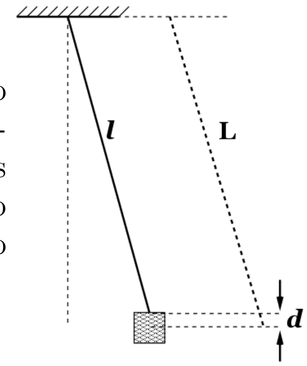
Física Geral - Determinação da aceleração da gravidade usando um pêndulo simples

Tema da prática: Ajuste linear - técnica de ajuste de funções a conjuntos de pares de variáveis relacionadas por uma dependência funcional.

O objetivo desta prática é obter uma estimativa da aceleração da gravidade g e de sua incerteza σ_g, via ajuste linear dos dados obtidos para o pêndulo, explorando-se a dependência entre o comprimento e o período de um pêndulo simples.

O pêndulo simples



Um pêndulo simples consiste de um peso suspenso por um fio de comprimento l cuja outra extremidade encontra-se fixa a algum ponto, conforme ilustrado na figura ao lado. Para pequenos ângulos ($< 10°$) do fio em relação à normal, a seguinte relação entre o período T e a distância L que separa o ponto de fixação do centro de gravidade do peso suspenso é válida:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Longrightarrow \quad L = g\frac{T^2}{4\pi^2}$$

Ajuste linear aplicado ao pêndulo simples

Observe que, em um pêndulo simples, as duas grandezas diretamente mensuráveis são o comprimento (l) e o período (T). Como avaliar a grandeza desejada, a aceleração da gravidade $\boldsymbol{g}$, e sua correspondente incerteza $\sigma_{\mathbf{g}}$, a partir de um conjunto de medidas $\{l_i, T_i\}$ destas grandezas?

Reescrevendo de forma conveniente a equação do pêndulo, podemos fazer uma associação à equação de uma reta.

$$L = l + d \quad \Longrightarrow \quad \boxed{l = g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 - d} \quad \Longrightarrow y = ax + b$$

$$\boxed{l \quad \Rightarrow \quad y} \qquad \boxed{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow \quad x} \qquad \boxed{g \quad \Rightarrow \quad a} \qquad \boxed{-d \quad \Rightarrow \quad b}$$

Desta maneira, a estimativa dos coeficientes angular (a) e linear (b) é dada pelas relações:

$$a = g = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{xy}}{{\sigma_x}^2}, \qquad b = \overline{y} - g\overline{x}$$

e suas incertezas (σ_g) e (σ_b) por:

$$\sigma_a = \sigma_g = \frac{1}{\sigma_x}\frac{\epsilon_y}{\sqrt{N}}, \qquad \sigma_b = \sigma_g\sqrt{\overline{x^2}}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_y &= \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\frac{[y_i - (a.x_i + b)]^2}{N-2}} \\
&= \sqrt{\frac{N}{N-2}\left(\sigma_y^2 - \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x^2}\right)} = \sigma_y\sqrt{\frac{N}{N-2}(1-r^2)}
\end{aligned}$$

Experiência com o pêndulo

- Montar um pêndulo, usando o peso de 20 gf.
- Realizar 5 baterias de medidas, variando o comprimento do fio no intervalo de 100 cm a 50 cm.
- Fazer em cada bateria uma medida de tempo para 20 períodos do pêndulo.
- Determinar a reta que melhor se ajusta aos dados coletados e represente-a, juntamente com os dados, em um diagrama de dispersão.
- Estimar o valor de g e da incerteza σ_g.
- Verificar a compatibilidade com o valor de referência ($g_{ref} = 9,78789849(14)$ m/s^2).
- Calcular o erro relativo σ_g/g.
- Estimar o comprimento do pêndulo de Foucault, localizado no vão das escadas, e a sua incerteza.

Sugestão para a realização do relatório

- Título da experiência.
- Objetivo da experiência.
- Descrição da experiência.
- Cálculos, incluindo tabelas de dados e indicação dos cálculos parciais. Para os cálculos relativos ao ajuste linear, recomenda-se que seja criada uma tabela com uma coluna correspondente a cada variável que aparecer em somatórios nas equações do ajuste linear. Por exemplo: x_i, y_i, x_i^2, $x_i y_i$, etc.
- Resultados e conclusões.
- Referências.