

# Física Geral - Laboratório (2015/2)

Erros sistemáticos

Limites de erro em instrumentos de medida  
(multímetros analógicos e digitais)



# Incertezas do “Tipo A” e incertezas do “Tipo B”

Até agora, nos preocupamos em estimar incertezas *aleatórias*, a partir de *múltiplas medidas* de uma grandeza. Classificamos esse tipo de incerteza, pelo método de avaliação, como incertezas do “Tipo A”

Incertezas estimadas por outros métodos são denominadas de incertezas do “Tipo B”

Erros **instrumentais**, incertezas devido a **propriedades dos materiais** utilizados, incertezas relativas à **calibração dos instrumentos**, etc são em geral estimadas separadamente (possivelmente como incertezas do “tipo A”) para um determinado experimento. Note que podemos estimar uma incerteza deste tipo para uma única medida

# Incertezas do “Tipo A” e incertezas do “Tipo B”

Se em um mesmo experimento determinarmos as incertezas do tipo A ( $\sigma_A$ ) e as incertezas do tipo B ( $\sigma_B$ ), o *erro-padrão* da estimativa pode ser expresso pela combinação *em quadratura* de ambas:

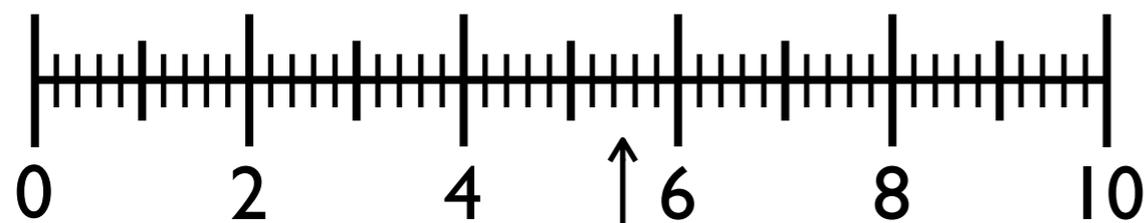
$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

Vamos considerar incertezas instrumentais e seus respectivos *níveis de confiança* em dois tipos de instrumentos de medida: multímetros *analógicos e digitais*



# Multímetro analógico

Leitura direta “em escala”:



Ponteiro marca valor da medida

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

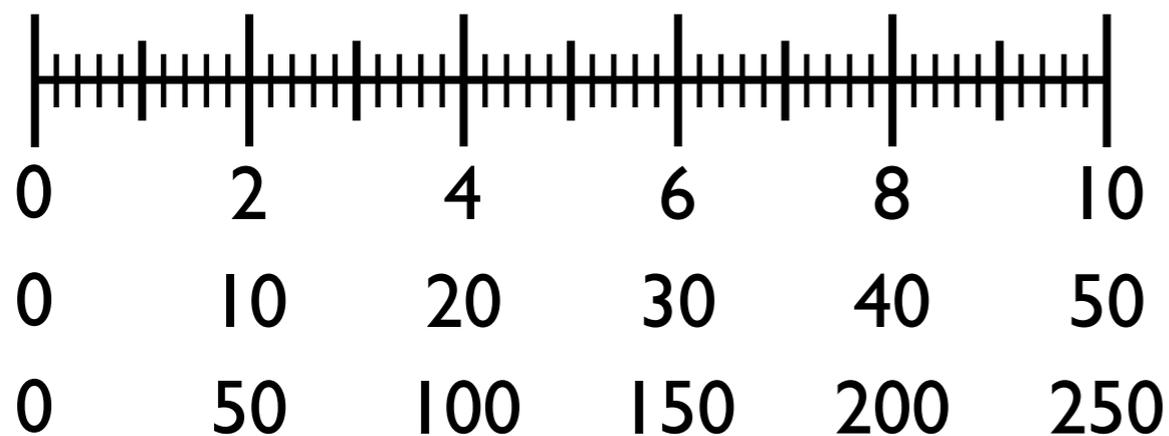
Medição de resistência ( $\Omega$ )

Possivelmente: Teste de continuidade, testes de diodos e transistores,...



# Multímetro analógico: Resolução

Leitura direta “em escala”:



Escalas de medição e resolução:

A seleção da escala de medição determina o valor do comprimento completo da escala

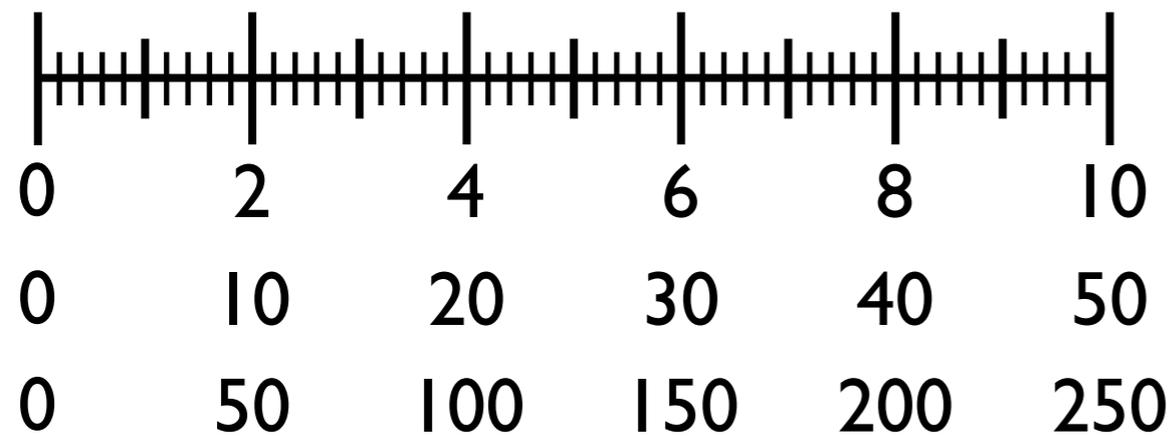
Ex.: 0 - 1000 V, 0 - 250 V, 0 - 50 V, ...

O valor correspondente à menor divisão determina a resolução intrínseca do instrumento (que depende da escala)



# Multímetro analógico: Resolução

Leitura direta “em escala”:



Escalas de medição e resolução:

- Ex.: Escala 0 - 1000 V Menor divisão: 20 V  
Escala 0 - 250 V Menor divisão: 5 V  
Escala 0 - 10 V Menor divisão: 0,2 V  
Escala 0 - 2,5 V Menor divisão: 0,05 V



# Multímetro analógico: Incerteza da medida

A precisão de uma medida está relacionada à resolução intrínseca do instrumento mas pode depender de outros fatores, por exemplo:

- Sensibilidade do instrumento
- Resolução com que o olho humano consegue distinguir duas marcações em uma escala

...

Vamos considerar neste caso que a dimensão espacial da menor divisão da escala é o principal fator na determinação do erro instrumental

# Multímetro analógico: Incerteza da medida

Podemos definir um limite de erro ( $L$ ), a partir da resolução intrínseca do instrumento

Se imaginarmos um número grande de medidas (da mesma grandeza), variações de  $\pm L$  determinam um intervalo no qual as medidas poderiam flutuar em torno da média

Se associarmos a esse intervalo um nível de confiança de  $\sim 95\%$  ( $L = 2\sigma$ ), podemos definir como estimativa padrão do erro instrumental associado a uma única medida a metade do limite de erro:

$$x \pm \boxed{\frac{L}{2}} \quad \sigma_B = \frac{L}{2}$$

# Multímetro analógico e digital



# Multímetro digital

Display digital de “3  
1/2” dígitos:

$d_{1/2}$	$d_3$	$d_2$	$d_1$
-----------	-------	-------	-------

Número de  
“contagens”: 0 - 1999

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

Medição de resistência ( $\Omega$ )

Possivelmente: Teste de continuidade,  
testes de diodos e transistores,...



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	0	2
--	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: 1 V

(Variação do dígito menos significativo)



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	1.	6
--	---	----	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução:  $0,1 \text{ V} = 100 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	1.	5	7
--	----	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução:  $0,01 \text{ V} = 10 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

1.	5	7	1
----	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

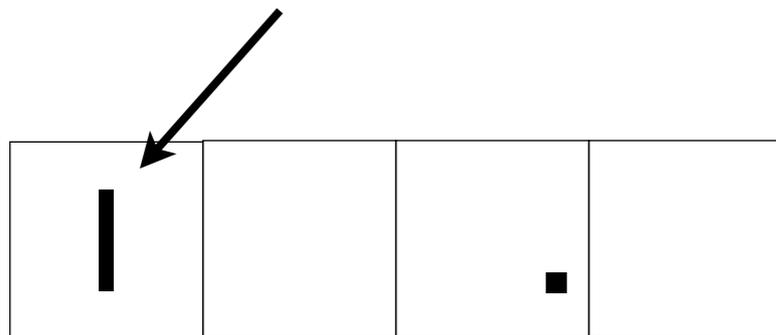
200 mV

Resolução:  $0,001 \text{ V} = 1 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

Mostrador com dígito “1” à esquerda:  
valor acima do máximo da escala



DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

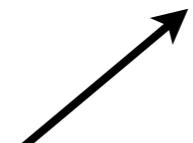
Resolução:  $0,1 \text{ mV} = 100 \mu\text{V}$



# Multímetro digital: Incerteza da medida

No caso de um instrumento digital, não há em geral erros em relação à leitura, no entanto fatores como a sensibilidade do instrumento, desvios e tolerâncias dos componentes internos, ruído eletrônico, etc. limitam a precisão da medição

Um multímetro digital possui especificações fornecidas pelo fabricante que determinam o limite de erro ( $L$ ) para uma medida, da forma:

$$L = a\% (\text{leitura}) + b \text{ dígito} \quad \sigma_B = \frac{L}{2}$$


Mais uma vez podemos considerar o limite de erro correspondendo a um nível de confiança de  $\sim 95\%$  ( $\sigma = L/2$ )

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Por exemplo, o manual de um multímetro pode especificar, para a medição de tensão contínua (DC), os seguintes limites de erro para diferentes escalas:

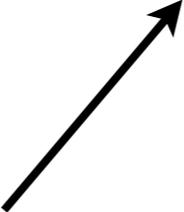
Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 mV	100 $\mu$ V	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
2 V	1 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
20 V	10 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
200 V	100 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
600 V	1 V	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)

# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

No exemplo anterior da medição da *f.e.m.* de uma pilha, os valores dos limites de erro seriam:

Escala	Valor medido	Precisão (Limite de erro)
200 mV	-	-
2 V	1.571	$\pm (0,5\% \cdot 1,571 \text{ V} + 0,002 \text{ V}) = \pm 0,010 \text{ V}$
20 V	1,57 V	$\pm (0,5\% \cdot 1,57 \text{ V} + 0,02 \text{ V}) = \pm 0,03 \text{ V}$
200 V	1,6 V	$\pm (0,5\% \cdot 1,6 \text{ V} + 0,2 \text{ V}) = \pm 0,2 \text{ V}$
600 V	2 V	$\pm (0,8\% \cdot 2 \text{ V} + 2 \text{ V}) = \pm 2 \text{ V}$

Note a redução da incerteza estimada com o uso de uma escala mais próxima do valor medido



# Atividade de aula (Roteiro)

1- Determinar o valor de um resistor a partir de seu código de cores e sua precisão → Obter  $R^{\text{Cod. Cores}} \pm \sigma_R^{\text{Cod. Cores}}$

2- Determinar o valor do resistor a partir da medição com um multímetro analógico (lembre de realizar o *ajuste de zero* do multímetro) → Obter  $R^{\text{Analógico}} \pm \sigma_R^{\text{Analógico}}$

3- Determinar o valor do resistor a partir da medição com um multímetro digital → Obter  $R^{\text{Digital}} \pm \sigma_R^{\text{Digital}}$  (utilize a escala de maior precisão)

4- Analise a compatibilidade entre  $R^{\text{Cod. Cores}}$  e  $R^{\text{Analógico}}$ ,  $R^{\text{Cod. Cores}}$  e  $R^{\text{Digital}}$ ,  $R^{\text{Analógico}}$  e  $R^{\text{Digital}}$  (levando em consideração as incertezas)

# Relatório

Trabalho em forma de relatório:

## i) Introdução, objetivo e descrição da experiência

Aqui espera-se que se explique compreensivelmente a experiência, a montagem, os procedimentos realizados, além das hipóteses e modelos teóricos utilizados.

Imaginem que vocês estão explicando a experiência para alguém sem necessariamente conhecimento prévio dela.

O relatório deve ser completo, mas ao mesmo tempo objetivo.

Não copiem o que está escrito no roteiro.

## ii) Cálculos

Os dados coletados devem ser expostos claramente (em uma tabela, por exemplo).

Os métodos e cálculos utilizados devem ser explicados.

# Relatório

## iii) Análise dos resultados

A análise dos resultados deve utilizar os resultados iniciais para elaborar conclusões sobre a experiência.

Em geral vocês devem estudar as incertezas encontradas, e a compatibilidade e consistência dos resultados.

## iv) Conclusão

Os resultados obtidos e possíveis discrepâncias encontradas devem ser discutidos criticamente. As possíveis fontes de erro devem ser enumeradas.

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 4 dígitos)
2 k $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 M $\Omega$	10 k $\Omega$	$\pm$ (3,0% leitura + 3 dígitos)

**Minipa ET-1100**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 M $\Omega$	0,01 M $\Omega$ = 10 k $\Omega$	$\pm$ (1,0% leitura + 5 dígitos)

**Minipa ET-1110A**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	100 m $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (1% leitura + 2 dígitos)

**Multitoc DT830B**

# Como ler o código de cores de um resistor



COR	1ª Banda	2ª Banda	3ª Banda	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	1 $\Omega$	
Castanho	1	1	1	10 $\Omega$	$\pm$ 1%
Vermelho	2	2	2	100 $\Omega$	$\pm$ 2%
Laranja	3	3	3	1K $\Omega$	
Amarelo	4	4	4	10K $\Omega$	
Verde	5	5	5	100K $\Omega$	
Azul	6	6	6	1M $\Omega$	
Violeta	7	7	7	10M $\Omega$	
Cinza	8	8	8		
Branco	9	9	9		
Dourado					$\pm$ 5%
Prateado					$\pm$ 10%

Cor	Código
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinza	8
Branco	9

Castanho	$\pm$ 1%
Vermelho	$\pm$ 2%
Dourado	$\pm$ 5%
Prata	$\pm$ 10%



Precisão