Física Geral - Laboratório (2016/2)

Organização e descrição de dados

Física Geral - 2016/2

Bibliografia:

"Estimativas e Erros em Experimentos de Física"

(EdUERJ)

Dados e medidas

"Todo experimento em física envolve a medição de [...] grandezas. Mesmo que as medições tenham sido realizadas com todo o esmero, os valores (medidas) encontrados estão sujeitos inevitavelmente a incertezas [...]".

***Dados*: <u>Valores</u> ou <u>qualificações</u> de atributos dos elementos de um conjunto**

***Medidas*: <u>Dados numéricos</u> associados a <u>grandezas</u> que descrevem um fenômeno ou sistema físico**

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

1) Valores das idades de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 18 anos

Estudante 2: 19 anos

Estudante 3: 18 anos

Unidade: Anos

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

2) Valores das massas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 60,2 Kg

Estudante 2: 72,4 Kg

Estudante 3: 65,6 Kg

Unidade: Quilograma (Kg)

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

3) Valores das alturas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 172 cm

Estudante 2: 168 cm

Estudante 3: 180 cm

Unidade: Centímetro (cm)

Dados e medidas

Representação do conjunto de dados:

Idades dos estudantes = {18; 19; 18} (anos)

Massas dos estudantes = {60,2; 72,4; 65,6} (Kg)

Alturas dos estudantes = {172; 168; 180} (cm)

Em geral:

$\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N\}$ = {valor nº 1, valor nº 2, valor nº 3, ... , valor nº 'N' }

Dados e medidas

Outros exemplos:

Medidas do comprimento de uma mesa:

{150,3; 152,0; 150,4; 151,8} (cm)

Medidas de temperatura de uma sala:

{29,3; 28,6; 30,4} (°C)

Medidas da tensão da rede elétrica:

{115,2; 124,5; 128,3; 121,1} (V)

Tipo sanguíneo dos estudantes de FG:

{'O-'; 'A-'; 'O+'}

Organizando um conjunto de dados: Tabelas

Tabelas: arranjos, ordenados ou não, de dados

Estudante de FG	Idade (anos)	Massa (Kg)	Altura (cm)
1	18	60,2	172
2	19	72,4	168
3	18	65,6	180

Mesa	Comprimento (cm)
1	150,3
2	152,0
3	150,4
4	151,8

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Computar frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de ***histogramas***

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

Exemplo:

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

24 elementos

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Escolha 1:

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

Escolha 2:

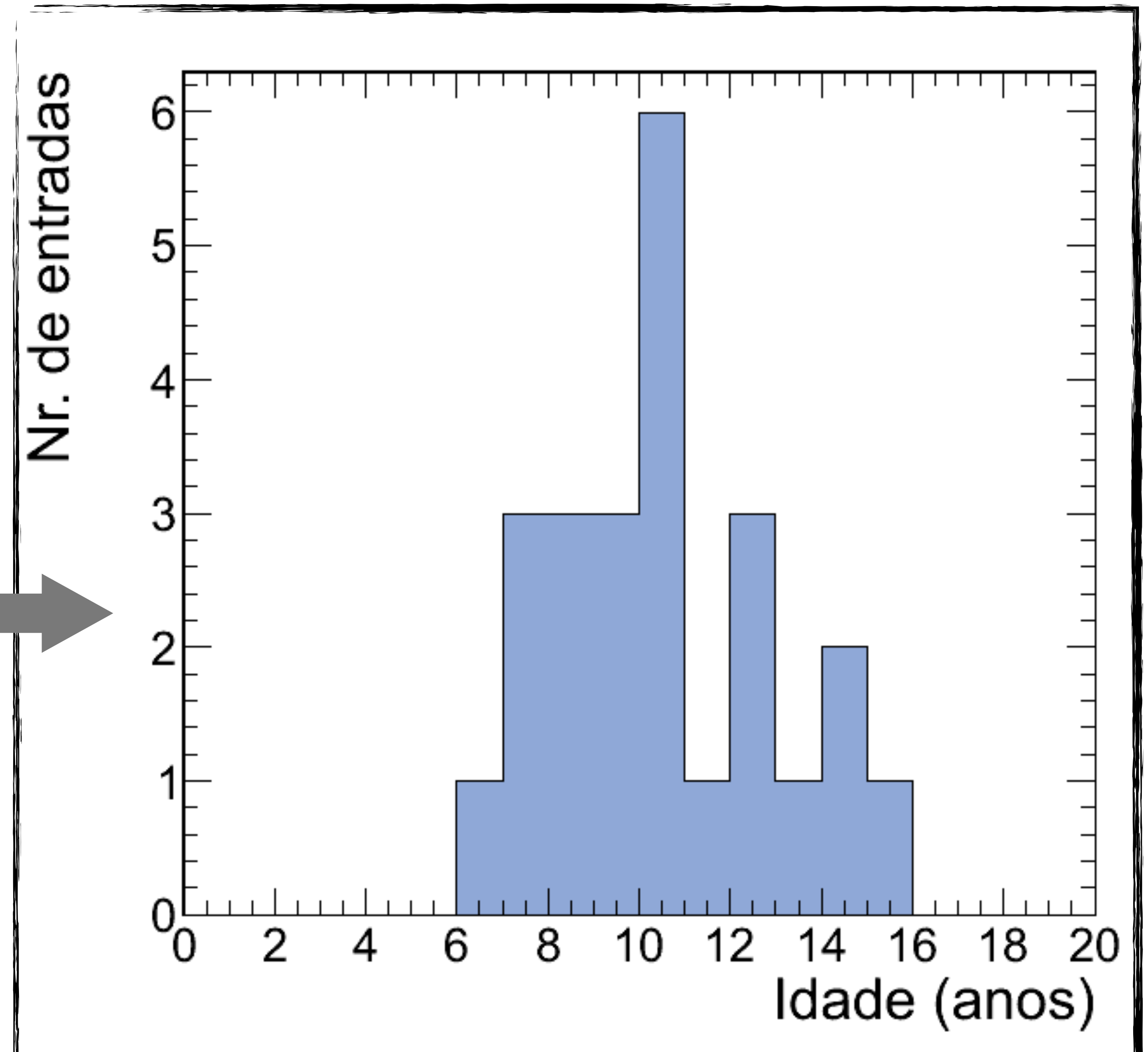
Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1



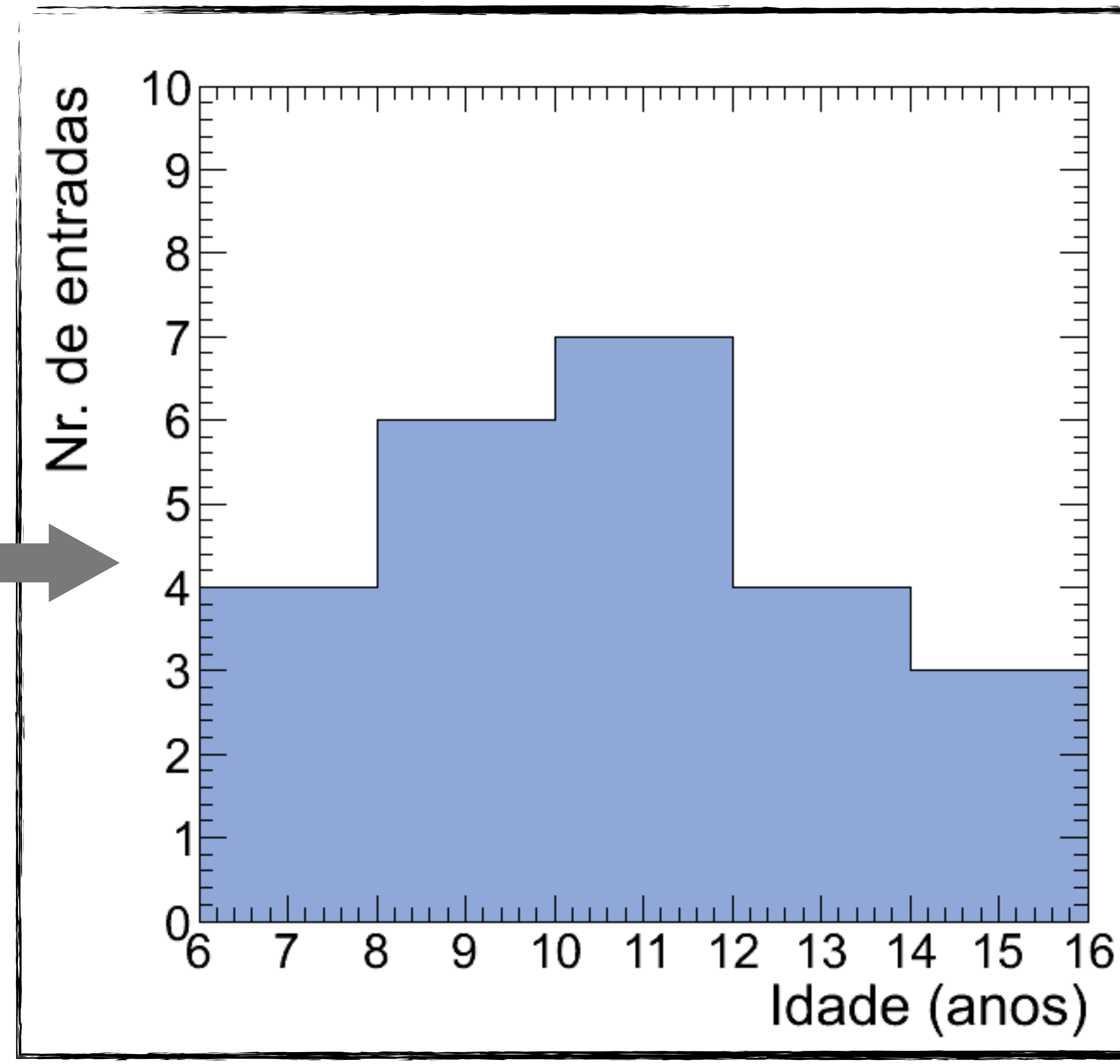
representação gráfica do histograma

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

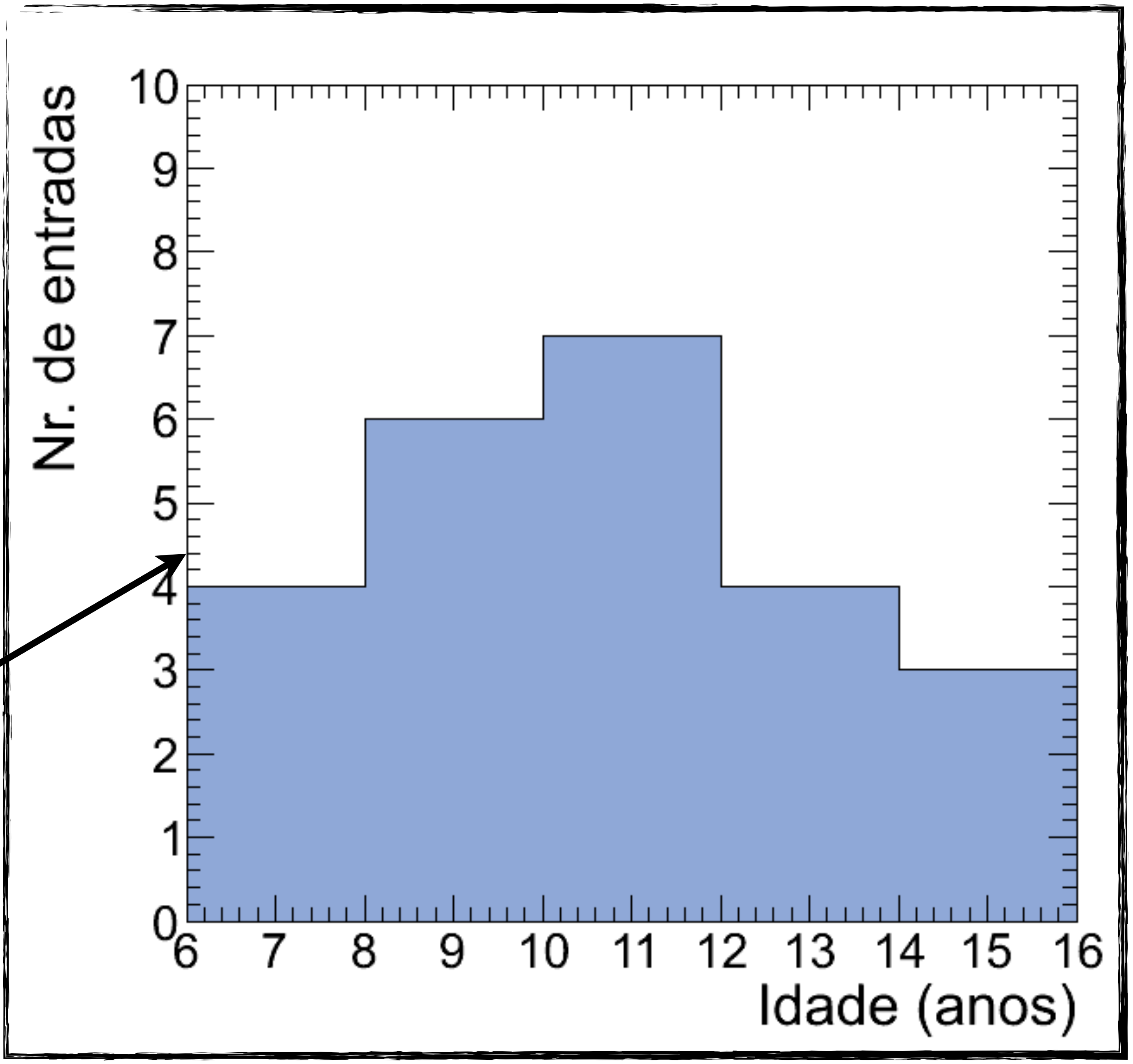
Classe de idades (anos)	Frequência
6 - 8	4
8 - 10	6
10 - 12	7
12 - 14	4
14 - 16	3



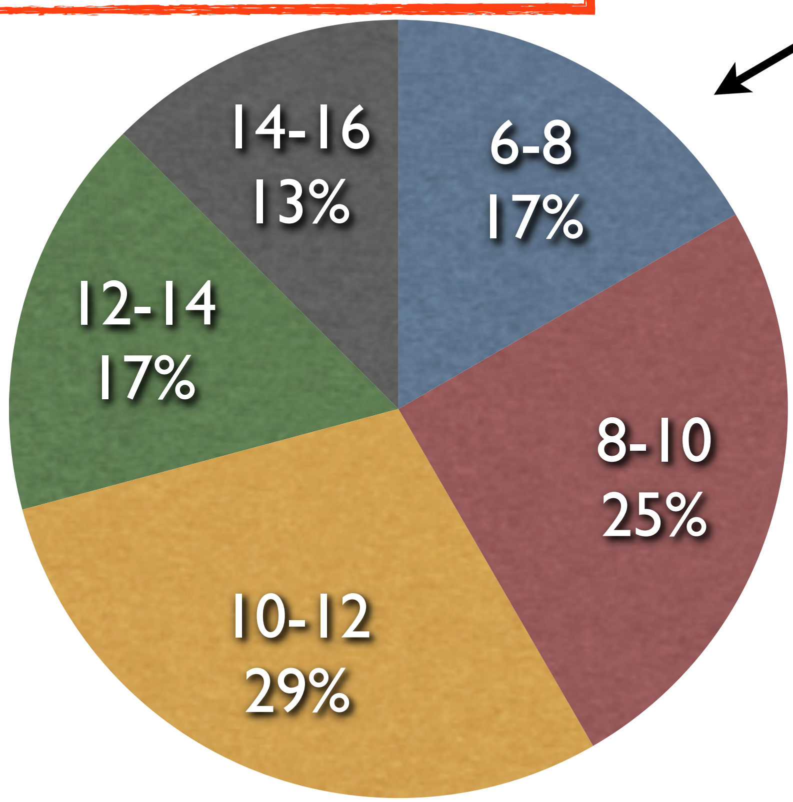
Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

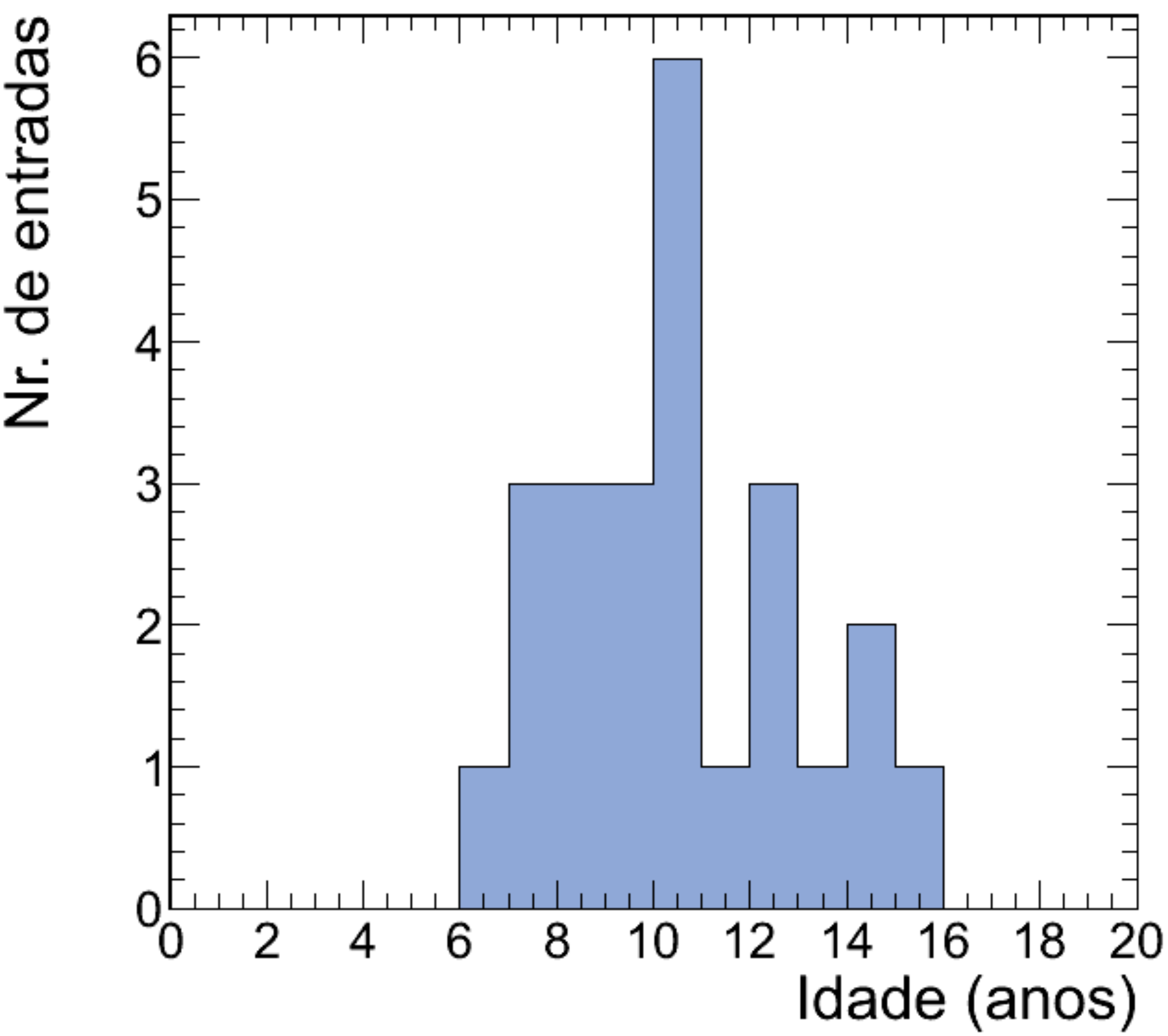


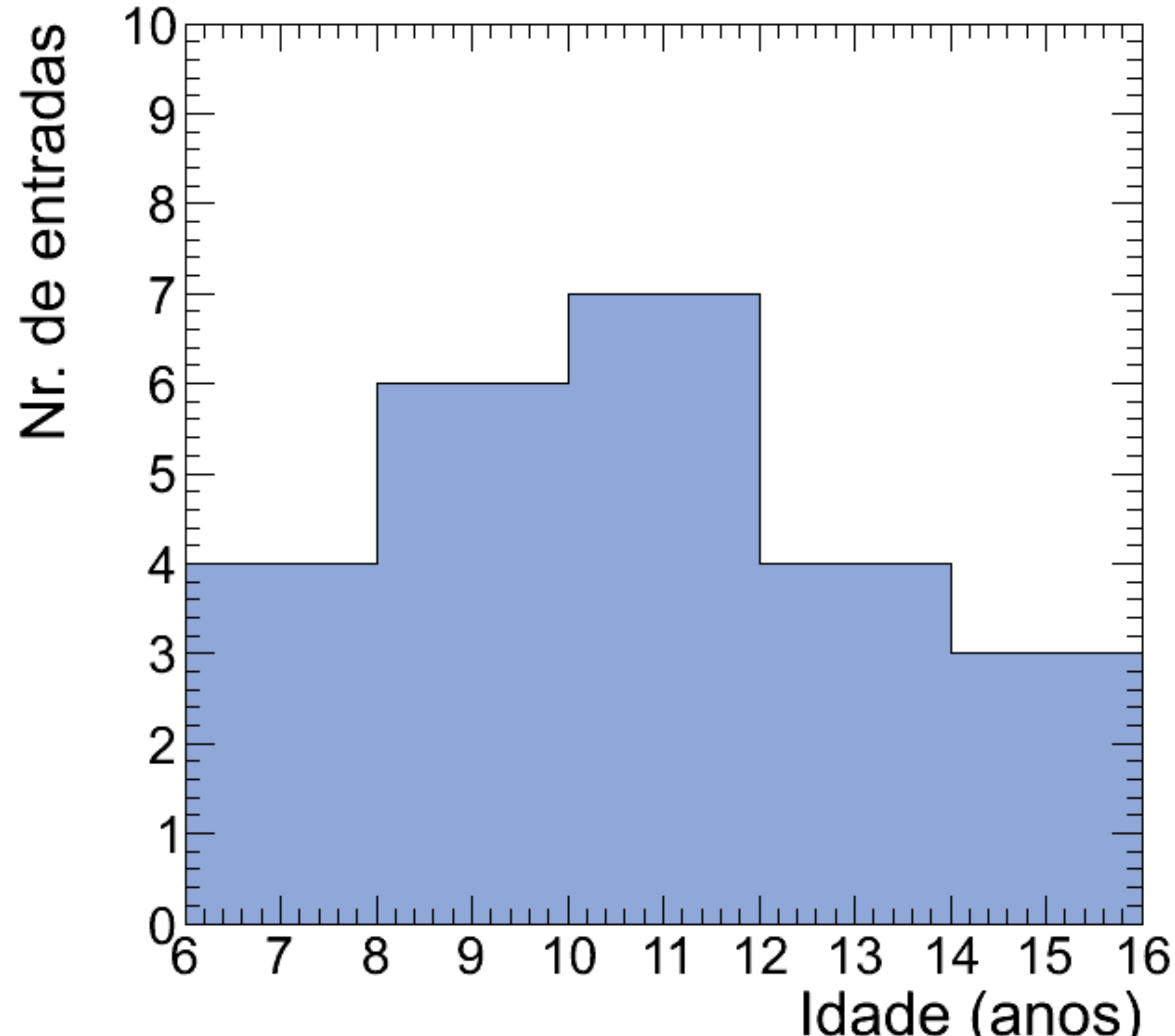
Outra opção de representação gráfica de frequencias relativas (em percentual)



Organizando um conjunto de dados: Histogramas

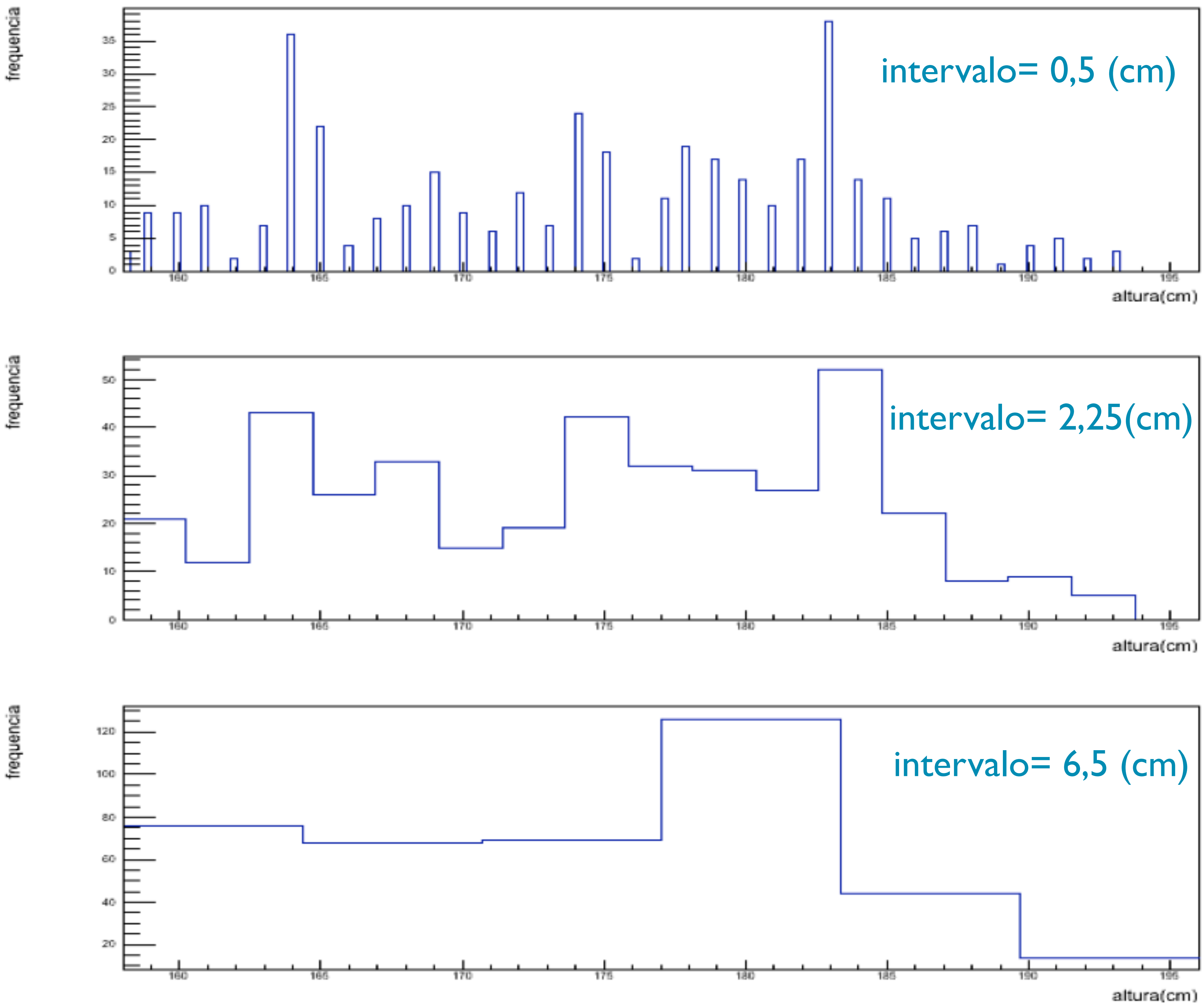
Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?





Maior valor de intervalo

Um conjunto ainda maior de dados (valores de alturas de estudantes):



Maior valor de intervalo

Parâmetros de posição

Média: Valor promédio de um conjunto de dados

$\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N\}$

$$\boxed{\bar{x}} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Símbolo

Cada elemento do conjunto de dados

Número de elementos no conjunto

Parâmetros de posição
para dados agrupados em classes

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência

Cada classe possue **ponto médio** $\{x_1, x_2, ..., x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, ..., n_M\}$:

$$\boxed{\bar{x}} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{M} n_j x_j$$

Símbolo

M: número de classes de frequência

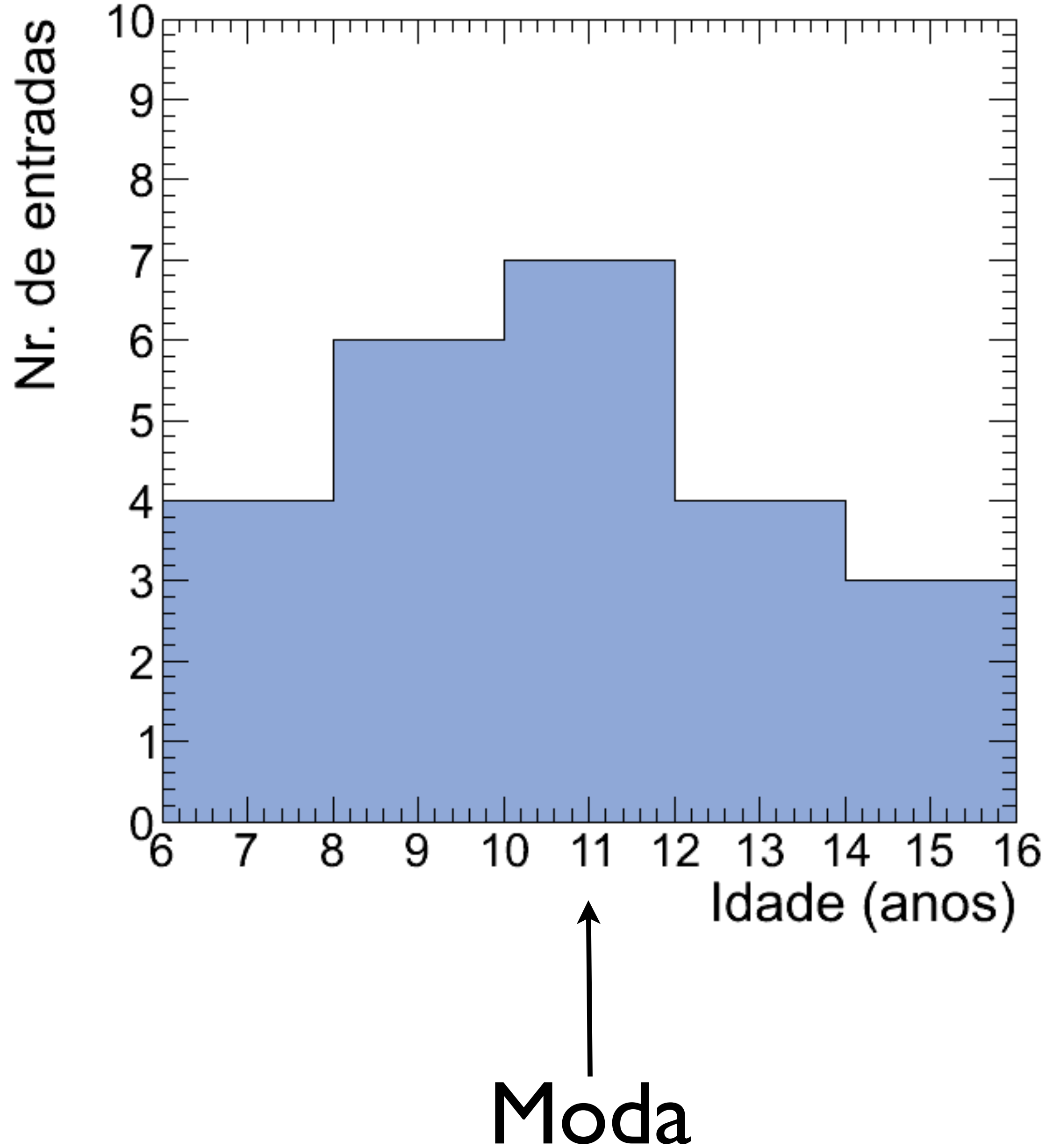
N: número total de elementos $\sum_{j=1}^{M} n_j = n_1 + n_2 + \ldots + n_M = N$

Parâmetros de posição

Moda: Valor **mais frequente** de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_N\}$

Símbolo: $\boxed{x_{\text{mod}}}$

Para dados agrupados em classes de frequências a moda é **o ponto médio *da classe de maior frequência***



Parâmetros de posição

Média quadrática: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados

Símbolo

$$\boxed{x_{\mathrm{rms}}} \equiv \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

RMS: *root mean squared*

Observação: $x_{\mathrm{rms}}^2 = \overline{x^2}$

Parâmetros de posição

Mediana: valor que divide uma distribuição <u>ordenada</u> de dados de forma que metade dos dados está acima, e metade abaixo deste valor

$$N(\text{ímpar}) \rightarrow x_{\text{med}} = x_{(N+1)/2}$$

o elemento no centro da distribuição ordenada

$$N(\text{par}) \rightarrow x_{\text{med}} = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2+1)}}{2}$$

o promedio dos dois elementos centrais da distribuição ordenada

Resumo parámetros de posição

1. **Média**: Valor médio de um conjunto de dados

   $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N\}$

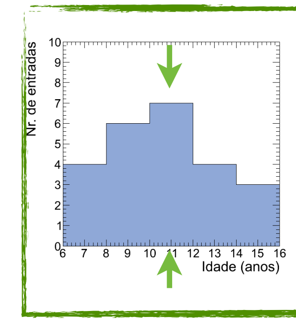
$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} x_i$$

ou

classes de frequências

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{M} x_j n_j$$

2. **Moda**: Valor mais frequente de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N\}$ (ou o ponto médio da classe de maior frequência)



3. **Média quadrática**: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados

$$x_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} x_i^2}$$

4. **Mediana**: valor que divide uma distribuição ordenada de dados de forma que metade dos dados está acima, e metade abaixo deste valor

$$x_{\mathrm{med}} = x_{(N+1)/2}$$

$$x_{\mathrm{med}} = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2+1)}}{2}$$

Atividade de aula - Idade, massa e altura

Estudante	Idade (anos)	Massa (kg)	Altura (cm)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Parâmetros de dispersão

i) *Amplitude*: Diferença entre os valores máximo e mínimo de uma coleção de dados $\{x_1, x_2, ..., x_N\}$

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

Parâmetros de dispersão

ii) *Desvio médio*: Média dos módulos dos desvios, em relação à média

$$\overline{|\delta x|} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\delta x_i| = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boxed{|x_i - \bar{x}|} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + \ldots + |x_N - \bar{x}|}{N}$$

Parâmetros de dispersão

iii) *Variância*: Média dos quadrados dos desvios (δx_i)

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\delta x_i)^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boxed{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

Note que a expressão para a variância pode ser simplificada por:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2 = \boxed{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Parâmetros de dispersão

iv) *Desvio padrão*: Raiz quadrada da variância, ou média quadrática dos desvios

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+\ldots+(x_N-\bar{x})^2}{N}}$$

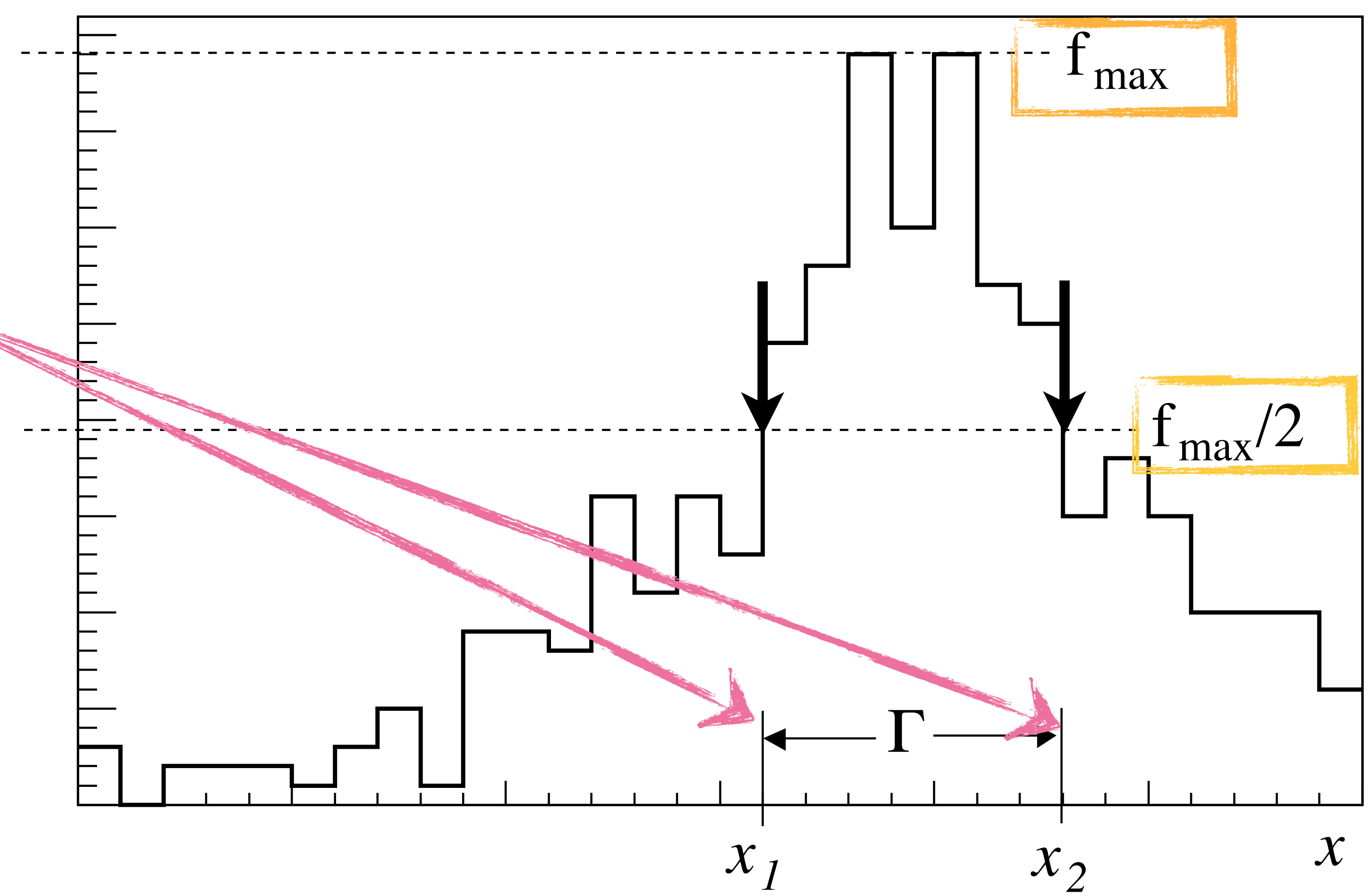
$$\Rightarrow \boxed{\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2}-\bar{x}^2}}$$

Parâmetros de dispersão

v) *Largura a meia altura*: Comprimento do intervalo limitado pelos valores (x_1,x_2) correspondentes à metade da frequência máxima

Símbolo: Γ

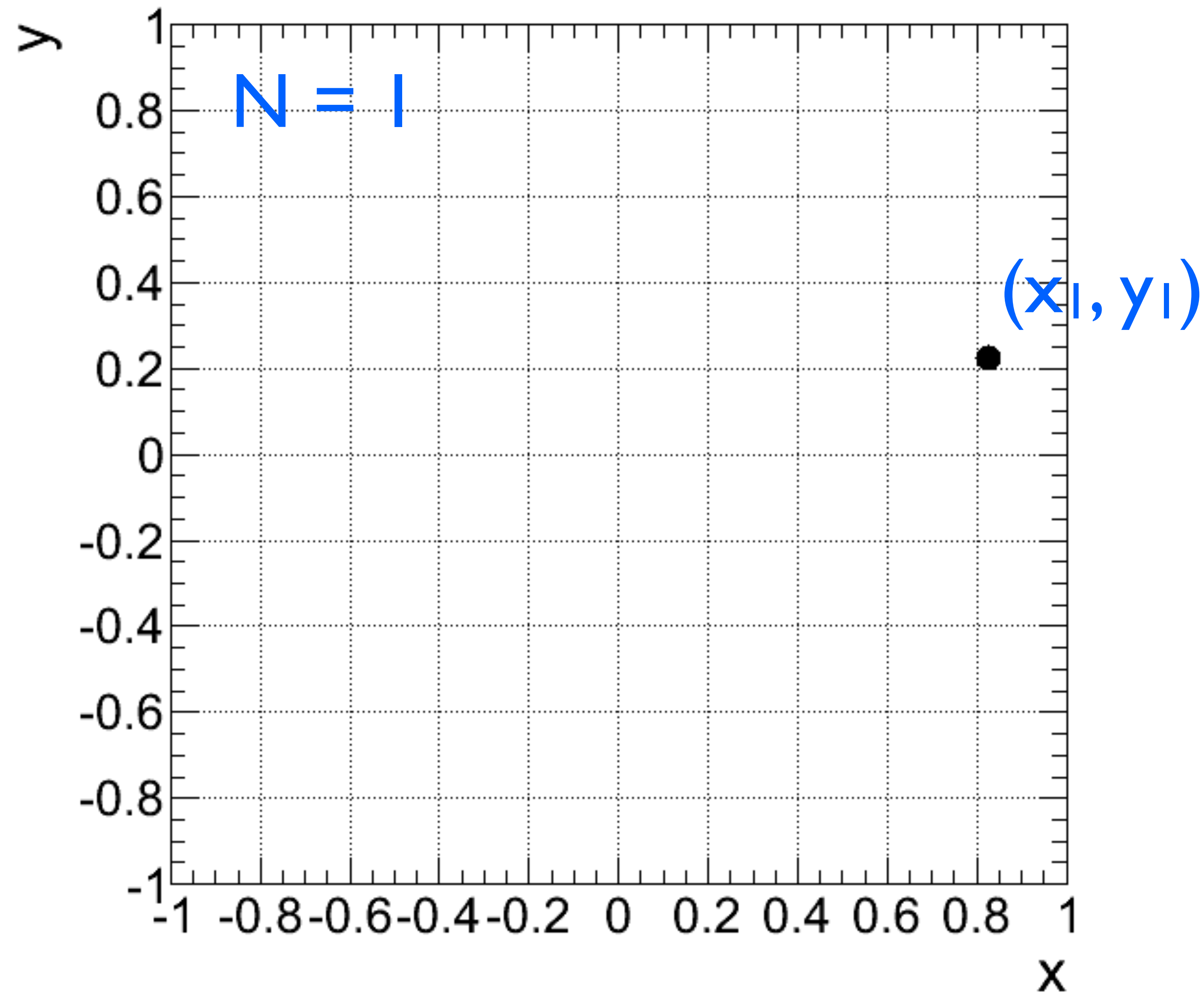
$$\boxed{\Gamma = |x_2 - x_1|}$$



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis de um mesmo conjunto de dados $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

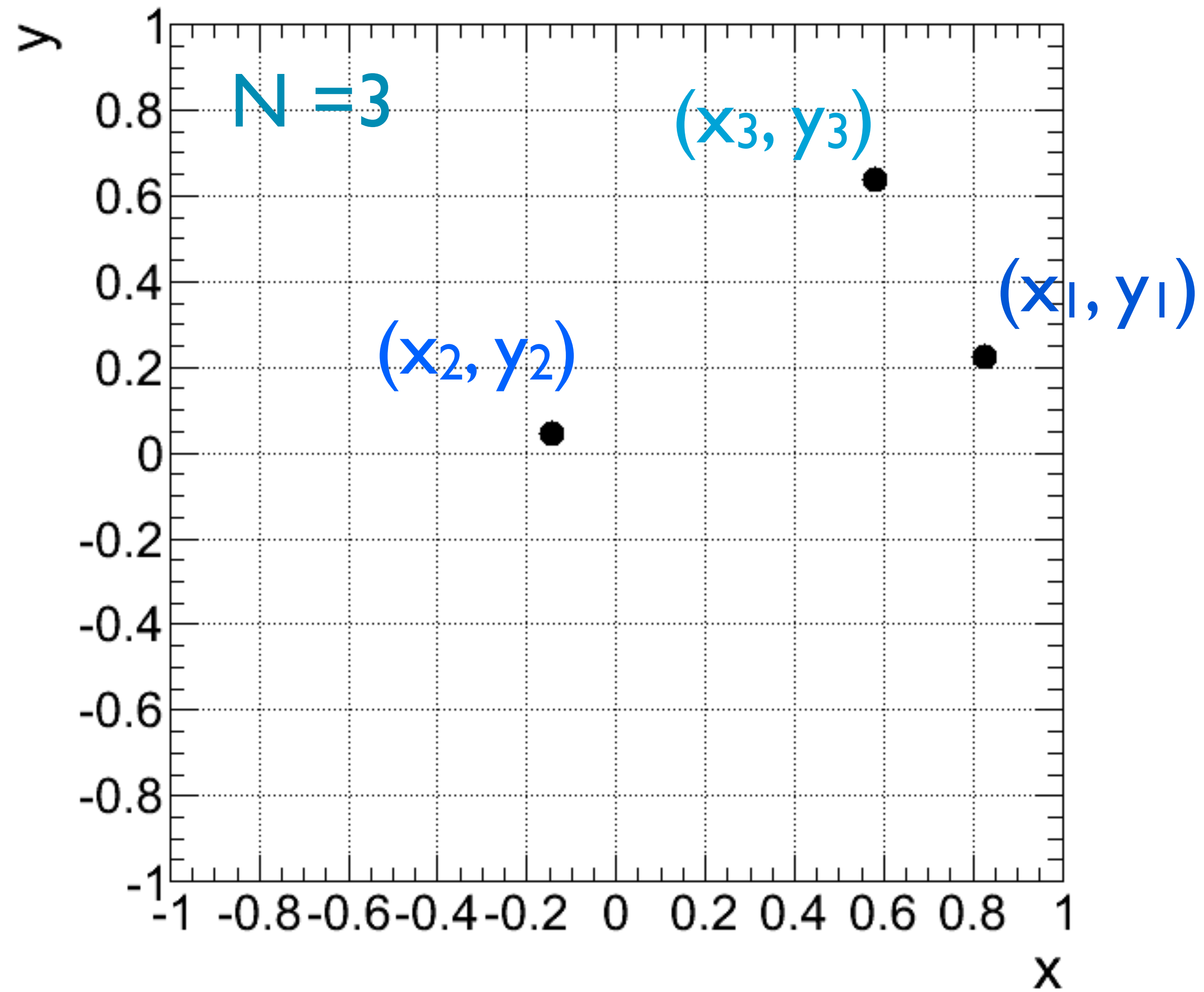
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

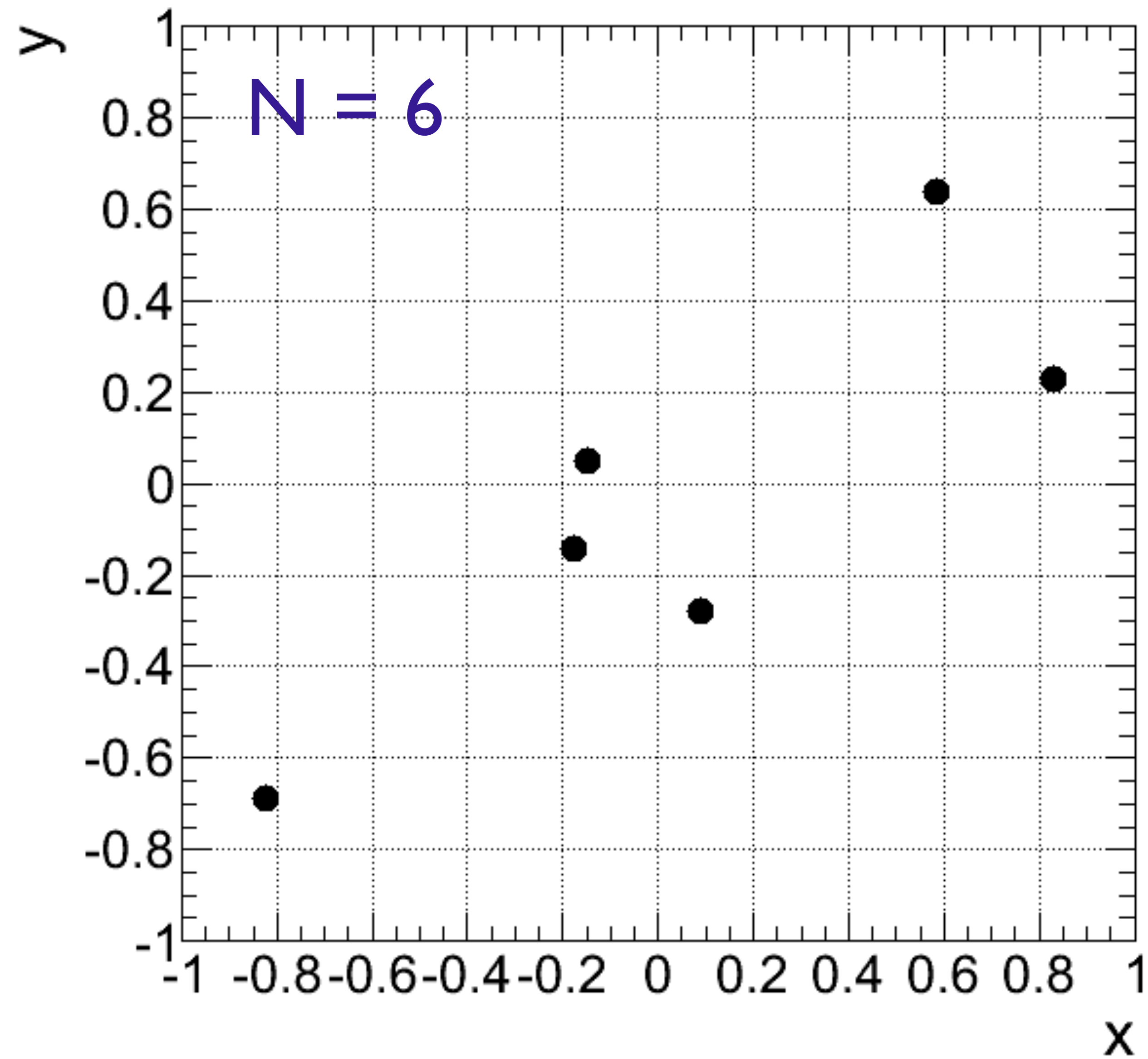
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

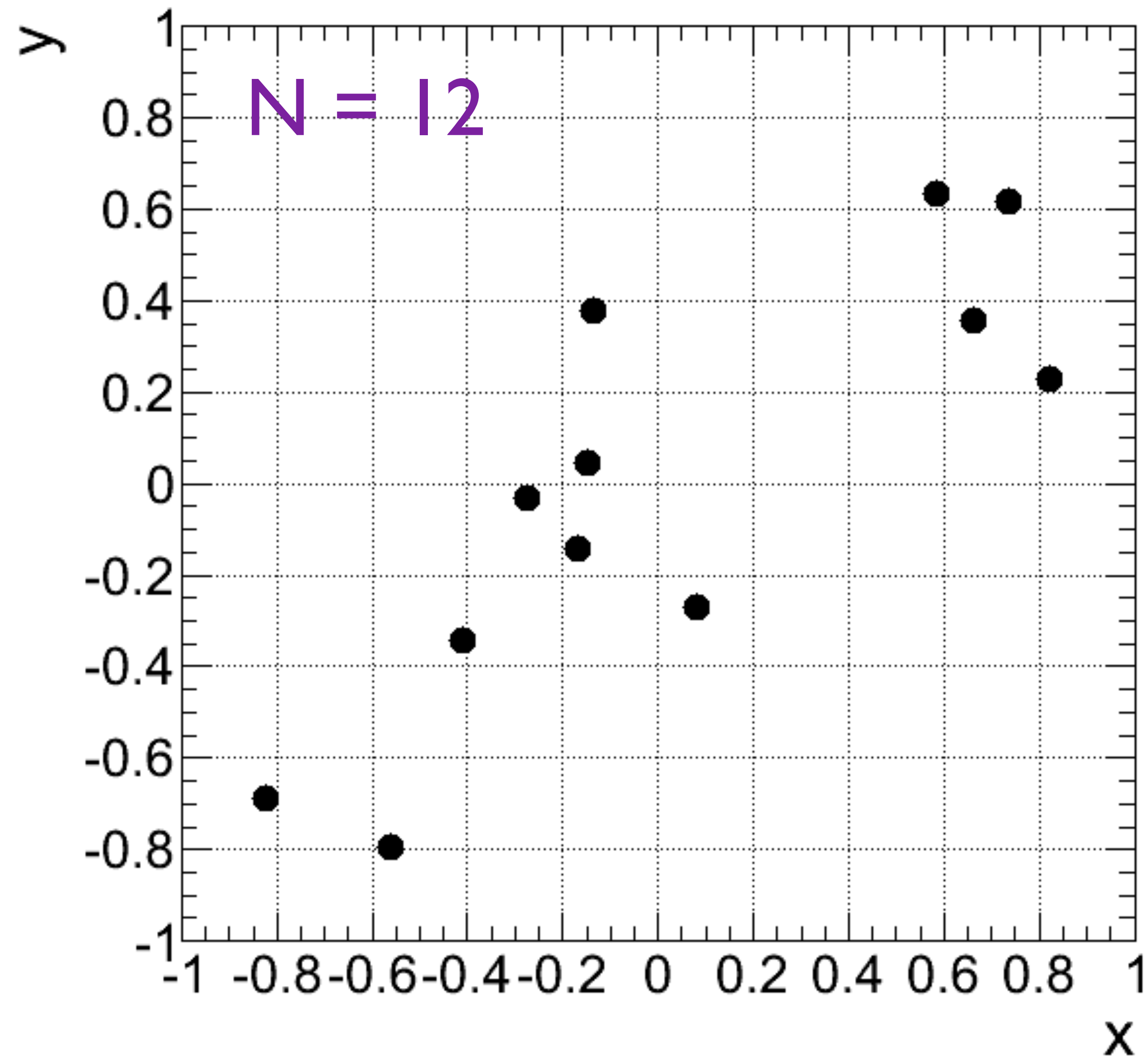
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

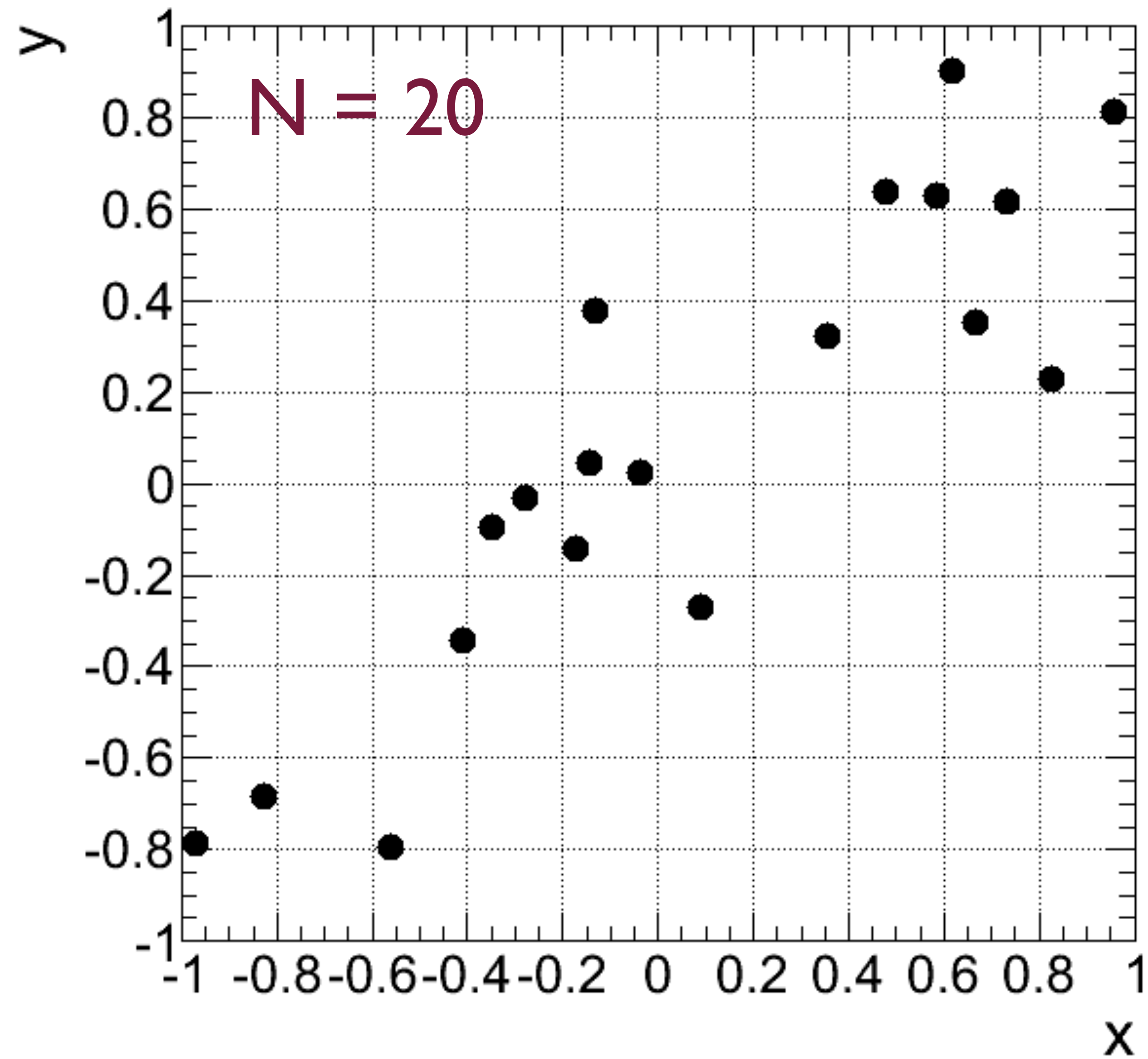
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

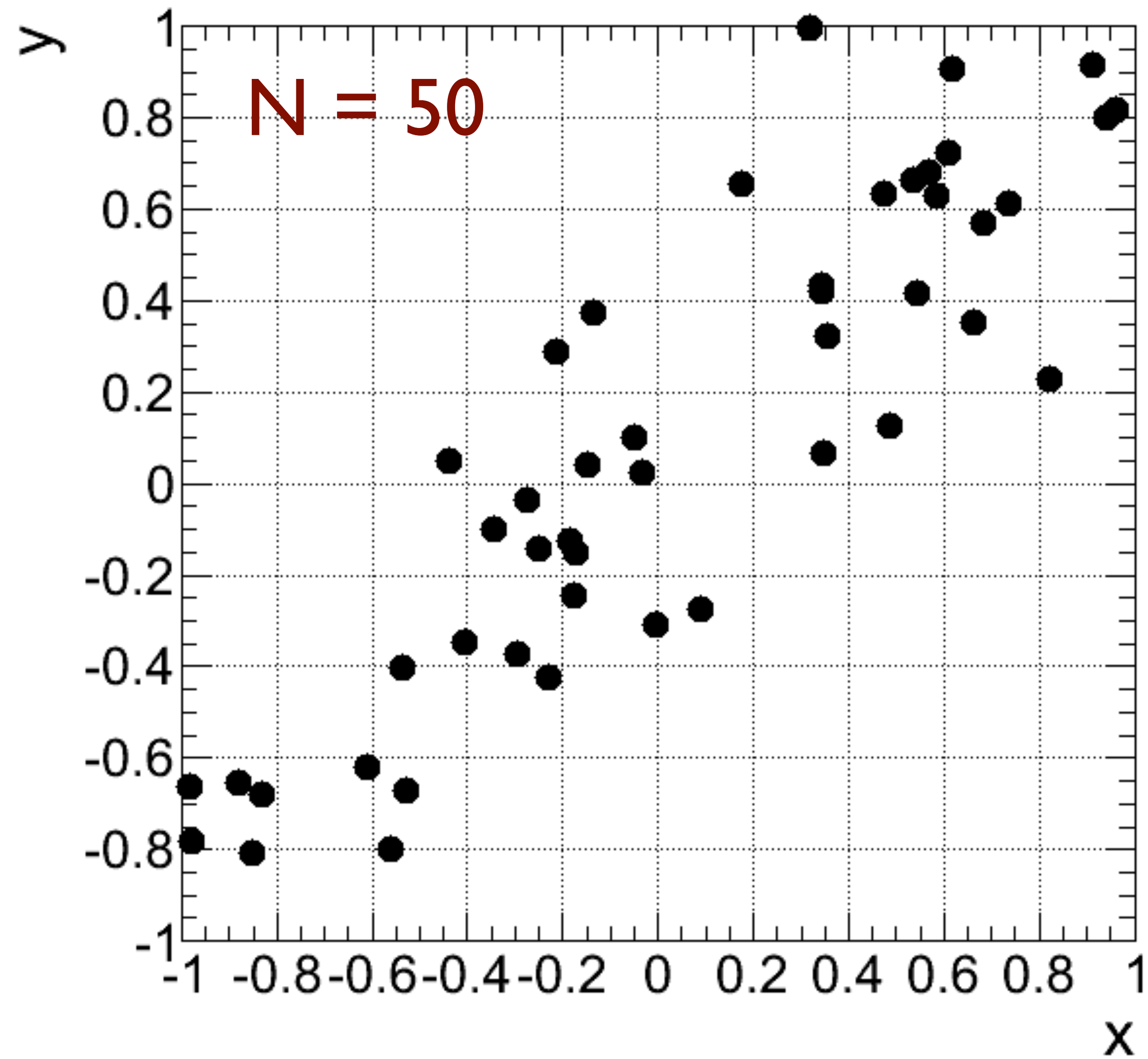
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

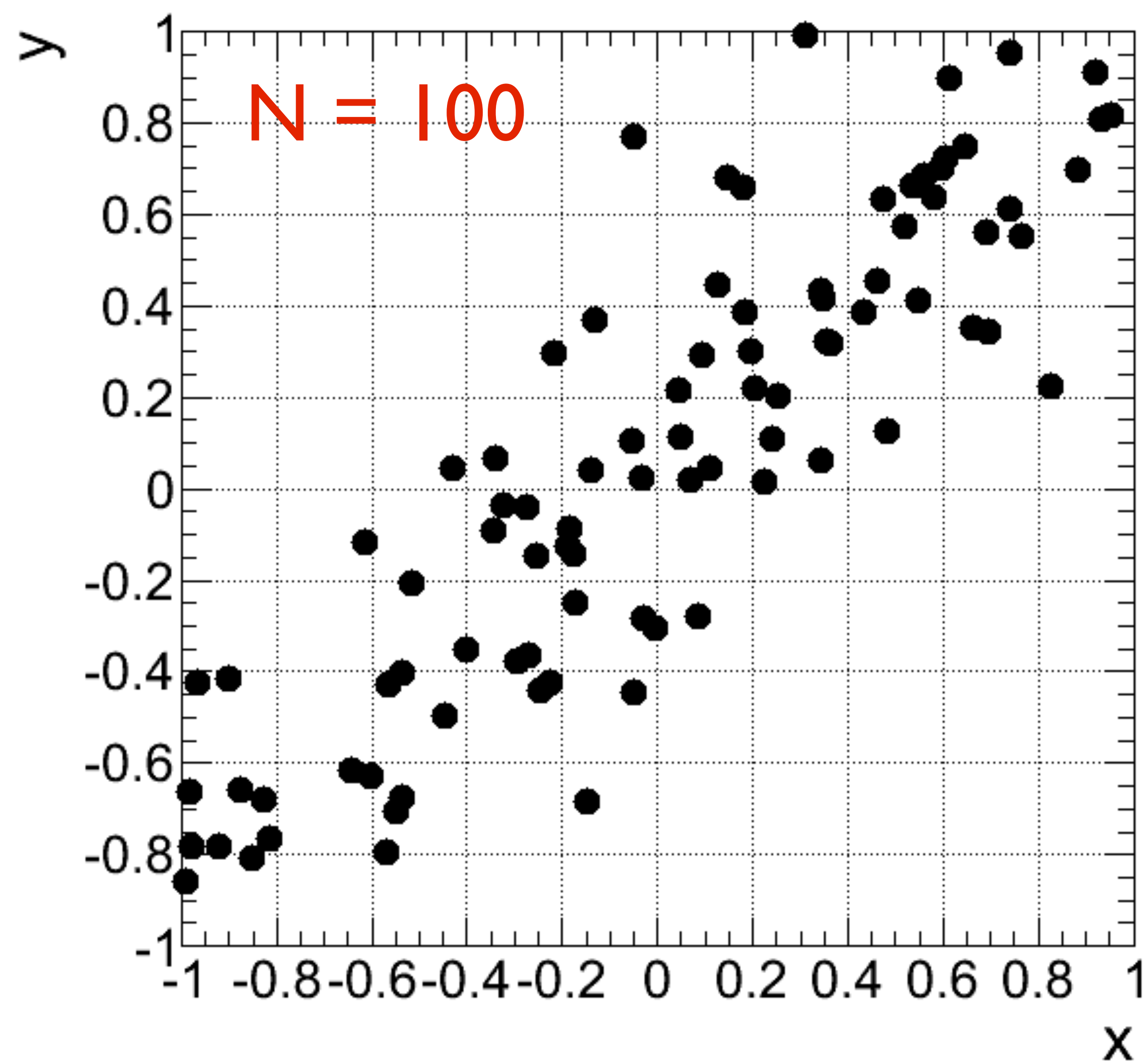
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

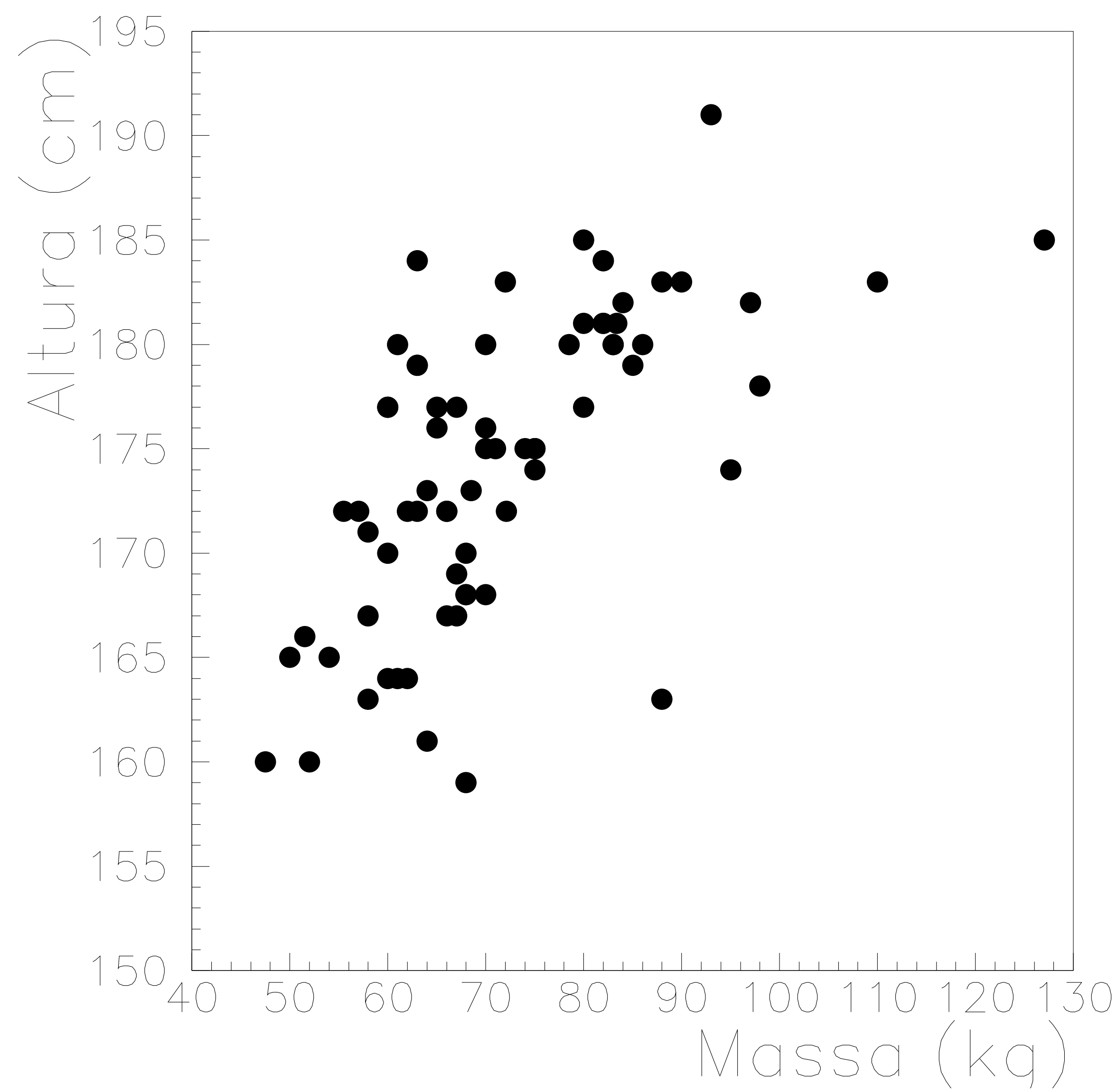
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x,y)



Representando duas variáveis

<u>Diagrama de dispersão</u>: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N)\}$

Outro exemplo: dados de altura e massa de uma lista de estudantes:



Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis (δx_i e δy_i)

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boxed{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}$$

$$= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \ldots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\boxed{\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}$$

e que **não importa a ordem** das variáveis:

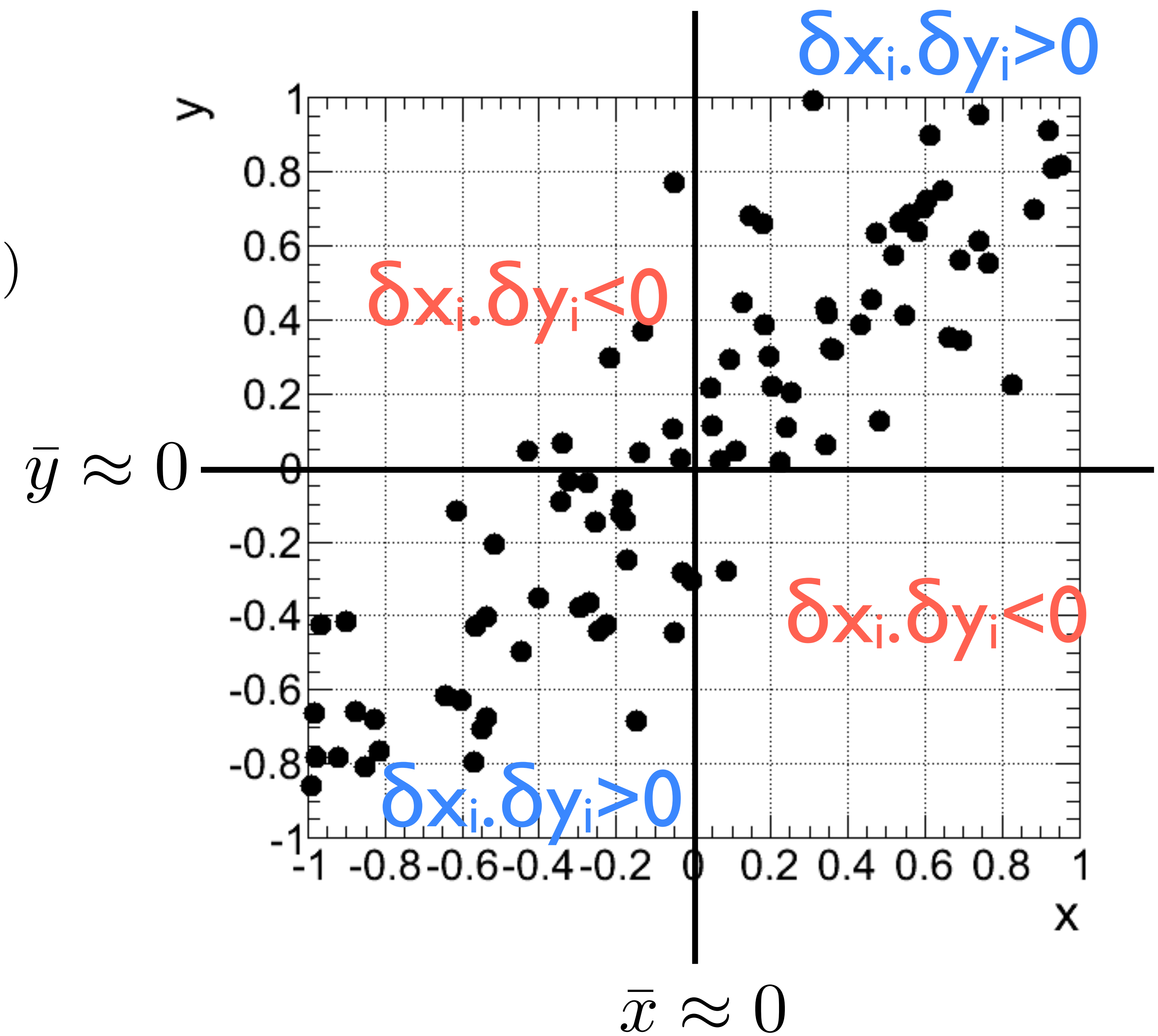
$$\boxed{\sigma_{xy} = \sigma_{yx}}$$

Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$\Rightarrow \quad \sigma_{xy} > 0$

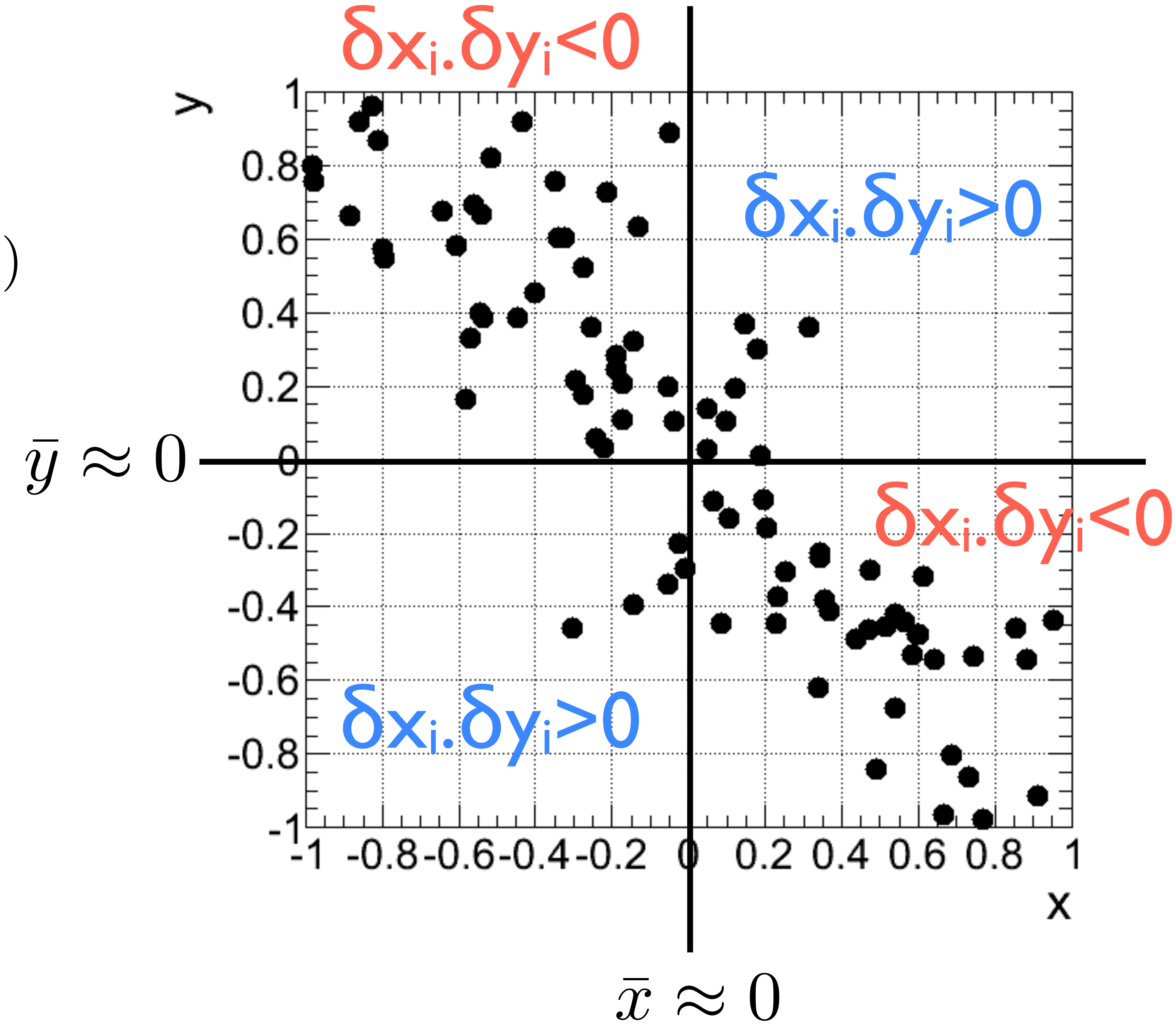


Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$\Rightarrow$ $\sigma_{xy} < 0$



Parâmetros de correlação

ii) *Coeficiente de correlação linear de Pearson*: covariância entre duas variáveis, dividida por seus desvios padrão

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \qquad -1 \geq r \leq 1$$

Correlação linear, perfeita e positiva: $r = 1$

Correlação linear, perfeita e negativa: $r = -1$

Exercício (2.5.4):

aluno	Nota Mecânica	Nota Eletricidade
1	42	75
2	57	70
3	15	40
4	74	56
5	23	50
6	20	61
7	5	42
8	60	54
9	11	32
10	12	55
11	45	76
12	75	60

Mecânica

Média: 36,58

Desvio padrão: 24,36

Eletricidade

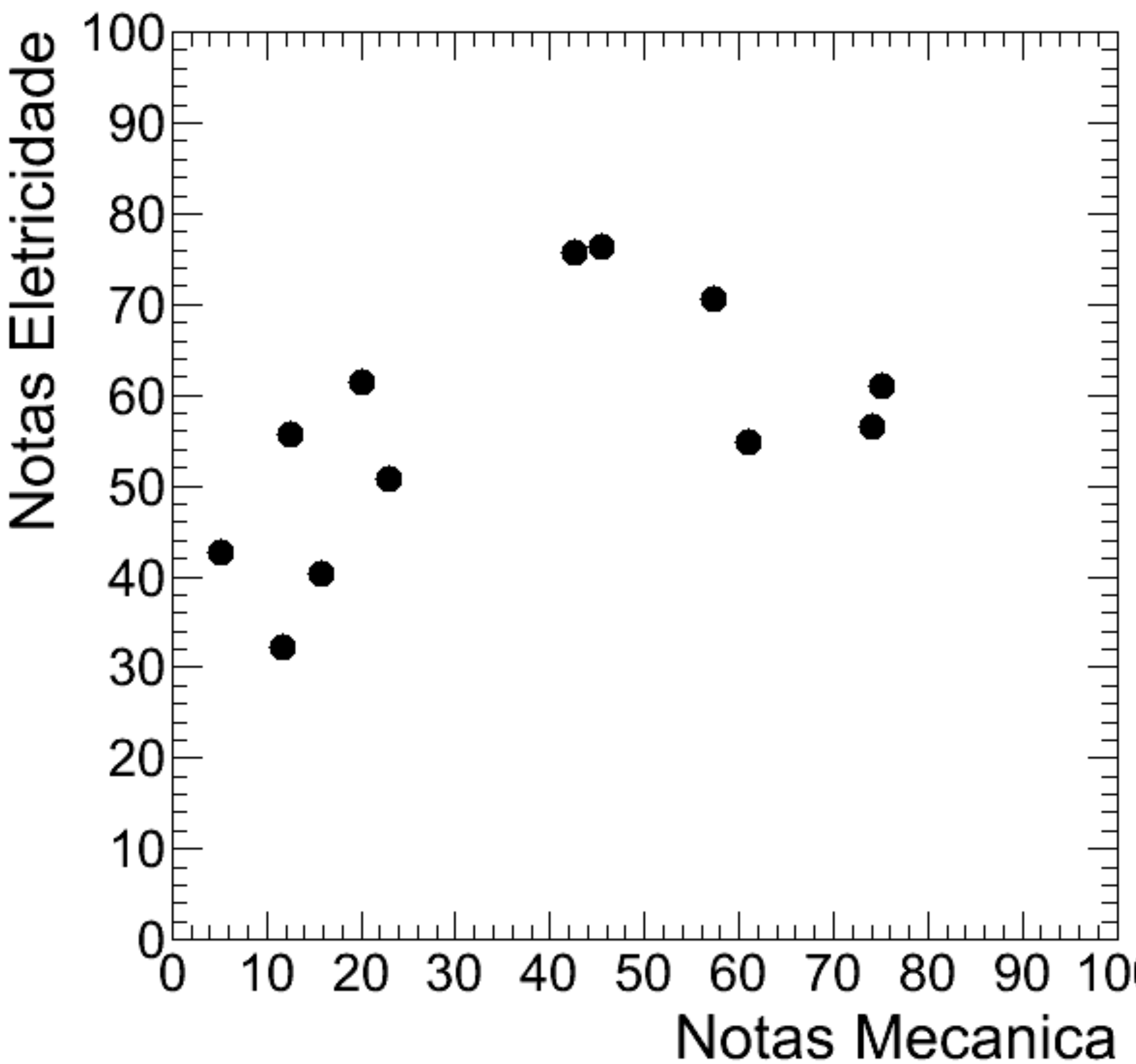
Média: 55,92

Desvio padrão: 13,12

Covariância: 174,05

Coef. de correlação: 0,54

Exercício (2.5.4):



Mecânica

Média: 36,58

Desvio padrão: 24,36

Eletricidade

Média: 55,92

Desvio padrão: 13,12

Covariância: 174,05

Coef. de correlação: 0,54

Exercício (2.5.5):

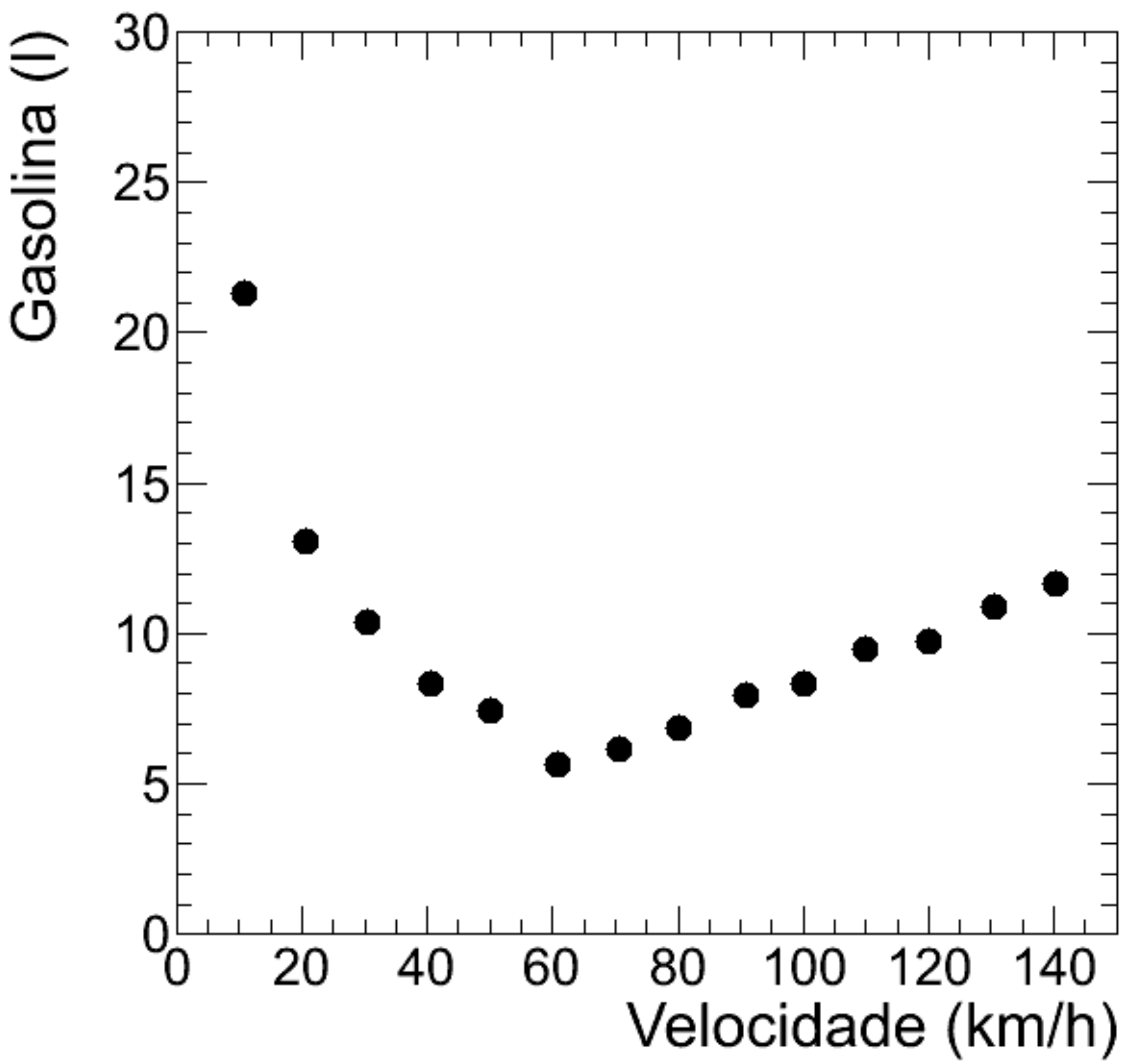
Velocidade (km/h)	Gasolina (l)
10	21
20	13
30	10
40	8
50	7
60	5,9
70	6,3
80	6,9
90	7,6
100	8,3
110	9
120	9,9
130	10,8
140	11,8

Velocidade (km/h)
Média: 75,00
Desvio padrão: 40,31

Gasolina (l)
Média: 9,68
Desvio padrão: 3,73

Covariância: -44,82
Coef. de correlação: -0,30

Exercício (2.5.5):



Velocidade (km/h)

Média: 75,00

Desvio padrão: 40,31

Gasolina (l)

Média: 9,68

Desvio padrão: 3,73

Covariância: -44,82

Coef. de correlação: -0,30

Pratica: Dados da Turma 4 FG 2016/2