

Medidas diretas: valor esperado, incertezas e erros, exatidão e precisão

Aquisição de dados através de **medições repetidas e independentes de uma mesma grandeza**, realizadas nas **mesmas condições experimentais, ambientais, etc.** (resultados equiprováveis)

Objetivo: Estimativa do **valor esperado** da grandeza sendo medida

Note que haverá **incertezas** devido

- imperfeições instrumentais, limitações observacionais, condições ambientais, etc.
- Hipóteses, modelos teóricos (propagação erros)
- Natureza possivelmente aleatória do fenômeno

Valor esperado: valor hipotético, μ , de uma grandeza, equivalente ao **valor médio de medições repetidas “indefinidamente”** (fazemos uma estimativa para o valor esperado, a partir de um conjunto finito (amostra ou população) de medidas da grandeza.)

Referencia adicional: <http://www.peb.ufrj.br/cursos/ErrosIncertezas.pdf>

Exemplo explicativo:

Considere lançamento de um dado equilibrado (condições para resultados equiprováveis)

Consideremos a variável aleatória x =número da face voltada para cima

Então $x=\{1,2,3,4,5,6\}$

Estimativa do valor esperado de $\mu = (1+2+3+4+5+6)/6 = 7/2=3.5$

Mas repare que 3.5 não é um resultado que pode ser observado em uma vez que se joga o dado (não existe face para cima no valor de 3.5)

Esse valor na verdade significa que se jogássemos o dado um grande número de vezes e depois calculássemos a média aritmética dos vários resultados, esperaríamos que essa média ficasse próxima de 3.5 e quanto maior fosse o número de vezes que o dado fosse lançado, mais a média aritmética se aproximaria de 3.5

Estimativa do Valor Esperado

A partir de medições de uma grandeza, com instrumentos bem calibrados e procedimentos apropriados, e para um grande número de medidas diretas, a média da distribuição de frequência dos dados tende ao valor esperado da grandeza.

A distribuição de frequência dos dados é chamada de **distribuição amostral**. Ou seja, a melhor estimativa para o valor esperado de uma grandeza, x , a partir de uma amostra $\{x_i\}$ de dados, é a média

$$\bar{x} \rightarrow \mu$$

(Podemos pensar no *limite* para um número grande de medidas, ou seja, $N \rightarrow \infty$)

Incertezas aleatórias: devido a flutuações inevitáveis no processo de medição, que provocam a dispersão das medidas em torno da média

Incertezas sistemáticas: desvios em geral regulares, devido a imperfeições instrumentais, observacionais, ou do modelo teórico

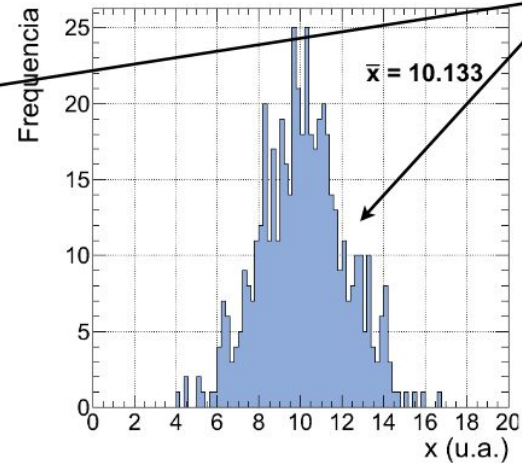
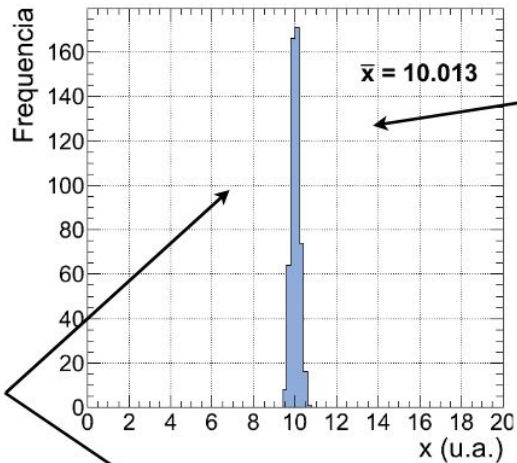
As incertezas aleatórias estão associadas à precisão do experimento, enquanto as incertezas sistemáticas, com a sua exatidão.

Precisão: indica o quanto as medidas repetidas estão próximas umas das outras.

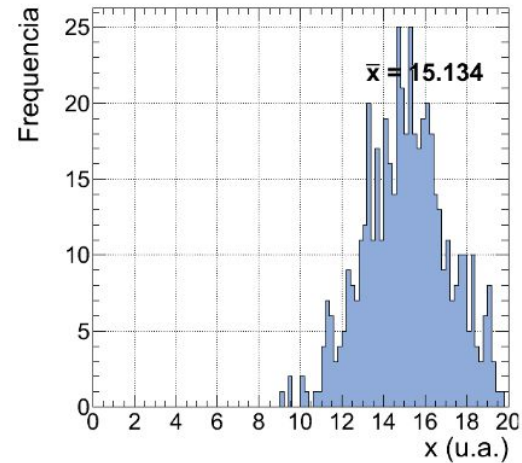
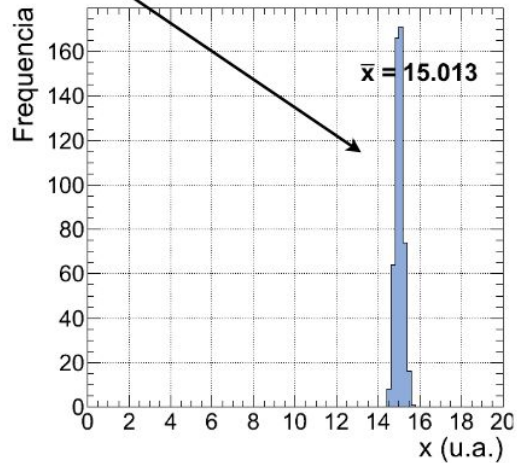
Exatidão: indica o quão próximo do valor real (do valor normalmente aceito como referência), está o valor medido.

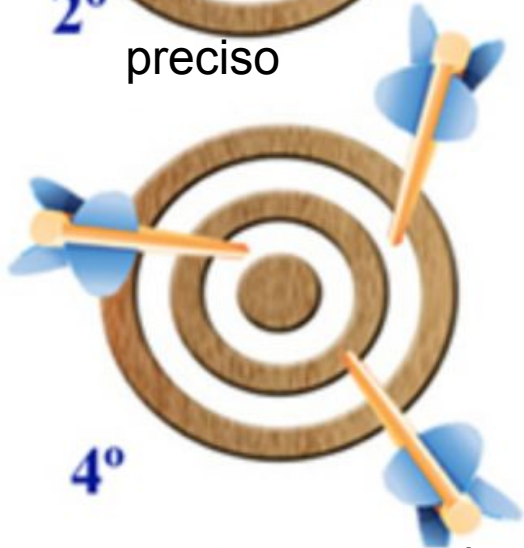
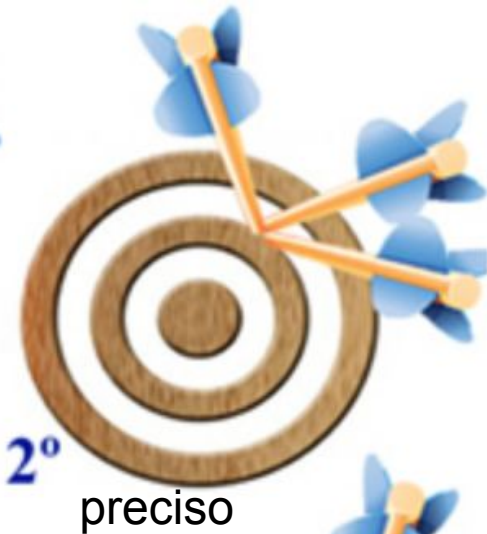
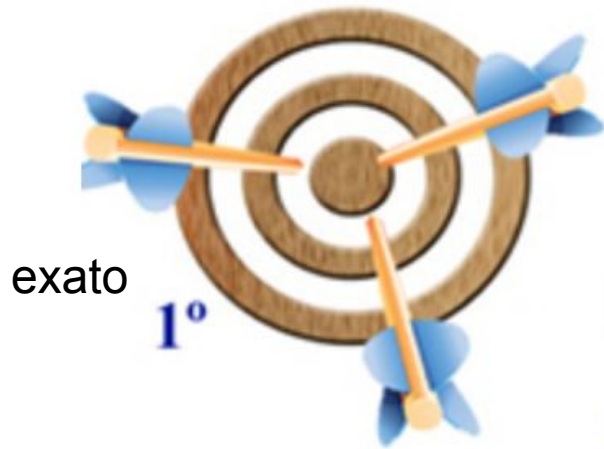
Medições: precisão e exatidão

preciso



exato





No primeiro, o atirador foi exato, mas não foi preciso, porque apesar de estarem perto do alvo central, os dardos estão distantes uns dos outros. No segundo, ele foi preciso, mas não foi exato, porque os dardos estão próximos uns dos outros, mas estão distantes do ponto central. O terceiro está exato e preciso, e, no último, o atirador não foi preciso nem exato.

Estimativa do erro da medida e da média

Podemos também estimar o erro da média a partir de uma única bateria de N medidas diretas

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (\text{erro de cada medida para pequena amostra})$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}} \quad (\text{erro da média})$$

Para um número grande de medidas:

Quanto maior o número de medidas em um experimento, menor o erro estimado “da média”

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow s_x \approx \sigma_x$$

Desvio Padrão

$$\sigma_{\bar{x}} \approx \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Resultado de uma medição: Estimativa do valor esperado de um conjunto de medidas

estimativa do valor esperado \pm erro (unidade)

\bar{x}



$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Note que aqui estamos estimando o que definimos antes como *incertezas aleatórias*. Incertezas aleatórias podem ser reduzidas por repetição (maior número N de medidas).

Incetezas sistemáticas, no entanto, não podem em geral ser reduzidas por mera repetição. Elas dependem do entendimento do instrumento e das técnicas de medição. A partir de um número suficientemente grande de medidas, elas passam a ser *dominantes*.

Atividade de aula (Roteiro)

- 1- Faça a medição dos valores de resistência de 100 resistores de mesmo valor nominal, em cinco grupos de 20 medidas cada;
- 2- Represente o conjunto de dados completo em um histograma e calcule a média e o desvio padrão;
- 3- Represente os conjuntos de dados de 20 medidas cada em histogramas e calcule a média e o desvio padrão para cada;
- 4- Represente o novo conjunto de dados composto pelas médias de cada um dos cinco grupos em um histograma e calcule o desvio padrão (Pergunta: qual é o valor da média desses cinco valores?);
- 5- Calcule o erro da média do conjunto completo (100 medidas) e para cada um dos cinco conjuntos (20 medidas cada). Apresente a estimativa padrão do valor da resistência.

Atualização após dúvida em sala:

- 1) os cinco grupos de 20 medidas cada são construídos, sem preocupação de divisão em classes, seguindo as medidas que os alunos fizeram.

Grupo 1: medidas de 1 até 20

Grupo 2: medidas de 21 até 40

Grupo 3: medidas de 41 até 60

Grupo 4: medidas de 61 até 80

Grupo 5: medidas de 81 até 100

2) histograma (com as devidas classes ajustadas) das 100 medidas

3) histograma (com as classes ajustadas) para cada um dos 5 grupos do item (1)

4) Esse histograma terá divisão de classes bem pequena; as frequências serão as relacionadas nos respectivos grupos do item (3), considerando as frequências nos valores médios calculados

5) o objetivo é verificar como se comporta o erro da média para as diferentes amostras que foram analisadas em (2) e (3);

Como ler o código de cores de um resistor



COR	1ª Banda	2ª Banda	3ª Banda	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	1 Ω	
Castanho	1	1	1	10 Ω	\pm 1%
Vermelho	2	2	2	100 Ω	\pm 2%
Laranja	3	3	3	1k Ω	
Amarelo	4	4	4	10k Ω	
Verde	5	5	5	100k Ω	
Azul	6	6	6	1M Ω	
Violeta	7	7	7	10M Ω	
Cinza	8	8	8		
Branco	9	9	9		
Dourado					\pm 5%
Prateado					\pm 10%



Precisão

Cor	Código
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinza	8
Branco	9

Castanho	\pm 1%
Vermelho	\pm 2%
Dourado	\pm 5%
Prata	\pm 10%

AVISOS e PENDENCIAS:

- 1) Questão do aluno (aula passada): Sobre desvio médio e desvio padrão: motivo pelo qual o desvio padrão é mais apropriado

O cálculo do desvio médio considera apenas o módulo da diferença entre o valor e sua média, enquanto que o desvio padrão considera o dobro dessa diferença. Isso faz com que o desvio padrão tenha uma sensibilidade maior e capte melhor a variação dos números em relação a sua média.

Na série: (-1,5; -1,5; 0; 1,5; 1,5)
Média=0; DM = 1,2 e DP = 1,3416

Na série: (-2; -1; 0; 1; 2)
Média=0; DM = 1,2 e DP = 1,4142

Na série: (-2,5; -0,5; 0; 0,5; 2,5)
Temos: Média=0; DM = 1,2 e DP = 1,6124

Note que as séries são diferentes, mas o desvio médio é sempre o mesmo; enquanto que o desvio padrão varia de série para série e apresenta um valor maior naquela cujos números estão mais distantes da média.

2) Mudança data prova P1: 17/05

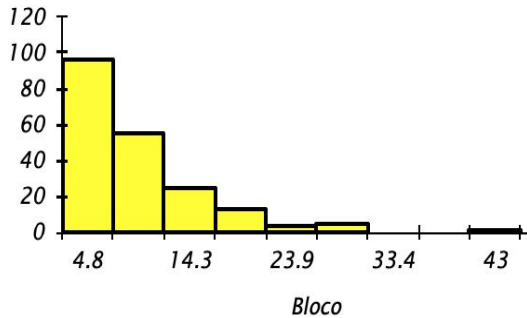
- 3) Correção Atividade 1: 29/03/2019 em aula (se der tempo para não atrapalhar inicio atividade 2)

Classes	Bloco	Frequência
0	4.8	96
4.8	9.6	55
9.6	14.3	25
14.3	19.1	13
19.1	23.9	4
23.9	28.7	5
28.7	33.4	0
33.4	38.2	0
38.2	43	1
43.0	Mais	0

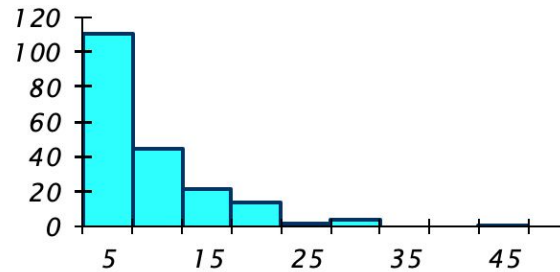
Classes	Bloco	Frequência
0	5	111
5.0	10	45
10.0	15	22
15.0	20	14
20.0	25	2
25.0	30	4
30.0	35	0
35.0	40	0
40.0	45	1
45.0	Mais	0

Classes	Bloco	Frequência
0	7	129
7.0	14	47
14.0	21	16
21.0	28	6
28.0	35	0
35.0	42	0
42.0	49	1
49.0	56	0
56.0	63	0
63.0	Mais	0

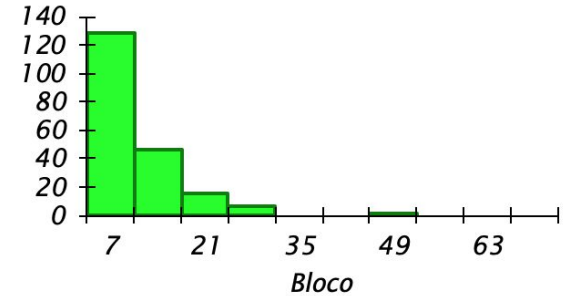
Frequência **Histograma $h=4.8$**



Frequência **Histograma $h=5$**



Frequência **Histograma $h=7$**



Reparar aumento da frequência (eixo y) ao aumentar o tamanho da classe (eixo x)

Comprimento das mesas

