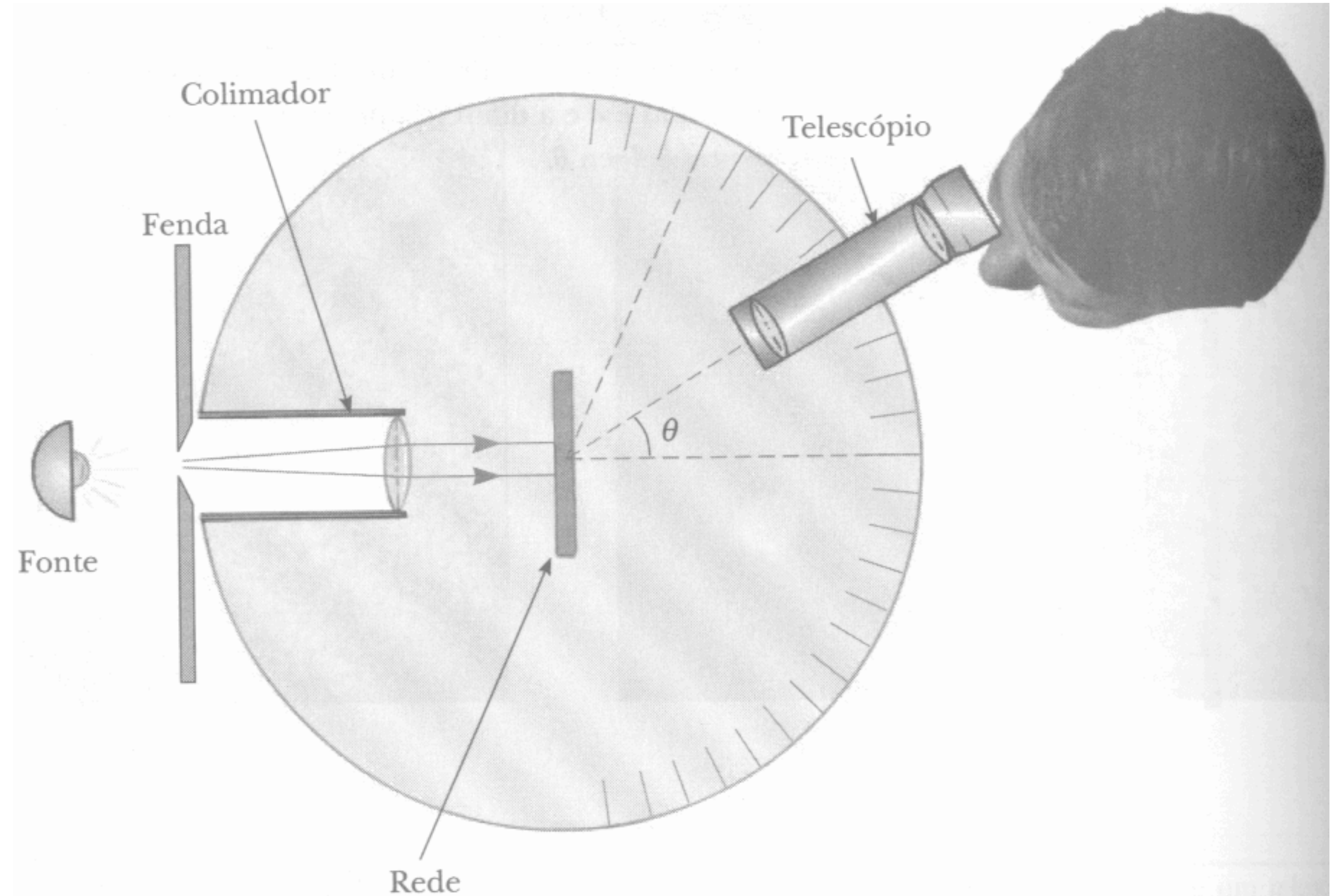


Pode ser utilizada para determinar o valor do comprimento de onda da radiação incidente.

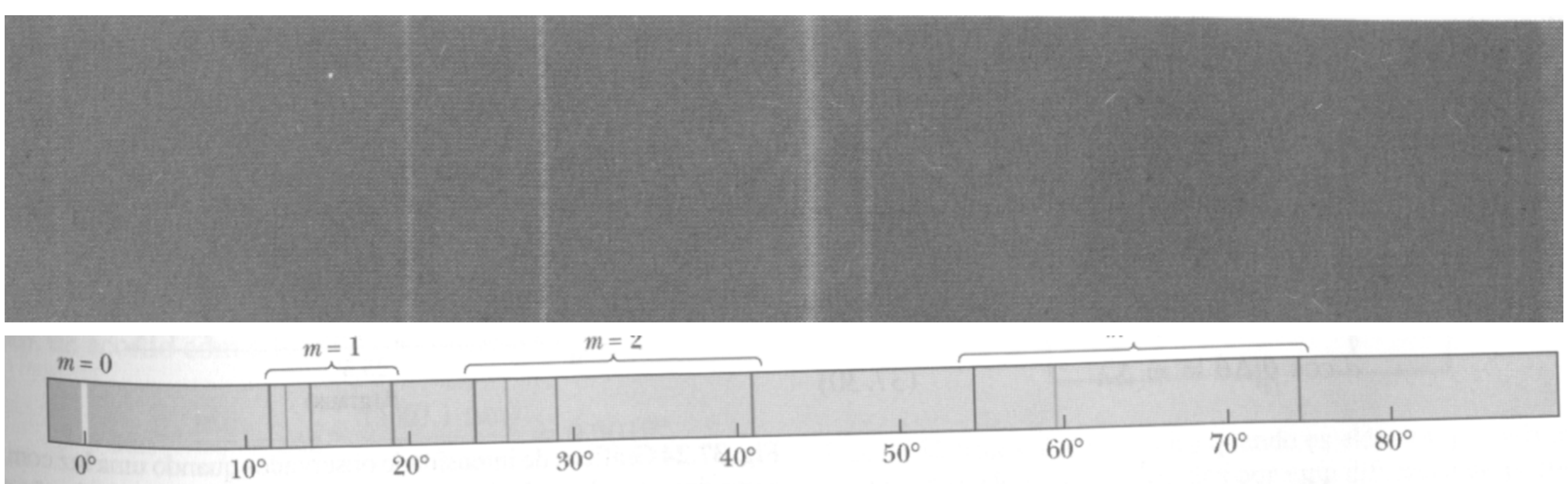
$$d \,\mathrm{sen}\theta = m\lambda$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\theta = \arcsen\left(\frac{m\lambda}{d}\right)}$$

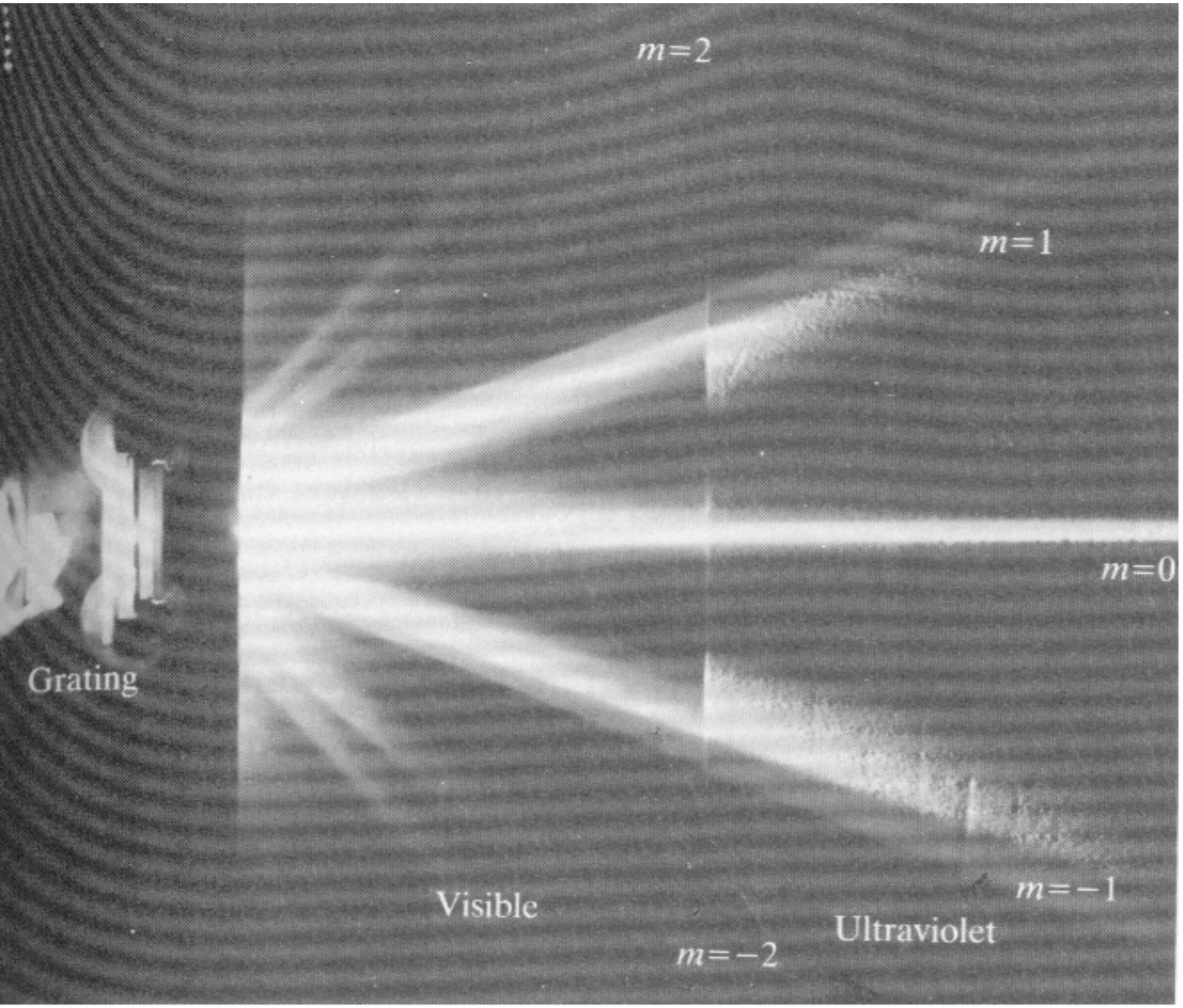


Espectrômetro de Rede de Difração

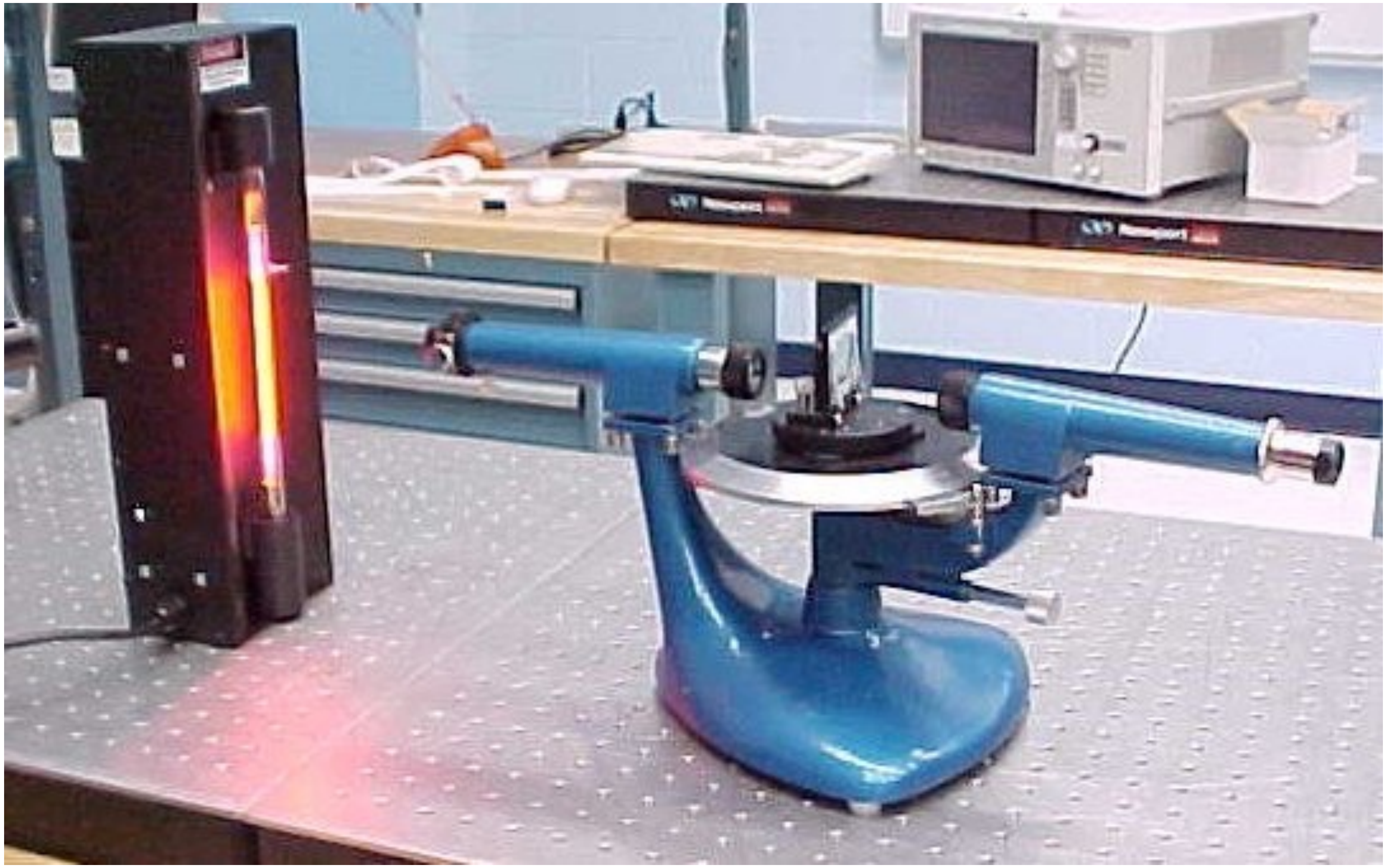


37.22 Linhas de emissão do hidrogênio na faixa da luz visível, até a quarta ordem. Observe que as linhas são mais afastadas para g

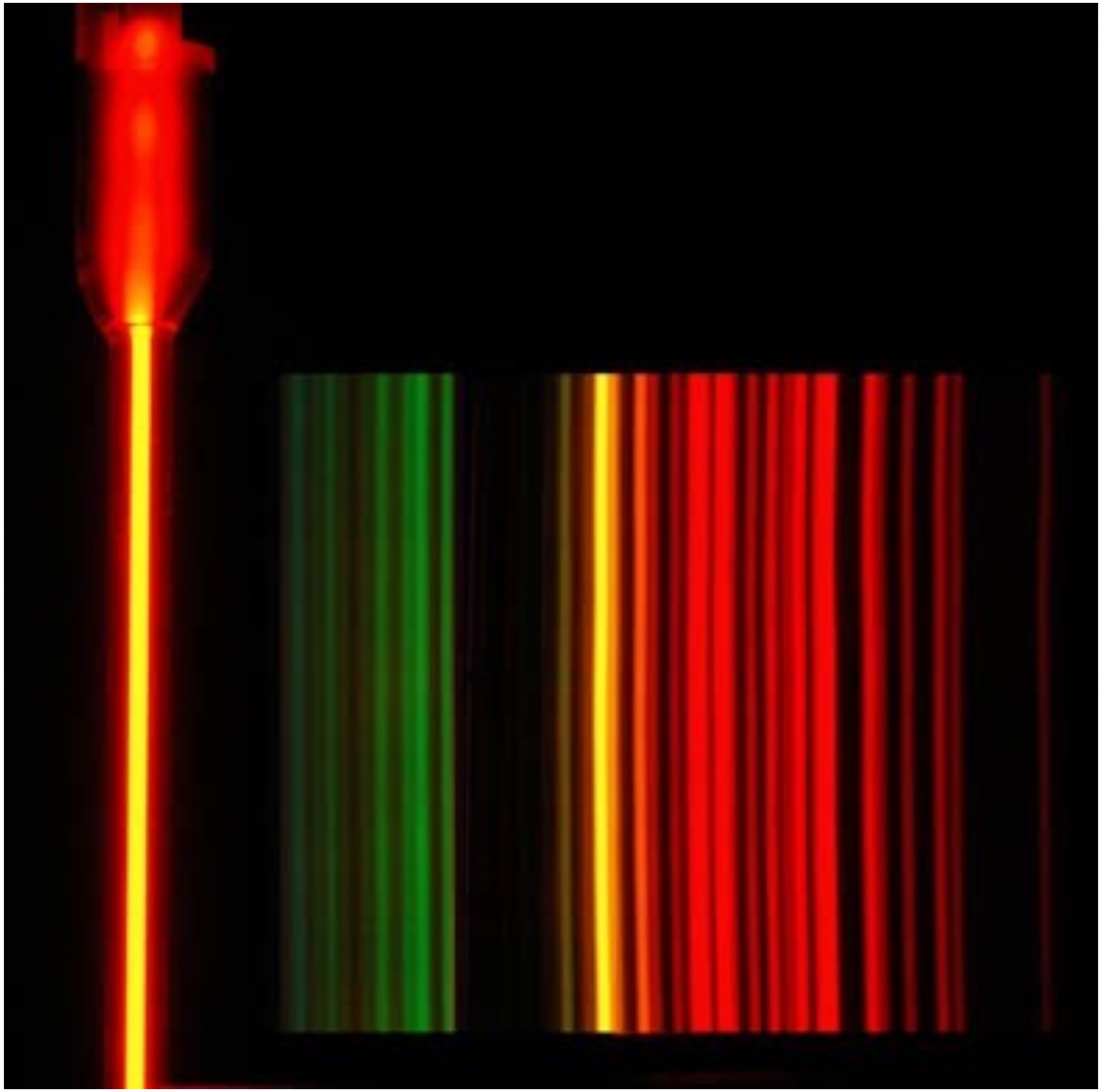
Redes de difração com resolução menor:



Uma aplicação das redes de difração



Linhas de emissão do neônio



Dispersão

A dispersão numa rede de difração é definida por:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$$

onde $\Delta\theta$ é separação angular entre duas linhas que diferem de $\Delta\lambda$.

Vimos que $\lambda = \dfrac{d\,sen\theta}{m}$ portanto $\dfrac{d\lambda}{d\theta} = \dfrac{d}{m} cos\theta$

Logo, temos:

$$\boxed{D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\,cos\theta}}$$

Dispersão

A dispersão numa rede de difração é definida por:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$$

onde $\Delta\theta$ é separação angular entre duas linhas que diferem de $\Delta\lambda$.

Vimos que $\lambda = \dfrac{d\,sen\theta}{m}$ portanto $\dfrac{d\lambda}{d\theta} = \dfrac{d}{m} cos\theta$

Logo, temos:

$$\uparrow D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{\uparrow m}{\downarrow d\,cos\theta}$$

Resolução

A resolução numa rede de difração é definida por:

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda}$$

onde $\Delta\lambda$ é menor diferença de comprimento de onda que pode ser resolvido e λ_{med} é o comprimento de onda médio.

Vimos que o menor ângulo que pode ser resolvido é:

$$\Delta\theta_{ml}^{\theta} \approx \frac{\lambda}{Nd\,cos\theta}$$

Substituindo este valor na eq. da dispersão:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\,cos\theta}$$

$$\frac{\lambda}{Nd\,cos\theta}\frac{1}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\,cos\theta}$$

Assim, temos:

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm$$

15

Dispersão x Resolução

Rede	N	$d(nm)$	θ	$D(°/\mu m)$	R
A	10000	2540	13, 4°	23, 2	10000
B	20000	2540	13, 4°	23, 2	20000
C	10000	1370	25, 5°	46, 3	10000

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$$

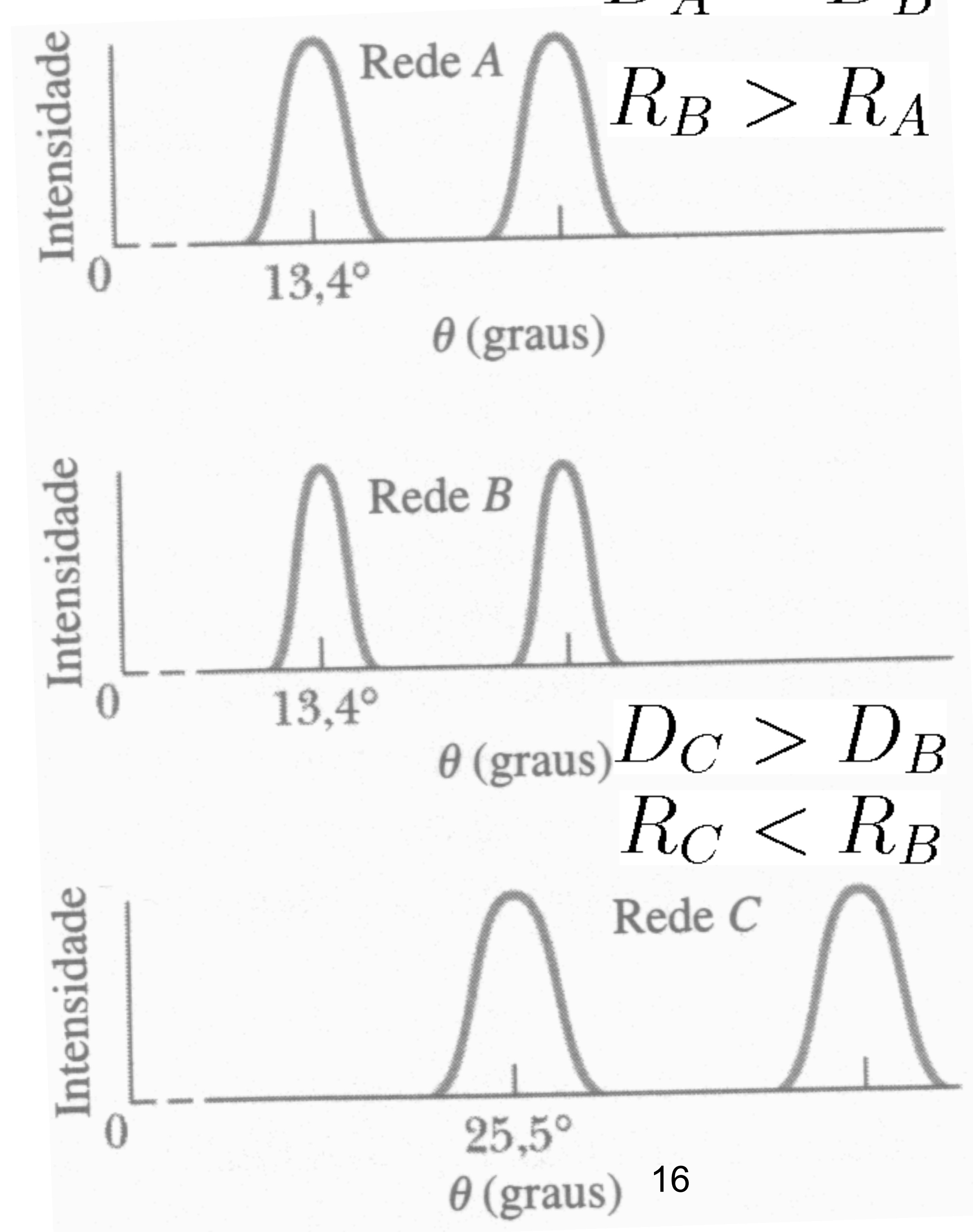
A dispersão melhora com a diminuição de d

$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm$$

Resolução aumenta com N, número de ranhuras

$D_A = D_B$

$R_B > R_A$



$D_C > D_B$

$R_C < R_B$

Exercícios

37-48E. Uma rede de difração tem 600 ranhuras/mm e 5,0 mm de largura. (a) Qual é o menor intervalo de comprimentos de onda que a rede é capaz de resolver em terceira ordem para λ=500 nm? (b) Quantas ordens acima da terceira podem ser observadas?

10°-48. (a) Usando o fato de que

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \tag{36}$$

obtemos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm} = \frac{500 \times 10^{-9}}{(3)(600)(5)} = 55,5 \times 10^{-12} m. \tag{37}$$

(b) A posição dos máximos numa rede de difração é definida pela fórmula

$$d sen\theta = m\lambda \tag{38}$$

de onde obtemos que

$$sen\theta = \frac{m\lambda}{d}. \tag{39}$$

Não observamos difração de ordem m equivalente a dizer que para tal m obtemos $\theta = 90°$, ou seja, que temos

$$sen 90° = 1 \approx \frac{m_{max}\lambda}{d}. \tag{40}$$

Isolando-se m_{max}, e substituindo os dados do problema em questão encontramos que

$$m_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{10^{-3}/600}{500 \times 10^{-9}} = 3,3. \tag{41}$$

Tal resultado nos diz que a maior ordem observável com tal grade é a terceira, pois esta é a última ordem que produz um valor fisicamente significativo de θ. Portanto, não se pode observar nenhuma ordem superior a terceira com tal grade.

Sólidos Cristalinos

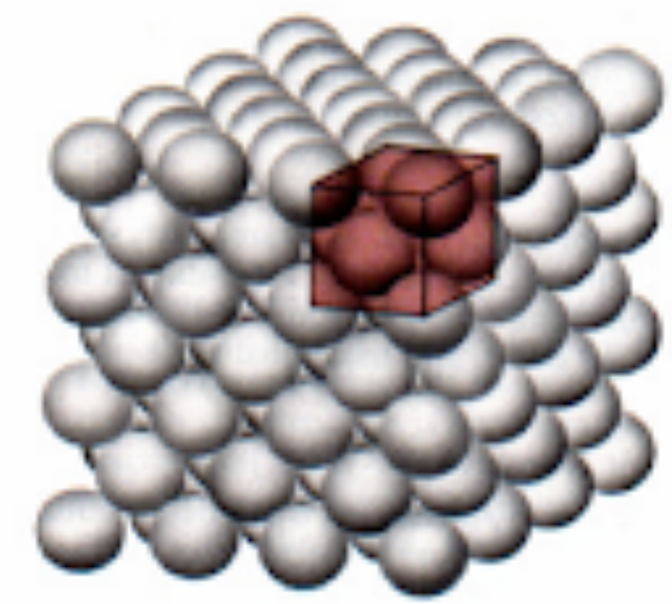
- Formas regulares e simétricas assim como a ordenação das partículas que os formam.

Cristais e suas estruturas

- Cristais são arranjos atômicos ou moleculares cuja estrutura se repete numa forma periódica tridimensional. Um exemplo simples é o do sal de cozinha, NaCl, cuja estrutura consiste em átomos de Sódio e Cloro dispostos de forma que um átomo de sódio terá sempre átomos de cloro como vizinhos e vice-versa.

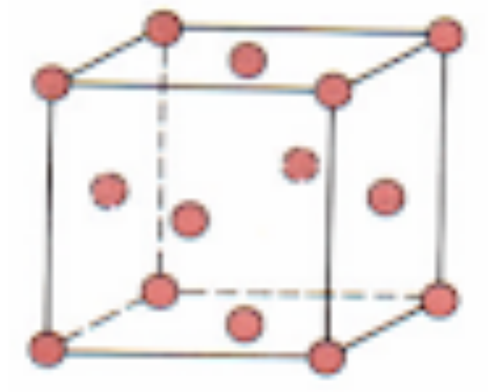
Células Unitárias e Redes

Célula Unitária



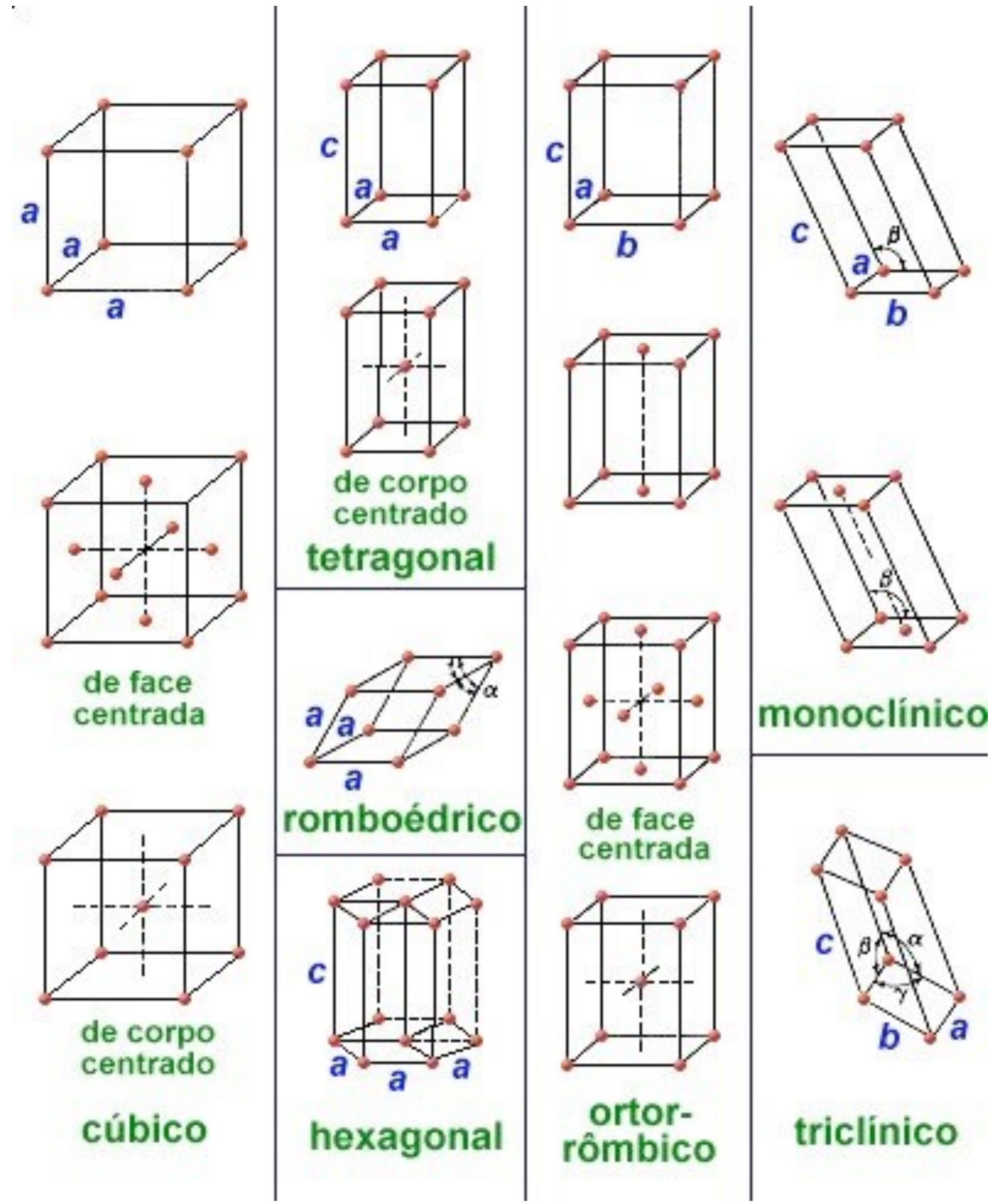
Sólido cristalino CFC

Célula unitária representada por esferas rígidas (em escala)



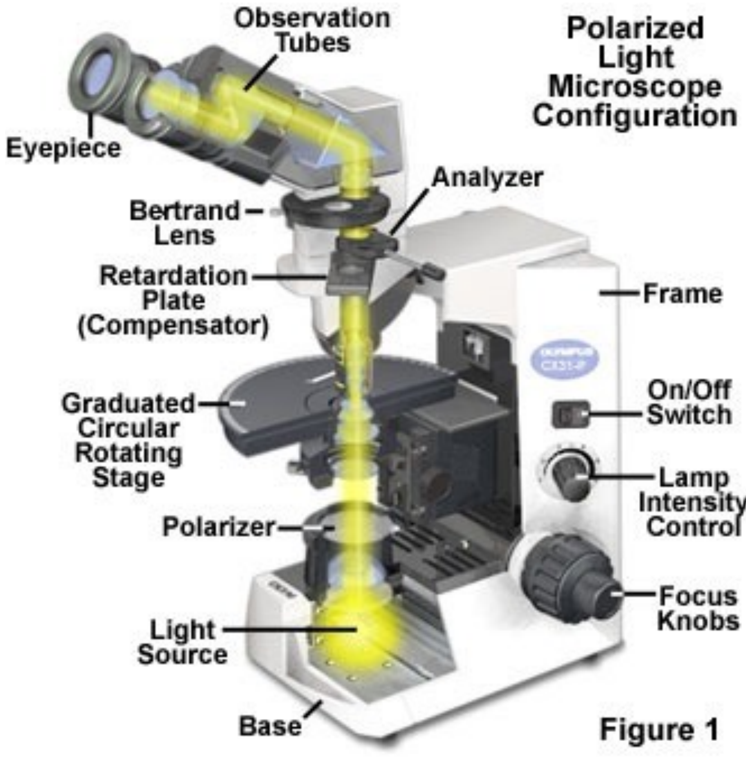
Outra representação da célula unitária. Os circulos representam as posições ocupadas pelos átomos

Células Unitárias e Redes



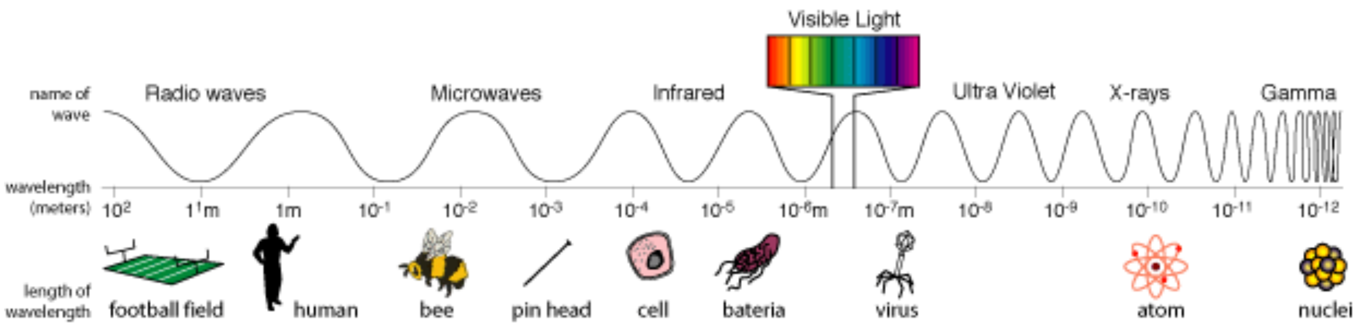
Microscópio óptico

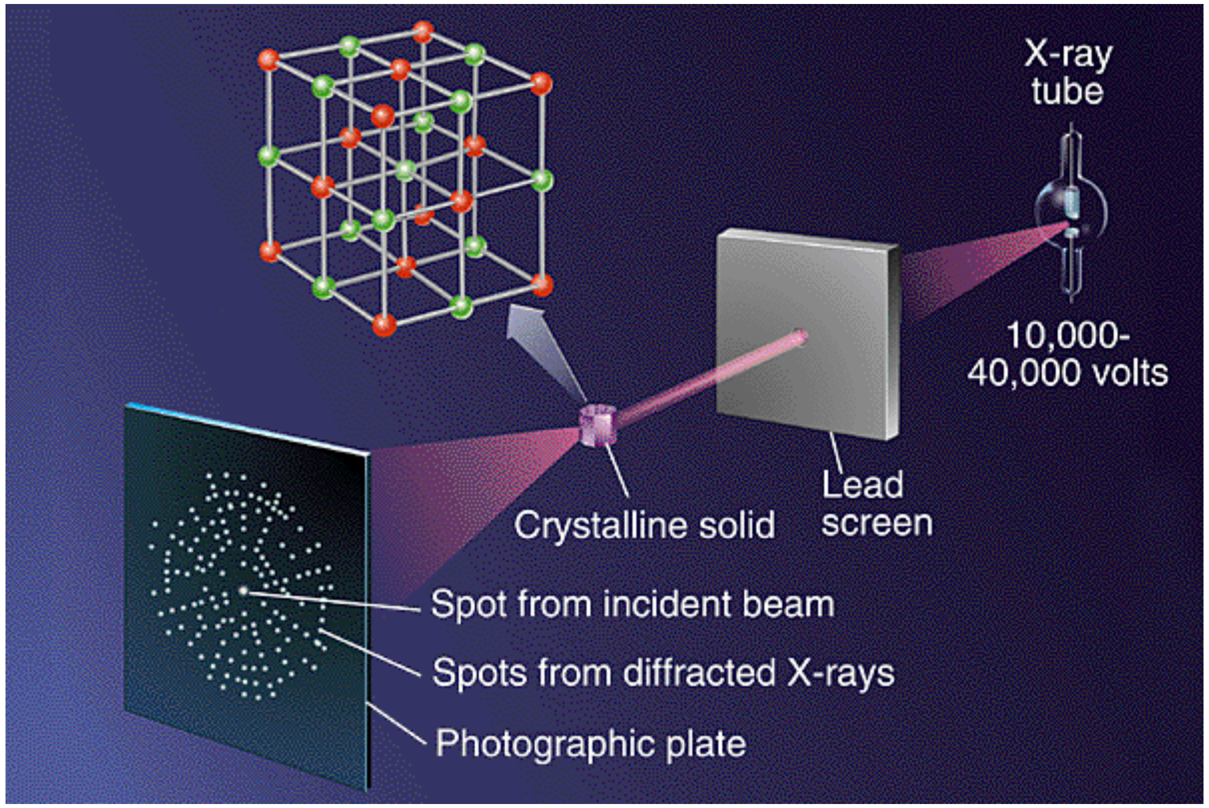
- Os microscópios ópticos possuem uma limitação física, ditada pelo comprimento de onda da luz visível. Não é possível enxergar diretamente nenhum objeto menor do que o comprimento de onda da luz na faixa do espectro que o olho humano enxerga.
- Isso faz com que os cientistas não consigam ver nada que esteja separado por uma distância menor do que 200 nanômetros.



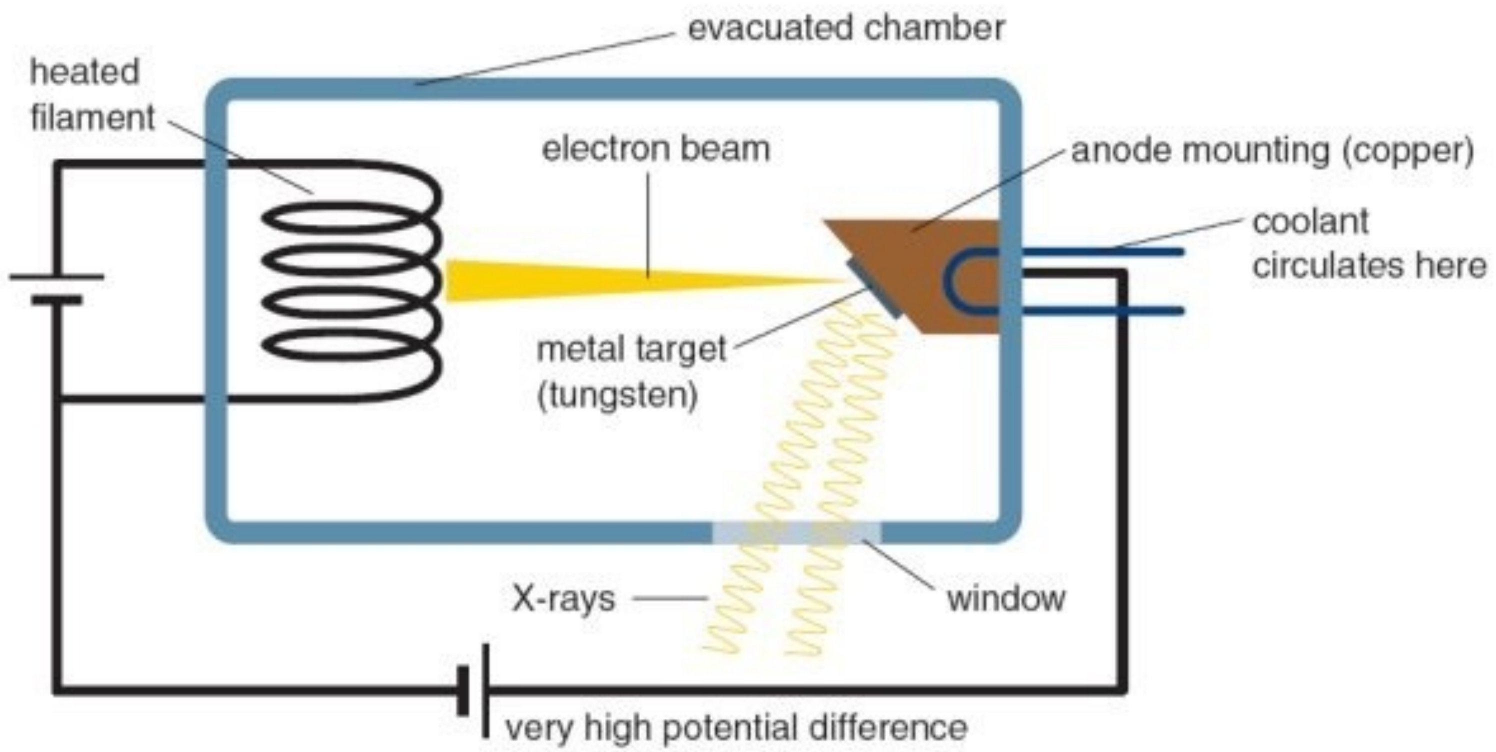
Microscópio óptico

- O estudo da estrutura cristalina não é possível através da microscopia óptica.
- A técnica mais utilizada para realizar este estudo consiste em estudar a maneira como a estrutura cristalina *difrata* ondas.





Raio-X



- Descoberto por Roentgen (Nobel de 1901).
- Raios X são produzidos todas as vezes que elétrons encontram um obstáculo. Na experiência de Roentgen, eles eram produzidos quando os elétrons encontravam a parede do tubo.
- A produção dos raios X é explicada do seguinte modo: os elétrons emitidos pelo catodo são fortemente atraídos pelo anodo e chegam a este com grande energia cinética. Chocando-se com o anodo, eles perdem a energia cinética e cedem energia aos elétrons que estão nos átomos do anodo. Estes elétrons são então acelerados e, então, emitem ondas eletromagnéticas que são os raios X.

Marie Cure

- Aplicação prática do raio X na I Guerra Mundial para tratamento de ferimentos de balas e fraturas.
- Na França o professor Antonio Henri Berquerel trabalhava com a fosforecência e suas experiências levaram a creditar que a pechblenda, minério de urânio, contivesse outro elemento além do urânio. Marie, Pierre e o professor trabalham juntos em laboratório durante vários anos.

Difração de Raio X

- 1912 – Laue (alemão) usa um cristal como rede de difração tridimensional;
- Mesma ordem de grandeza do λ da radiação incidente e da distância entre as partícula do cristal;
- Raio X incide no cristal, onde parte de sua energia é absorvida e reemitida em todas as direções (cada átomo se torna uma fonte secundária de raios X);
- Quando os raios X incidem numa substância de estrutura aleatória, são dispersos em todas as direções.
- No entanto, em planos cristalinos haverá direções preferenciais nas quais se dá interferência construtiva ou destrutiva dos raios X.

Difração de raios-x

Physics

The Nobel Prize in Physics 1914

"for his discovery of the diffraction of X-rays by crystals"

Max von Laue

Germany

Frankfurt-on-the-Main University
Frankfurt-on-the-Main, Germany

b. 1879
d. 1960

$$\text{R-x} \quad \Rightarrow \quad \lambda \approx 1\ \text{Å}$$

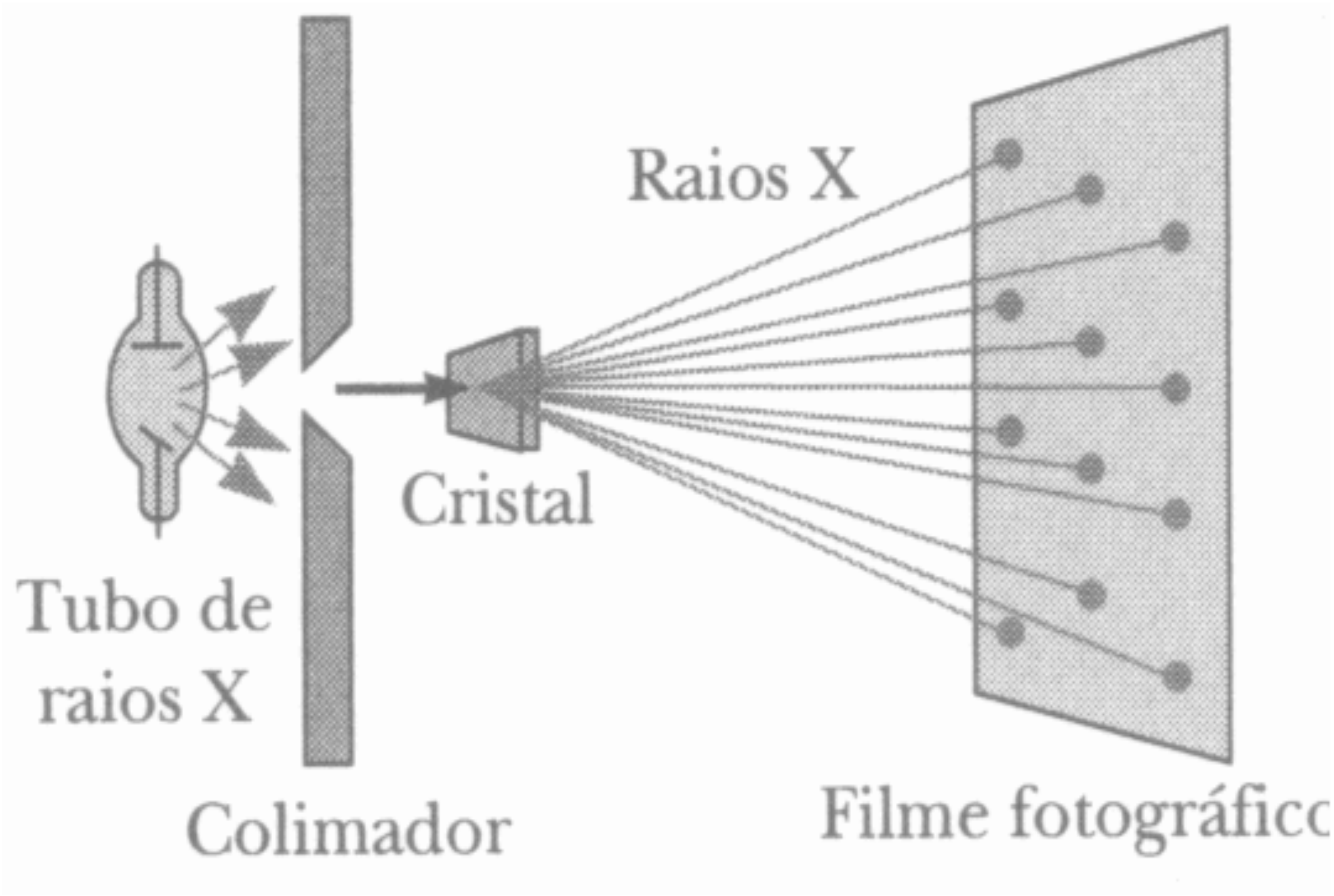
MAX VON LAUE

Concerning the detection of X-ray interferences

Nobel Lecture, November 12, 1915

http://nobelprize.org

Difração de Raios-X por Cristais



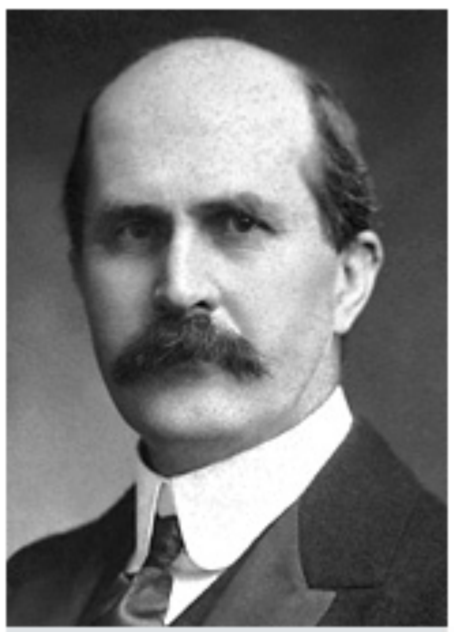
O comprimento de onda dos Raios X é da ordem do espaçamento atômico em cristais, 10^{-10} m = 1 Å.

Lei de Bragg

Physics

The Nobel Prize in Physics 1915

"for their services in the analysis of crystal structure by means of X-rays"

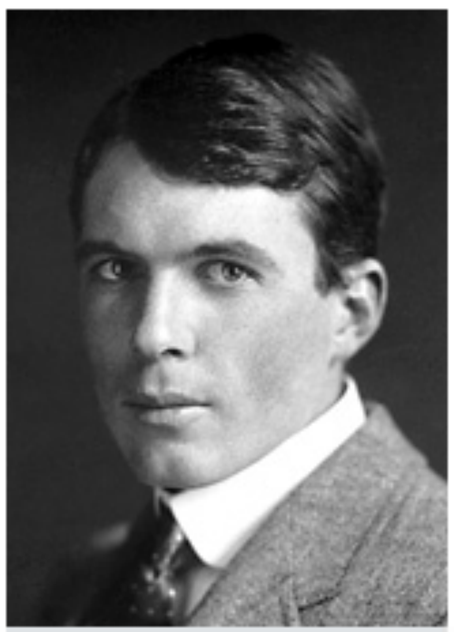


Sir William Henry Bragg

1/2 of the prize

United Kingdom

London University
London, United Kingdom



William Lawrence Bragg

1/2 of the prize

United Kingdom

Victoria University
Manchester, United Kingdom

WILLIAM LAWRENCE BRAGG

The diffraction of X-rays by crystals

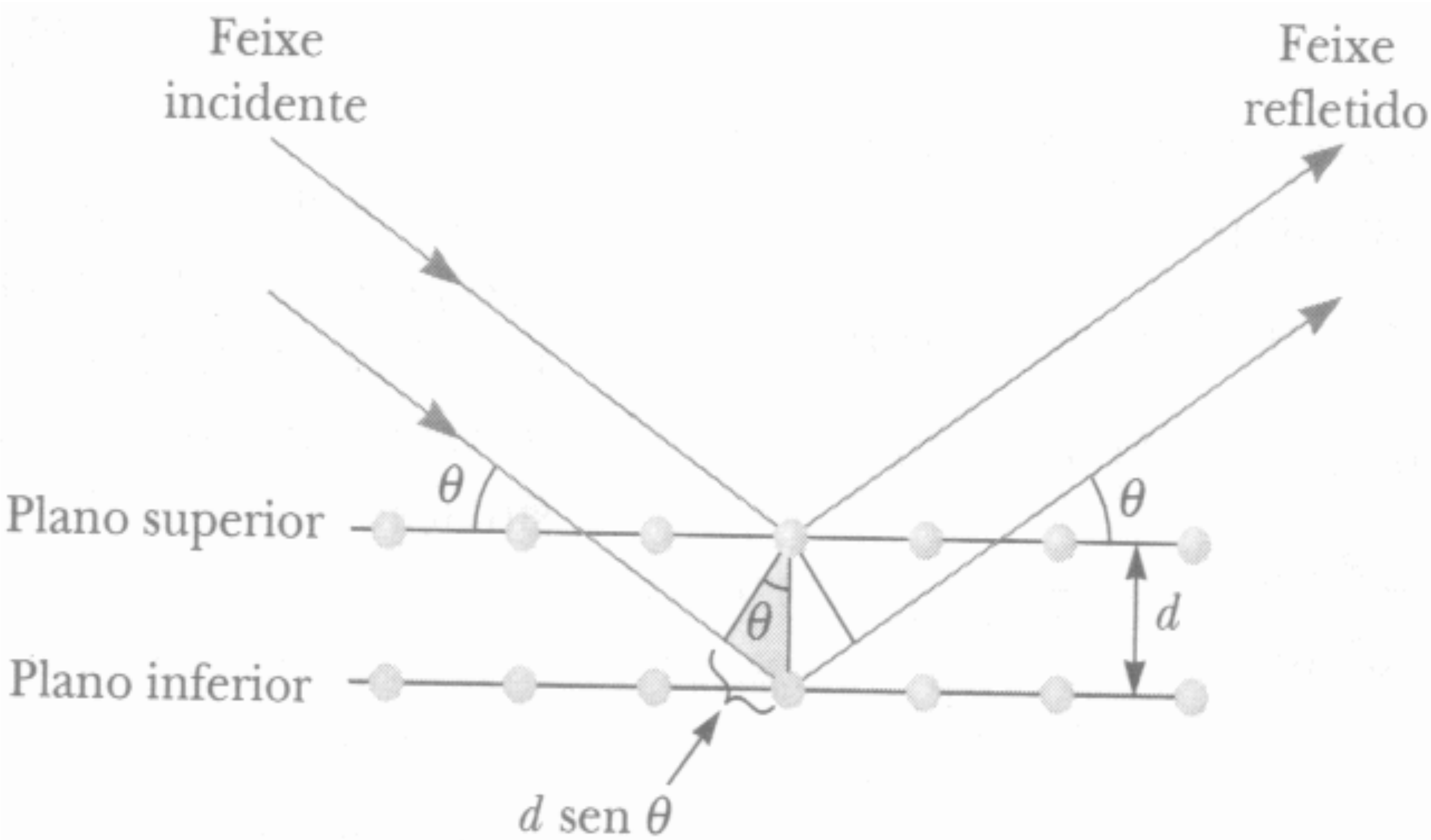
*Nobel Lecture, September 6, 1922**

The pulses reflected by successive planes build up a wave train, which analysis shows to be composed of the wavelengths given by the formula

$$n\lambda = 2d \sin \vartheta$$

In this expression, n is an integer, λ is the wavelength of the X-rays, d the spacing of the planes, and ϑ the glancing angle at which the X-rays are reflected.

http://nobelprize.org



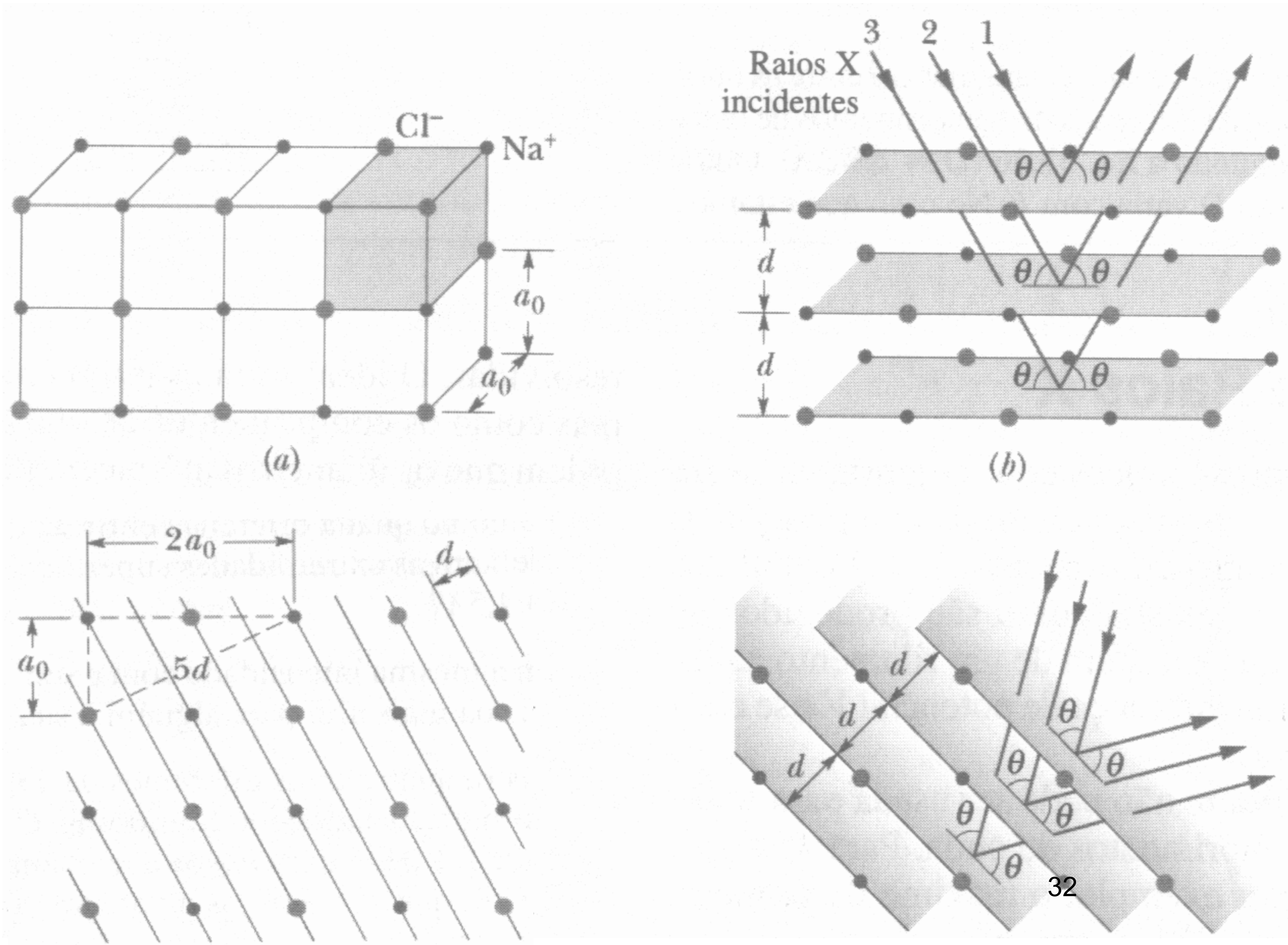
Temos interferências construtivas quando:

$$\boxed{2d\,\text{sen}\theta = m\lambda}$$

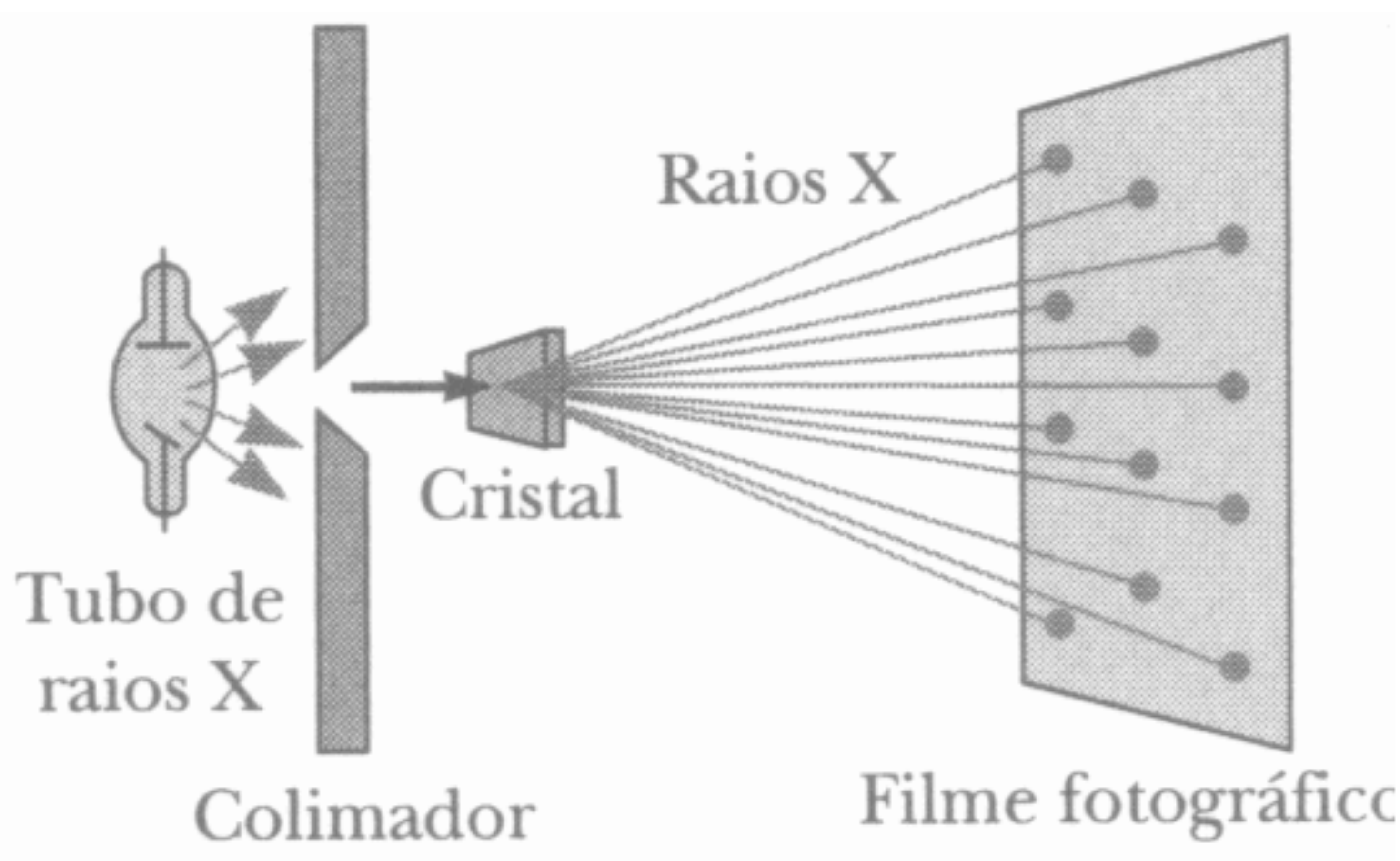
$$(m = 1, 2, 3...)$$

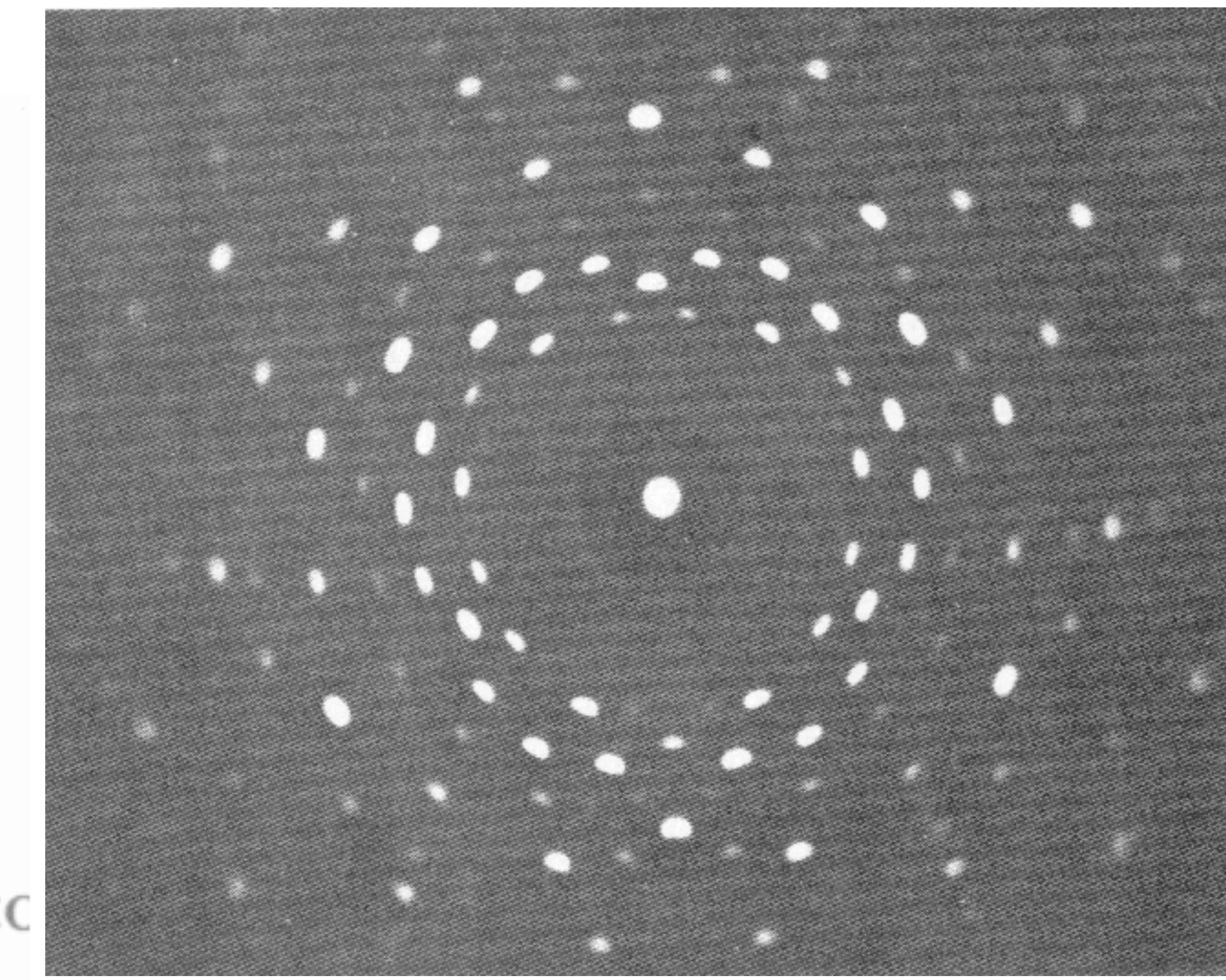
Lei de Bragg

Porém, para qualquer ângulo de incidência, temos vários planos de reflexão.



Assim, temos uma figura de difração complexa:



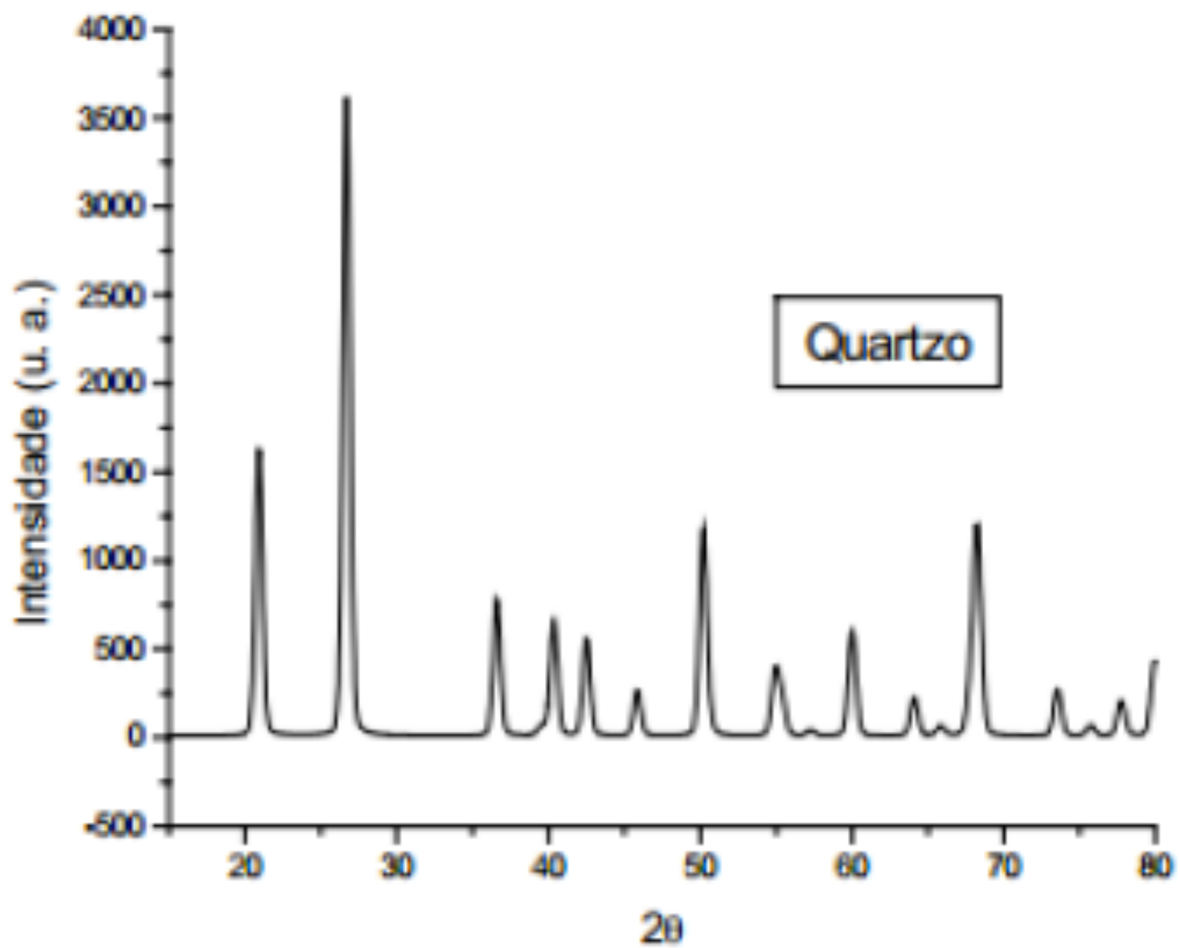


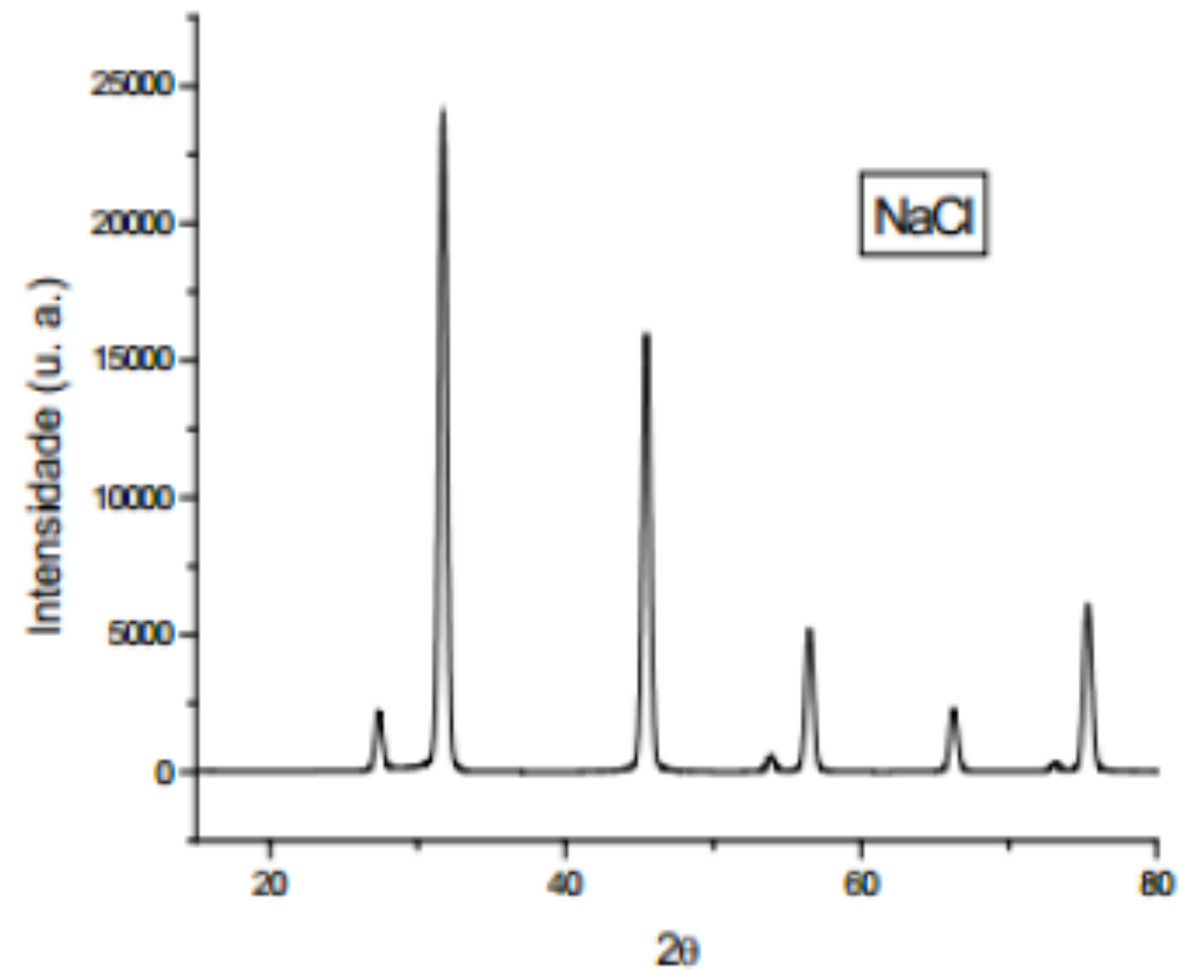
Cristalografia

- Na Cristalografia o padrão de difração é usado para determinar o arranjo e os espaçamentos entre os átomos que funcionam como fendas nos cristais.
- Se ao invés de uma fenda dupla usarmos várias fendas igualmente espaçadas. Este arranjo é conhecido como rede de difração.
- Assim, a observação das franjas de difração (ou franjas de interferência) permite calcular a separação entre as fendas.

Difratômetro

Exemplo de Difratograma





Exercícios e Problemas

37-53E. Raios-X de comprimento de onda de 0,12 nm sofrem reflexão de segunda ordem em um cristal de fluoreto de lítio para um ângulo de Bragg de 28^o. Qual é a distância interplanar dos planos cristalinos responsáveis pela reflexão?

11-53. A lei de Bragg fornece a condição de máximos como sendo

$$2dsen\theta = m\lambda, \tag{42}$$

onde d é o espaçamento dos planos do cristal e λ é o comprimento de onda. O ângulo é medido a partir da normal aos planos. Para reflexão de segunda ordem usamos $m = 2$, encontramos

$$d = \frac{m\lambda}{2sen\theta} = \frac{(2)(0,12 \times 10^{-9})}{2sen28^\circ} = 0,26nm. \tag{43}$$