


# Física Geral - Laboratório

## Prática de Ajuste Linear



# Medidas indiretas: Ajuste de funções

## □ Ajuste de funções

$$y = f(x; a_1, a_2, \dots, a_p)$$


Medidas de duas grandezas  $x$  e  $y$ :

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$$

Estimativa dos parâmetros  
(a partir de uma relação  
funcional postulada)

Queremos obter:  $a_1 \pm \sigma_{a_1}, \dots, a_p \pm \sigma_{a_p}$

# Método dos Mínimos Quadrados: Ajuste linear

- Queremos minimizar a soma dos quadrados das distâncias entre as medidas observadas e os valores previstos pela relação funcional entre  $y$  e  $x$ :

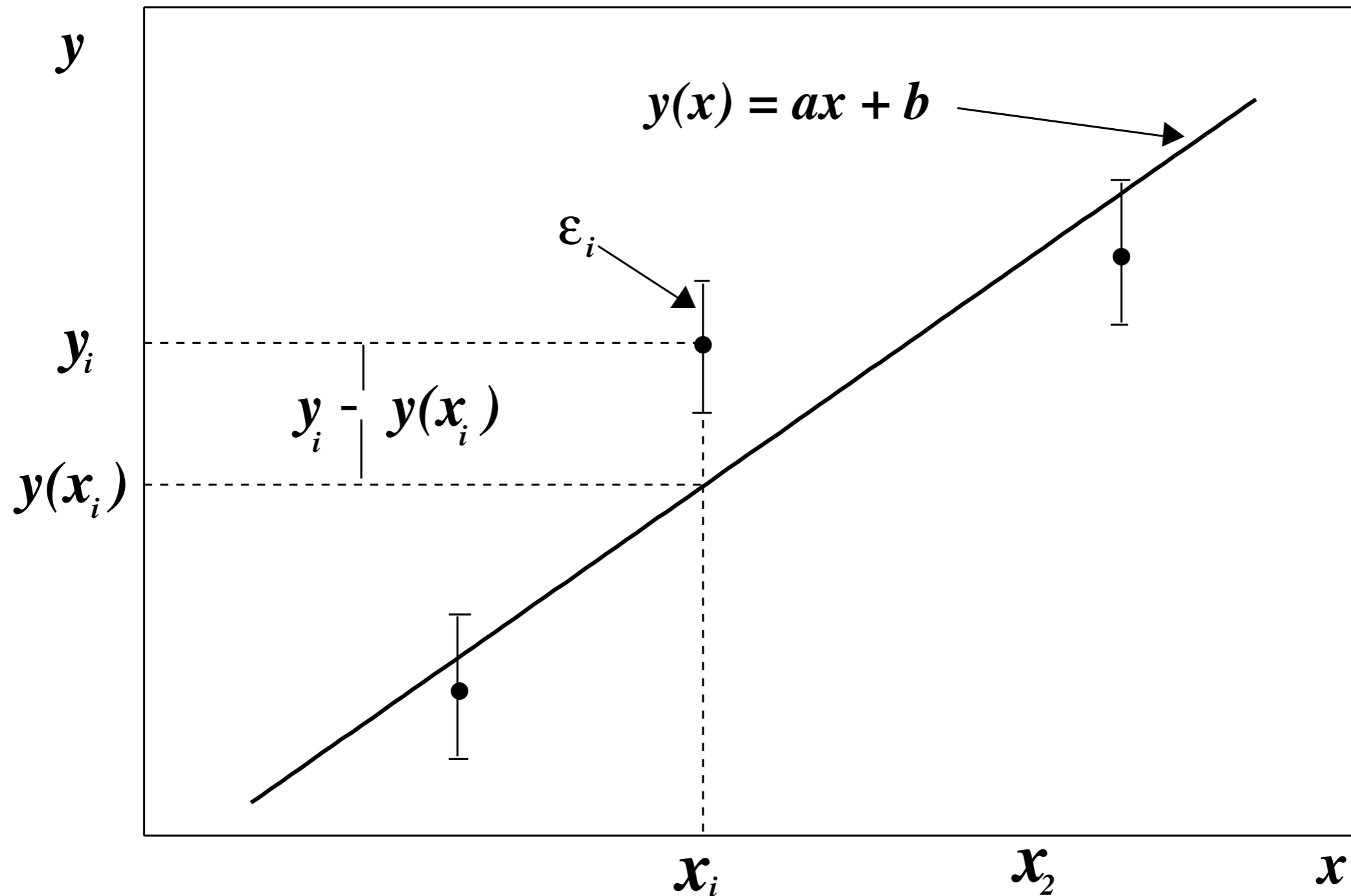
$$S(a, b) = \sum_{i=1}^N (y_i - y(x_i))^2 = \sum_{i=1}^N [y_i - (ax_i + b)]^2$$

Medida  
observada

$$y = f(x_i; a, b) = ax_i + b$$

Obs.: Quando a relação funcional postulada entre as medidas é linear (ou seja elas são relacionadas pela eq. de uma reta), chamamos o método de “Ajuste linear”

# Método dos Mínimos Quadrados: Ajuste linear



# Método dos Mínimos Quadrados: Ajuste linear

□ Podemos mostrar (Exercício - Ver Apêndice F do livro texto) que as estimativas dos parâmetros e suas incertezas são dadas por:

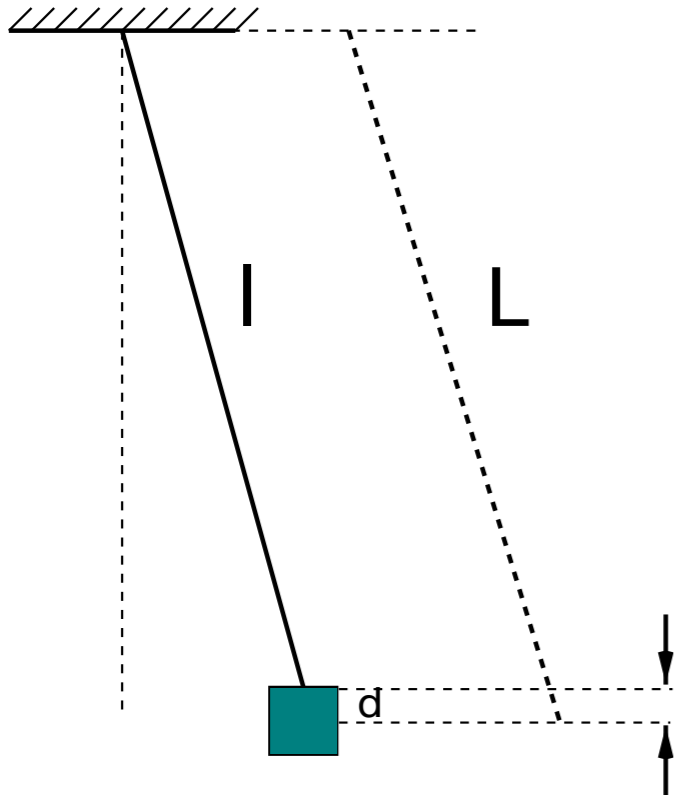
$$a = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad \sigma_a = \frac{1}{\sigma_x} \frac{\epsilon_y}{\sqrt{N}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\overline{x^2}}$$

$$\epsilon_y = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - (ax_i + b)]^2}{N - 2}} = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{N - 2} (1 - r^2)}$$

# Exemplo: pêndulo (atividade de aula)



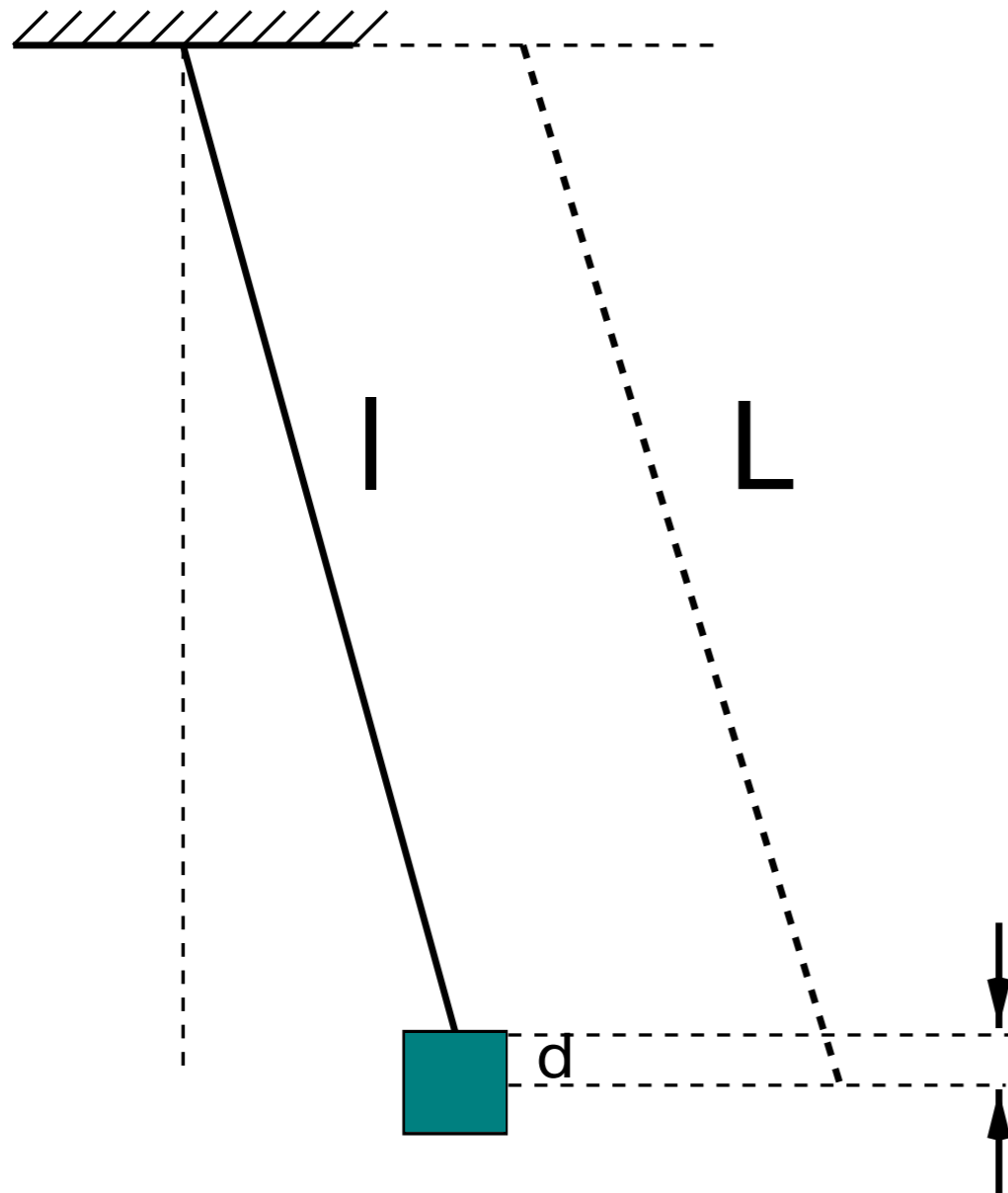
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = g \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$L = l + d \quad l = g \frac{T^2}{4\pi^2} - d$$

## Experiência com o Pêndulo

- Montar um pêndulo, usando o peso de 20 gf.
- Realizar pelo menos 5 baterias de medidas, variando o comprimento do fio no intervalo de 50-120cm.
- Fazer em cada bateria uma medida de tempo para 20 períodos do pêndulo.
- Estimar o valor da aceleração de gravidade  $g$  e da sua incerteza  $\sigma_g$ . (\*)
- Verificar a compatibilidade com o valor de referência ( $g_{ref} = 9.78789849(14) \text{ m/s}^2$ ). (\*)
- Calcular o erro relativo  $\sigma_g/g$ .(\*)

# Exemplo: pêndulo (atividade de aula)



$$l = g \frac{T^2}{4\pi^2} - d$$

$$\rightarrow y = ax + b$$

$$y = l$$

$$x = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$a = g$$

$$b = -d$$

# Exemplo: pêndulo (atividade de aula)

$y$

$x$

	$l$ (cm)	$t$ (s)	$T = (t/20)$ (s)	$T^2/4\pi^2$ (s <sup>2</sup> )
Medida 1				
Medida 2				
Medida 3				
Medida 4				
Medida 5				

i) Estimar o valor da aceleração da gravidade:

$$g \pm \sigma_g$$

ii) Analisar a compatibilidade com o valor de referência:

$$g_{ref} = 9.78789849(14) \text{ m/s}^2$$



# Sugestão para a realização do relatório

- Título da experiência.
- Objetivo da experiência. *O quê que vai ser medido e comparado?*
- Descrição da experiência. *Incluir desenho esquematizado da montagem e outros detalhes do procedimento antes e durante a toma de dados.*
- Cálculos, incluindo **tabelas de dados** e indicação dos cálculos parciais. Para os cálculos relativos ao ajuste linear, recomenda-se que seja criada uma tabela com uma coluna correspondente a cada variável que aparecer em somatórios nas equações do ajuste pelo método de mínimos quadrados. Por exemplo:

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i \times y_i$	$(y_i - (a x_i + b))$	$(y_i - (a x_i + b))^2$

- Resultados, análise (*incluindo uma discussão do valor, erro e compatibilidade com a referência. (\*)*) e conclusões.