

# Física Geral - Laboratório

Erros sistemáticos

Limites de erro em instrumentos de medida  
(multímetros analógicos e digitais)



# Incertezas do “Tipo A” e incertezas do “Tipo B”

Até agora, nos preocupamos em estimar incertezas **aleatórias**, a partir de **múltiplas medidas** de uma grandeza. Classificamos esse tipo de incerteza, pelo método de avaliação, como incertezas do “Tipo A”

Incertezas estimadas por outros métodos são denominadas de incertezas do “Tipo B”:

- Erros instrumentais,
- incertezas devido a propriedades dos materiais utilizados,
- incertezas relativas à calibração dos instrumentos, etc

São em geral estimadas separadamente (possivelmente como incertezas do “tipo B”) para um determinado experimento.

Note que podemos estimar uma incerteza deste tipo para uma única medida.

# Incertezas do “Tipo A” e incertezas do “Tipo B”

Se em um mesmo experimento determinarmos as incertezas do tipo A ( $\sigma_A$ ) e as incertezas do tipo B ( $\sigma_B$ ), o *erro-padrão* da estimativa pode ser expresso pela combinação *em quadratura* de ambas:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

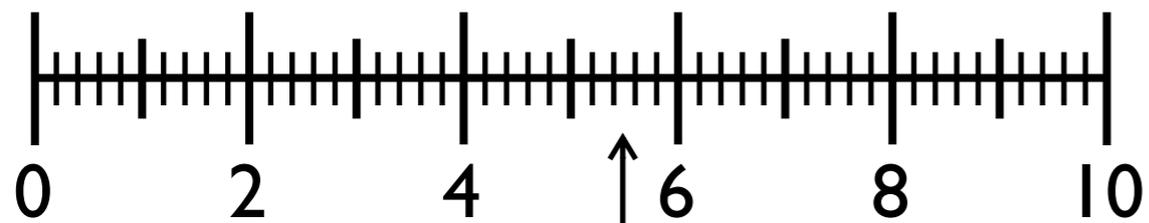
Vamos considerar incertezas instrumentais e seus respectivos *níveis de confiança* em dois tipos de instrumentos de medida:

- multímetros *analógicos*
- multímetros *digitais*



# Multímetro analógico

Leitura direta “em escala”:



Ponteiro marca o valor da medida

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

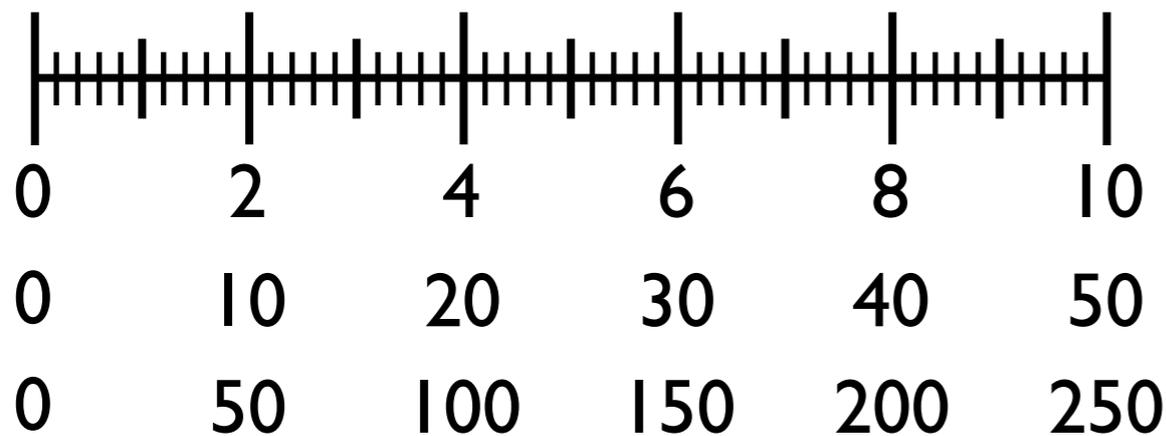
Medição de resistência ( $\Omega$ )

Possivelmente: Teste de continuidade, testes de diodos e transistores,...



# Multímetro analógico: Resolução

Leitura direta “em escala”:



Escalas de medição e resolução:

A seleção da escala de medição determina o valor do comprimento completo da escala

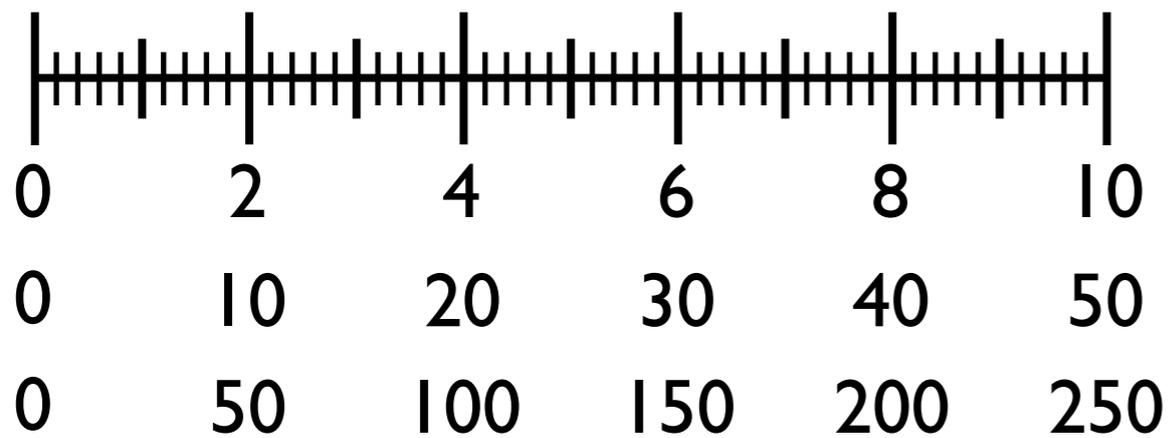
Ex.: 0 - 1000 V, 0 - 250 V, 0 - 50 V, ...

**O valor correspondente à menor divisão determina a resolução intrínseca do instrumento (que depende da escala)**



# Multímetro analógico: Resolução

Leitura direta “em escala”:



Escalas de medição e resolução:

Ex.: Escala 0 - 1000 V Menor divisão: 20 V

Escala 0 - 250 V Menor divisão: 5 V

Escala 0 - 10 V Menor divisão: 0,2 V

Escala 0 - 2,5 V Menor divisão: 0,05 V



# Multímetro analógico: Incerteza da medida

A precisão de uma medida está relacionada à resolução intrínseca do instrumento mas pode depender de outros fatores, por exemplo:

- Sensibilidade do instrumento
- Resolução com que o olho humano consegue distinguir duas marcações em uma escala

...

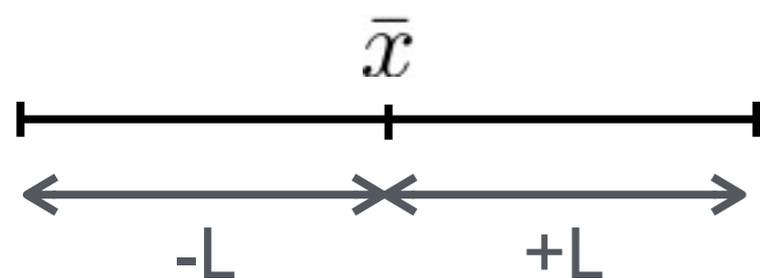
Vamos considerar neste caso que a dimensão espacial da menor divisão da escala é o principal fator na determinação do erro instrumental

# Multímetro analógico: Incerteza da medida

Podemos definir um limite de erro ( $L$ ), a partir da resolução intrínseca do instrumento.  $\Rightarrow$  **Limite de Erro := resolução**

Se imaginarmos um número grande de medidas (da mesma grandeza), variações de  $\pm L$  determinam um intervalo no qual as medidas poderiam flutuar em torno da média.

Se associarmos a esse intervalo um nível de confiança de  $\sim 95\%$  ( $L = 2\sigma$ ), podemos definir como estimativa padrão do erro instrumental associado a uma única medida a metade do limite de erro:



$$L = 2\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{L}{2} \Rightarrow x \pm \frac{L}{2} \quad \sigma_B = \frac{L}{2}$$



# Multímetro digital

Display digital de “3  
1/2” dígitos:

$d_{1/2}$	$d_3$	$d_2$	$d_1$
-----------	-------	-------	-------

Número de  
“contagens”: 0 - 1999

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

Medição de resistência ( $\Omega$ )

Possivelmente: Teste de continuidade,  
testes de diodos e transistores,...



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	0	2
--	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: 1 V

(Variação do dígito menos significativo)



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	1.	6
--	---	----	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução:  $0,1 \text{ V} = 100 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	1.	5	7
--	----	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução:  $0,01 \text{ V} = 10 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

1.	5	7	1
----	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

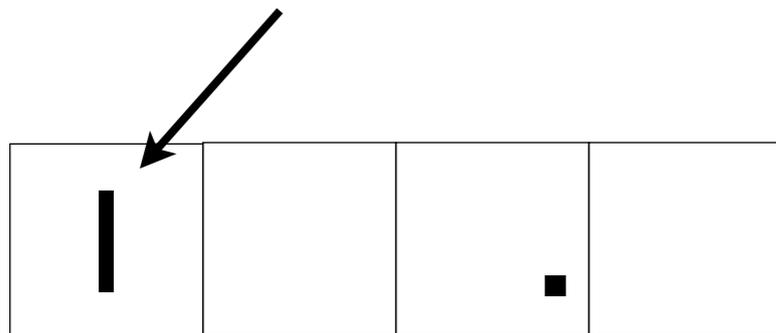
200 mV

Resolução:  $0,001 \text{ V} = 1 \text{ mV}$



# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

Mostrador com dígito “1” à esquerda:  
valor acima do máximo da escala



DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução:  $0,1 \text{ mV} = 100 \mu\text{V}$



# Multímetro digital: Incerteza da medida

No caso de um instrumento digital, não há em geral erros em relação à leitura, no entanto fatores como a sensibilidade do instrumento, desvios e tolerâncias dos componentes internos, ruído eletrônico, etc. limitam a precisão da medição

Um multímetro digital possui especificações fornecidas pelo fabricante que determinam o limite de erro ( $L$ ) para uma medida, da forma:

$$L = a\% (\text{leitura}) + b \text{ dígito} \quad \sigma_B = \frac{L}{2}$$


Mais uma vez podemos considerar o limite de erro correspondendo a um nível de confiança de  $\sim 95\%$  ( $\sigma = L/2$ )

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Por exemplo, o manual de um multímetro pode especificar, para a medição de tensão contínua (DC), o seguintes limites de erro para diferentes escalas:

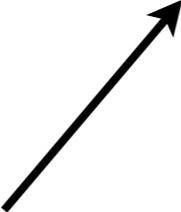
Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 mV	100 $\mu$ V	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
2 V	1 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
20 V	10 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
200 V	100 mV	$\pm$ (0,5% leitura + 2 dígitos)
600 V	1 V	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)

# Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

No exemplo anterior da medição da *f.e.m.* de uma pilha, os valores dos limites de erro seriam:

Escala	Valor medido	Precisão (Limite de erro)
200 mV	-	-
2 V	1,571	$\pm (0,5\% \cdot 1,571 \text{ V} + 0,002 \text{ V}) = \pm 0,010 \text{ V}$
20 V	1,57 V	$\pm (0,5\% \cdot 1,57 \text{ V} + 0,02 \text{ V}) = \pm 0,03 \text{ V}$
200 V	1,6 V	$\pm (0,5\% \cdot 1,6 \text{ V} + 0,2 \text{ V}) = \pm 0,2 \text{ V}$
600 V	2 V	$\pm (0,8\% \cdot 2 \text{ V} + 2 \text{ V}) = \pm 2 \text{ V}$

Note a redução da incerteza estimada com o uso de uma escala mais próxima do valor medido



# Atividade de aula (Roteiro)

- 1- Determinar o valor de um resistor a partir de seu código de cores e sua precisão → Obter  $R^{\text{Cod. Cores}} \pm \sigma_B^{\text{Cod. Cores}}$
- 2- Determinar o valor de um resistor a partir da medição com um multímetro analógico (lembre de realizar o *ajuste de zero* do multímetro) → Obter  $R^{\text{Analógico}} \pm \sigma_B^{\text{Analógico}}$
- 3- Determinar o valor de um resistor a partir da medição com um multímetro digital → Obter  $R^{\text{Digital}} \pm \sigma_B^{\text{Digital}}$  (utilize a escala de maior precisão)
- 5 - Com 10 medidas de resistores com o multímetro digital, faça a combinação dos erros de tipo A e tipo B, e determine a estimativa padrão do resistor,  $R^{\text{Digital}} \pm \sigma^{\text{Digital}}$ ;
- 6 - Faça 10 medidas de resistores com o multímetro analógico, faça a combinação dos erros de tipo A e tipo B e determine a estimativa padrão  $R^{\text{Analógico}} \pm \sigma^{\text{Analógico}}$
- 4- Analise a compatibilidade entre  $R^{\text{Cod. Cores}}$  e  $R^{\text{Analógico}}$ ,  $R^{\text{Cod. Cores}}$  e  $R^{\text{Digital}}$ ,  $R^{\text{Analógico}}$  e  $R^{\text{Digital}}$  (levando em consideração as incertezas)
- 7 - Faça a combinação de  $R^{\text{Digital}}$  e  $R^{\text{Analógico}}$

# Relatório

Trabalho em forma de relatório:

## i) Introdução, objetivo e descrição da experiência

Aqui espera-se que se explique compreensivelmente a experiência, a montagem, os procedimentos realizados, além das hipóteses e modelos teóricos utilizados.

Imaginem que vocês estão explicando a experiência para alguém sem necessariamente conhecimento prévio dela.

O relatório deve ser completo, mas ao mesmo tempo objetivo.

Não copiem o que está escrito no roteiro.

## ii) Cálculos

Os dados coletados devem ser expostos claramente (em uma tabela, por exemplo).

Os métodos e cálculos utilizados devem ser explicados.

# Relatório

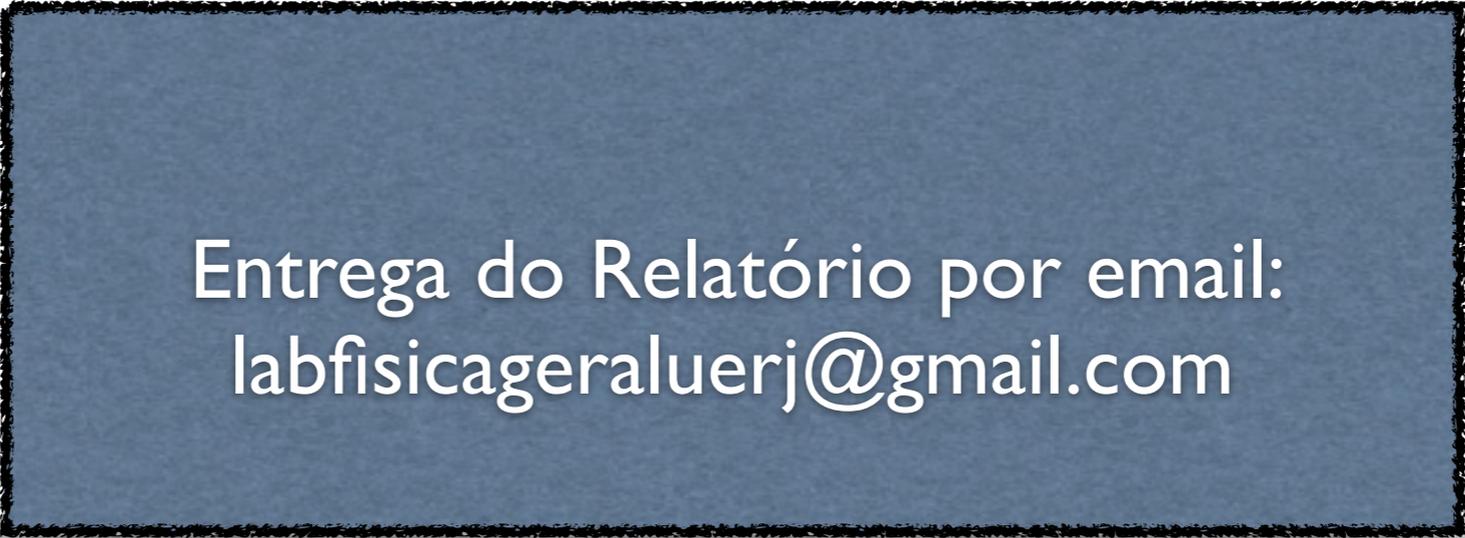
## iii) Análise dos resultados

A análise dos resultados deve utilizar os resultados iniciais para elaborar conclusões sobre a experiência.

Em geral vocês devem estudar as incertezas encontradas, e a compatibilidade e consistência dos resultados.

## iv) Conclusão

Os resultados obtidos e possíveis discrepâncias encontradas devem ser discutidos criticamente. As possíveis fontes de erro devem ser enumeradas.



Entrega do Relatório por email:  
[labfisicageraluerj@gmail.com](mailto:labfisicageraluerj@gmail.com)

# Multímetro analógico

## Ajuste de zero Ohm.

Antes de usar o multímetro analógico é necessário fazer o ajuste de zero Ohm:

1. Aproxime as pontas de prova do multímetro até elas se encostarem (curto circuito com resistência zero)
2. Ajuste o botão de ajuste para que o ponteiro indique zero Ohms
3. Caso o ponteiro não atinja o zero, isso pode indicar que é preciso trocar a bateria do multímetro.



# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 4 dígitos)
2 k $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 M $\Omega$	10 k $\Omega$	$\pm$ (3,0% leitura + 3 dígitos)

**Minipa ET-1100**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 M $\Omega$	0,01 M $\Omega$ = 10 k $\Omega$	$\pm$ (1,0% leitura + 5 dígitos)

**Minipa ET-1110A**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	100 m $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (1% leitura + 2 dígitos)

**Multitoc DT830B**

# Como ler o código de cores de um resistor



COR	1ª Banda	2ª Banda	3ª Banda	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	$1\Omega$	
Castanho	1	1	1	$10\Omega$	$\pm 1\%$
Vermelho	2	2	2	$100\Omega$	$\pm 2\%$
Laranja	3	3	3	$1K\Omega$	
Amarelo	4	4	4	$10K\Omega$	
Verde	5	5	5	$100K\Omega$	
Azul	6	6	6	$1M\Omega$	
Violeta	7	7	7	$10M\Omega$	
Cinza	8	8	8		
Branco	9	9	9		
Dourado					$\pm 5\%$
Prateado					$\pm 10\%$

Cor	Código
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinza	8
Branco	9

Castanho	$\pm 1\%$
Vermelho	$\pm 2\%$
Dourado	$\pm 5\%$
Prata	$\pm 10\%$



Precisão