

Laboratório Física Geral

Resumo

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Calcular frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de histogramas

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

Exemplo:

Um conjunto maior de dados (idades):

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

24 elementos



Parâmetros de posição

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência. Cada classe possui ponto médio $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M n_i x_i$$

Moda: Valor mais frequente de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Média quadrática: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados:

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2}$$

Mediana: valor que divide uma distribuição ordenada de dados de forma que metade dos dados está acima, e metade abaixo deste valor

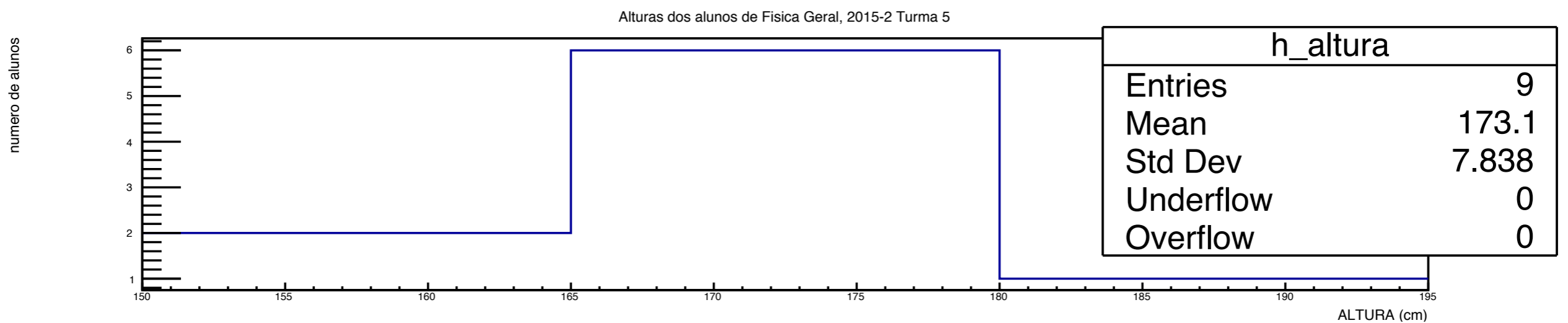
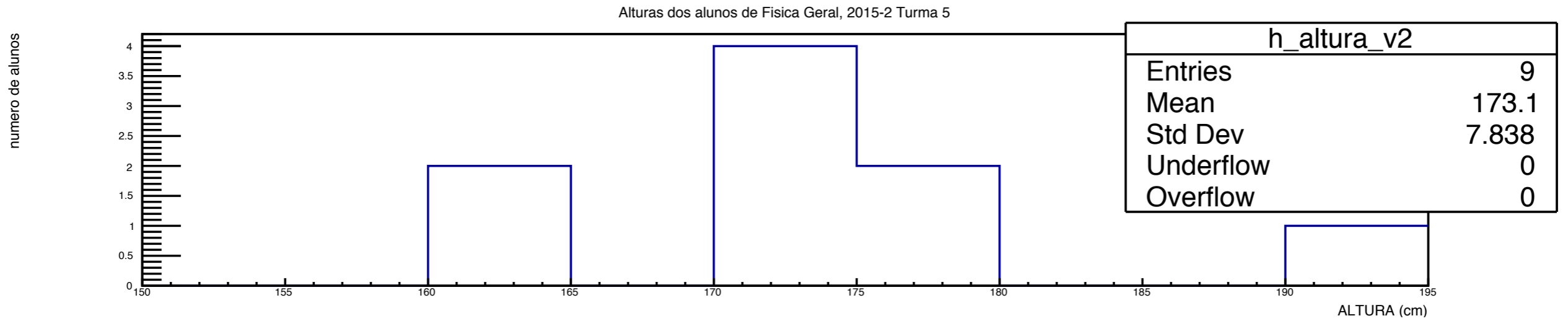
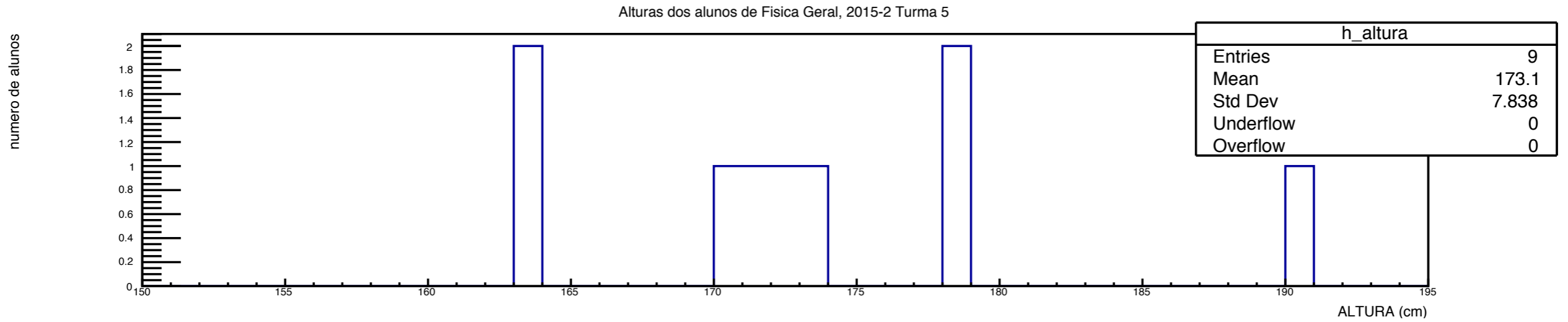
$$\begin{aligned} N(\text{ímpar}) &\rightarrow x_{\text{med}} = x_{(N+1)/2} \\ N(\text{par}) &\rightarrow x_{\text{med}} = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2+1)}}{2} \end{aligned}$$

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

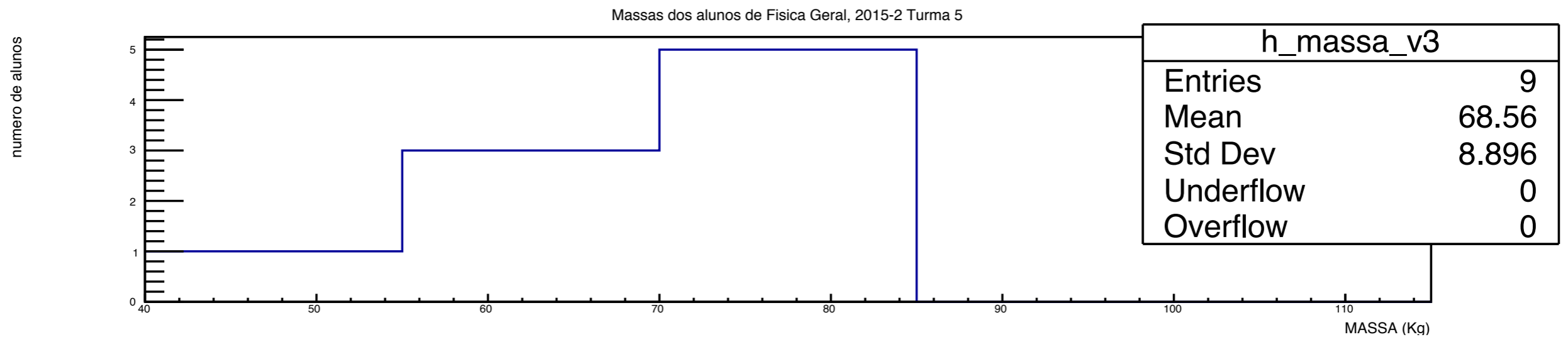
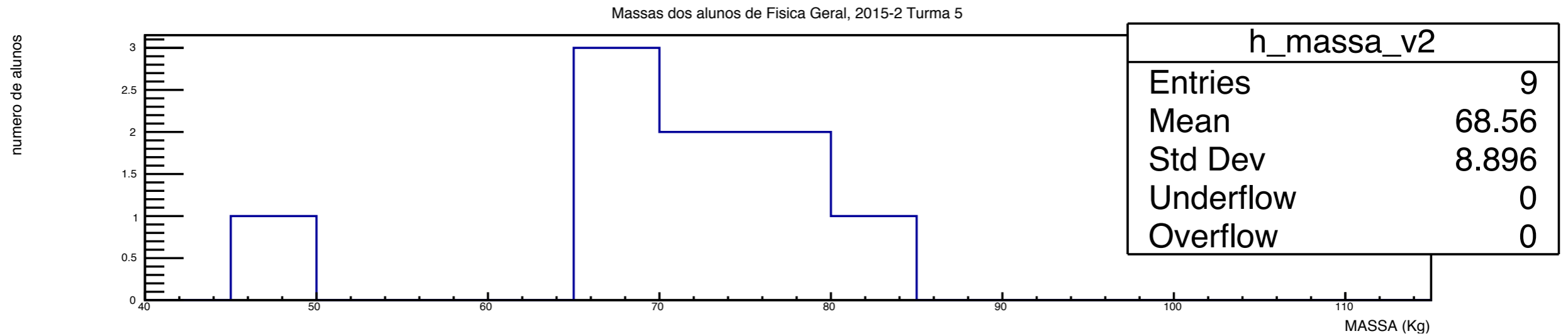
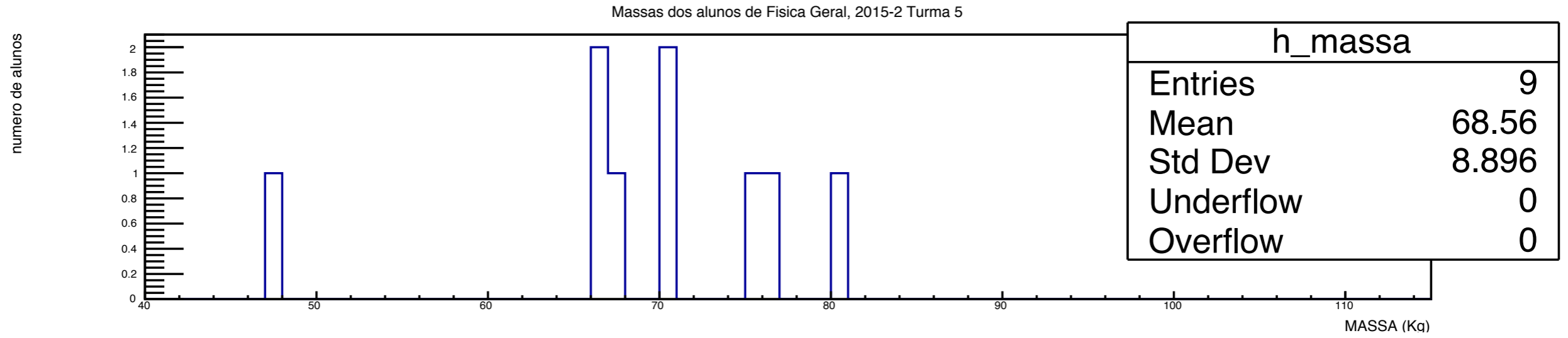
Dados da Turma

Aluno	Idade (anos)	Altura (cm)	Peso (Kg)
1	20	163	75
2	21	173	76
3	20	170	70
4	23	178	80
5	18	171	66
6	20	163	47
7	20	190	70
8	20	178	67
9	22	172	66

dados da turma: altura



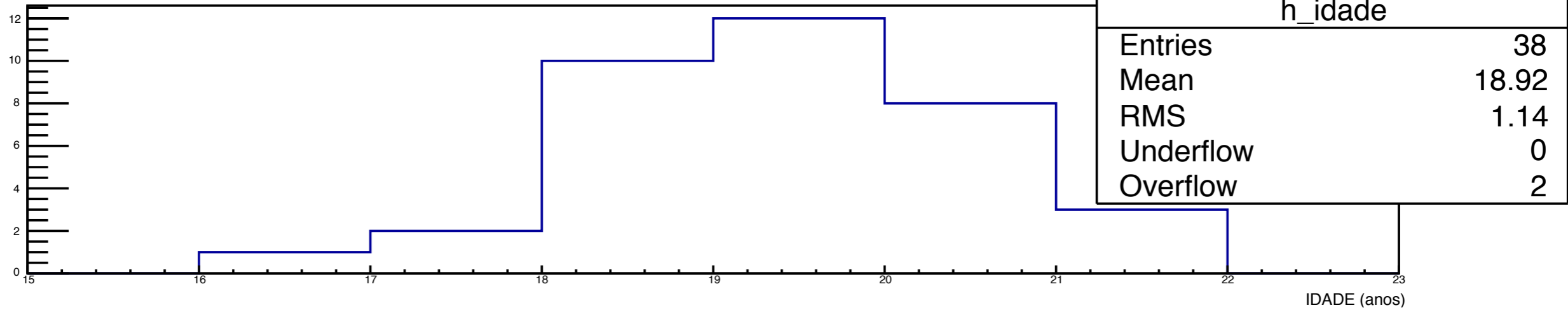
dados da turma: massa



dados da turma: idade

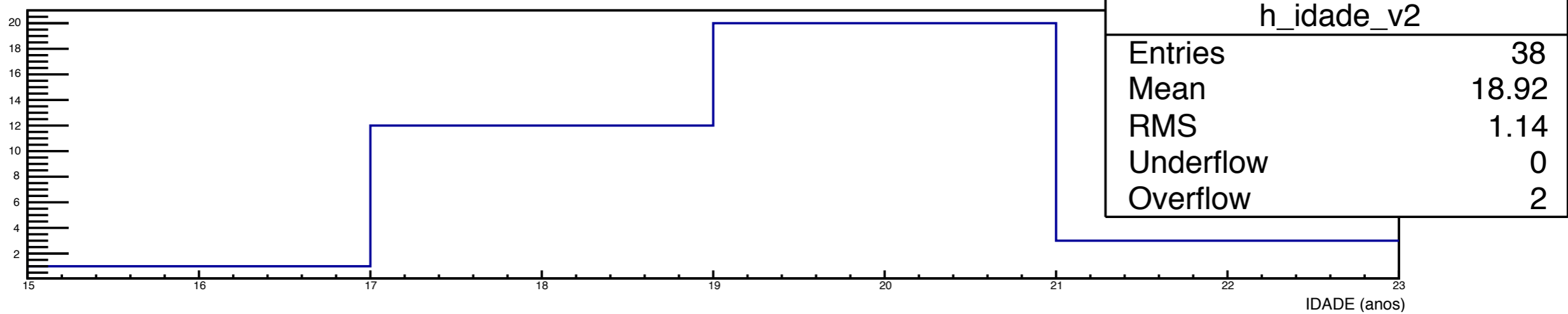
Idades dos alunos de Fisica Geral, 2015-2 Turma 5

numero de alunos



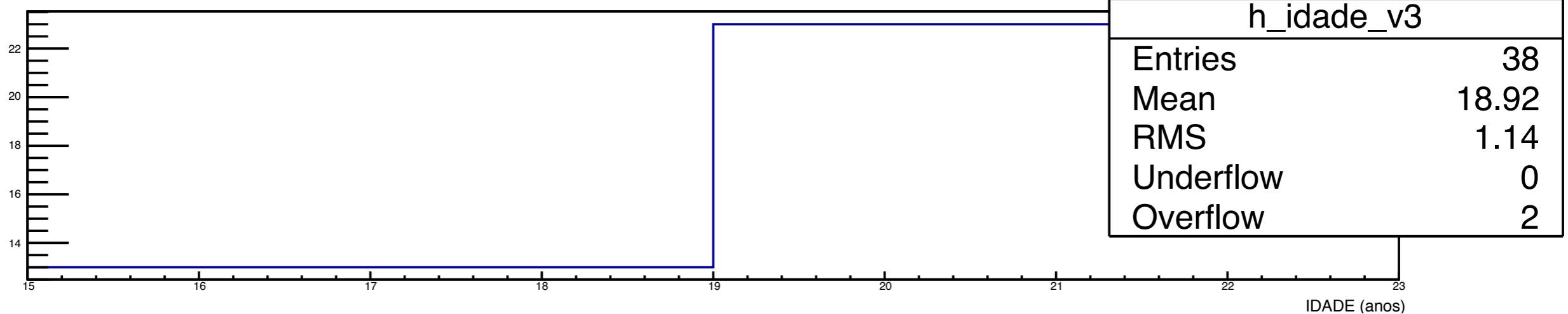
Idades dos alunos de Fisica Geral, 2015-2 Turma 5

numero de alunos



Idades dos alunos de Fisica Geral, 2015-2 Turma 5

numero de alunos



Parâmetros de dispersão

i) ***Amplitude***: Diferença entre os valores máximo e mínimo de uma coleção de dados $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

Parâmetros de dispersão

ii) **Desvio médio:** Média dos módulos dos desvios, em relação à média

$$\overline{|\delta x|} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\delta x_i| = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| = \frac{|x_1 - \bar{x}| + \dots + |x_N - \bar{x}|}{N}$$

Parâmetros de dispersão

iii) **Variância:** Média dos quadrados dos desvios (δx_i)

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$


Note que a expressão para a variância pode ser simplificada por:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

Parâmetros de dispersão

iv) **Desvio padrão**: Raiz quadrada da variância, ou média quadrática dos desvios

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}}$$

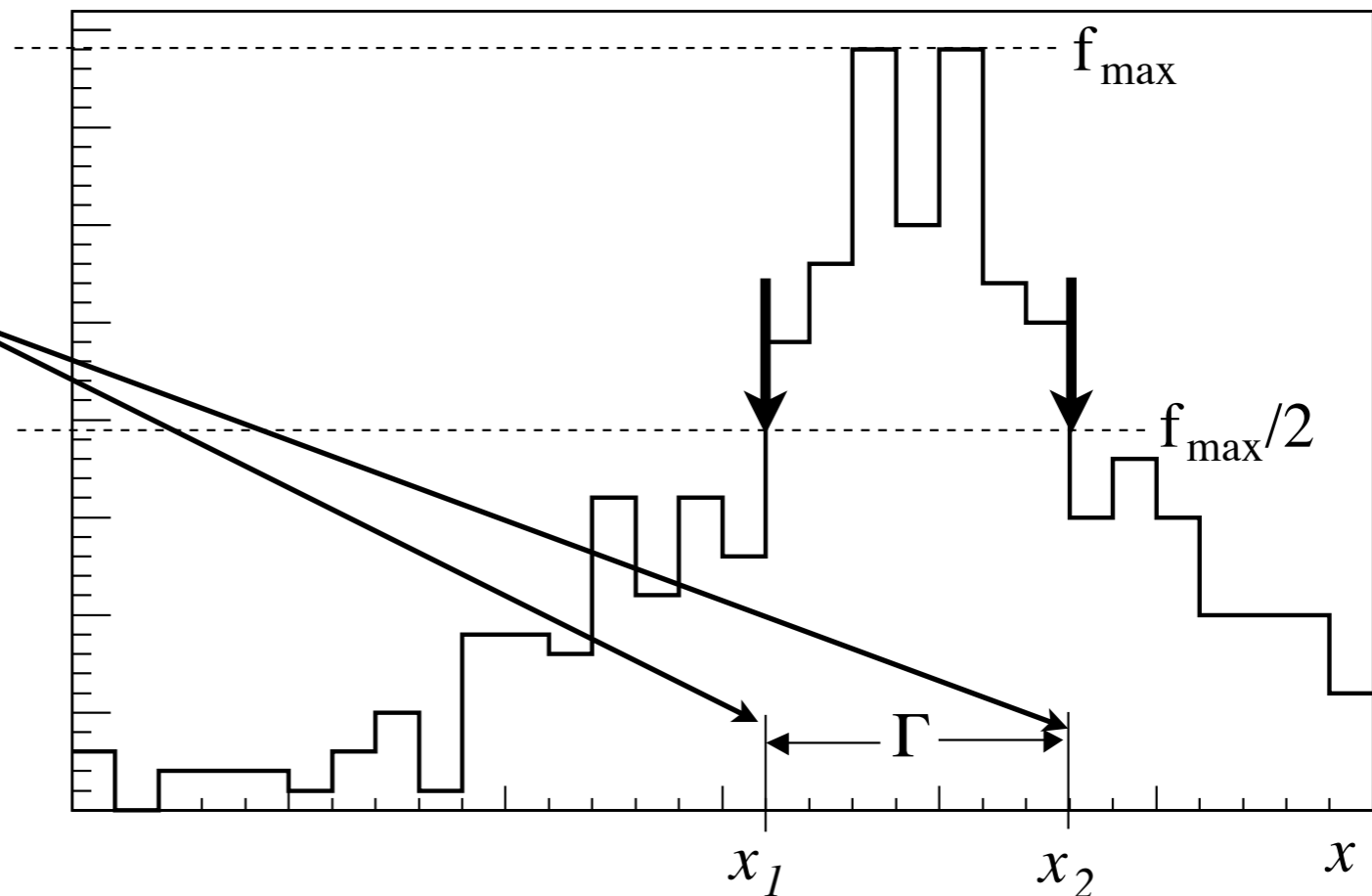

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Parâmetros de dispersão

v) **Largura a meia altura:** Comprimento do intervalo limitado pelos valores (x_1, x_2) correspondentes à metade da frequência máxima

Símbolo: Γ

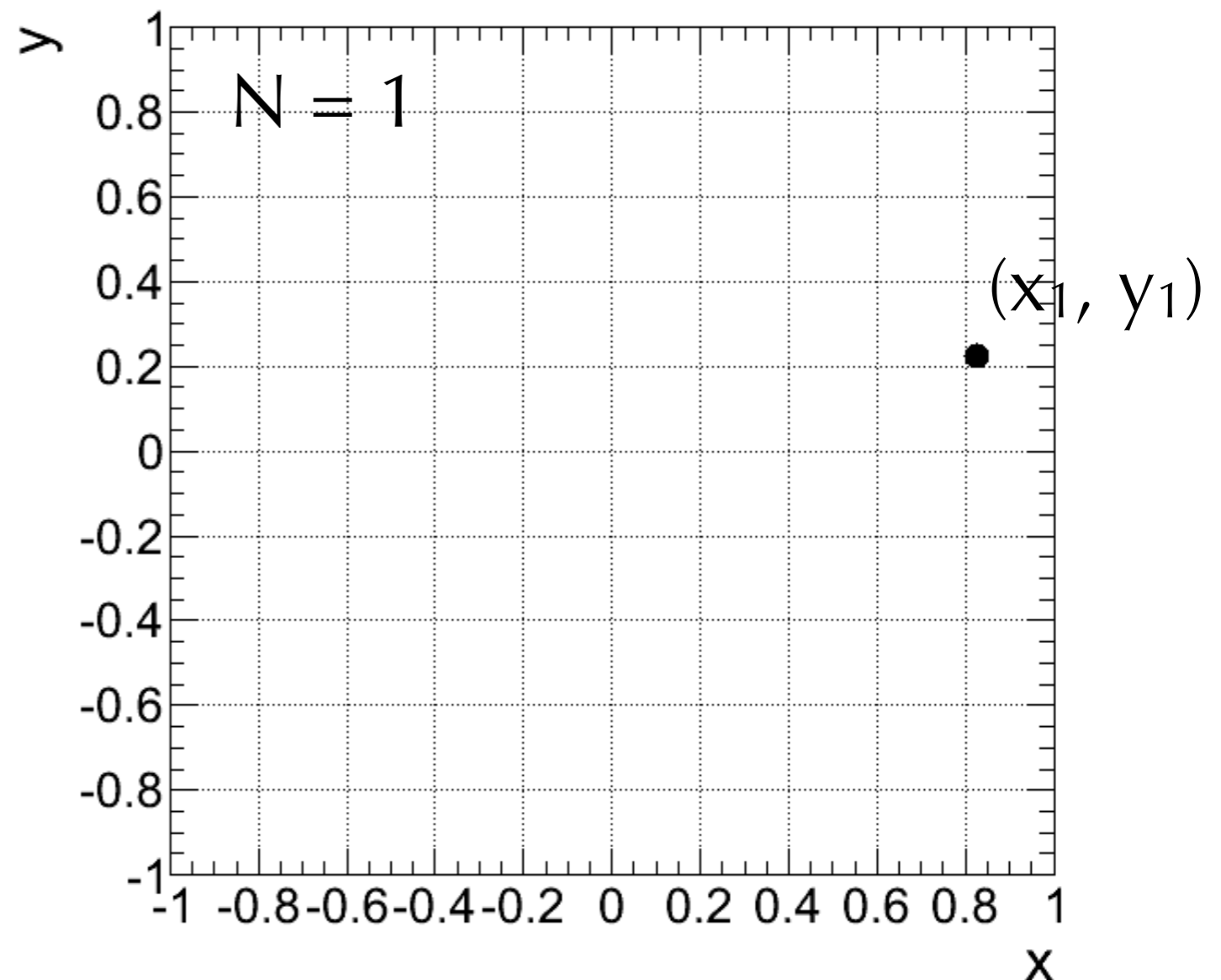
$$\Gamma = |x_2 - x_1|$$



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

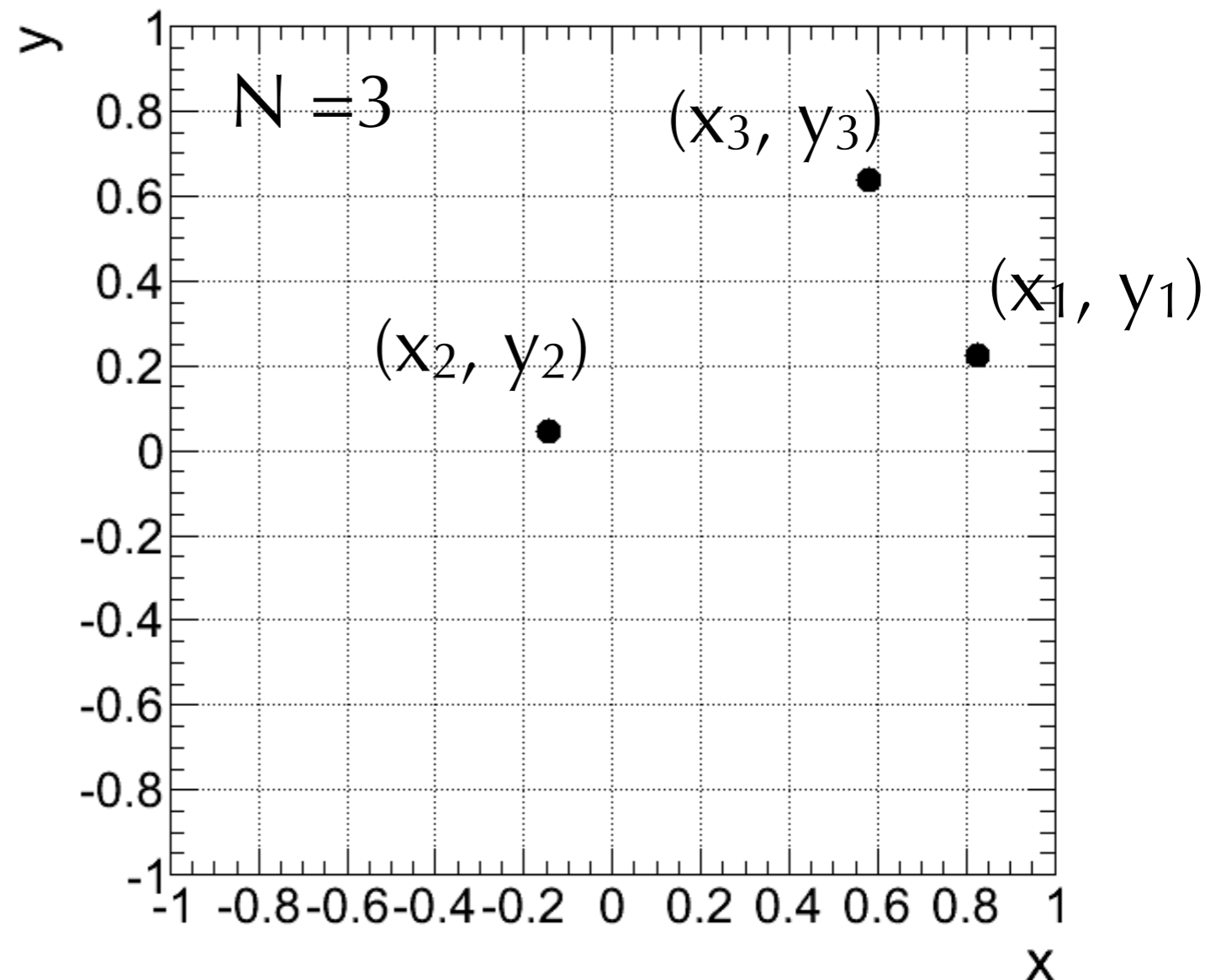
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

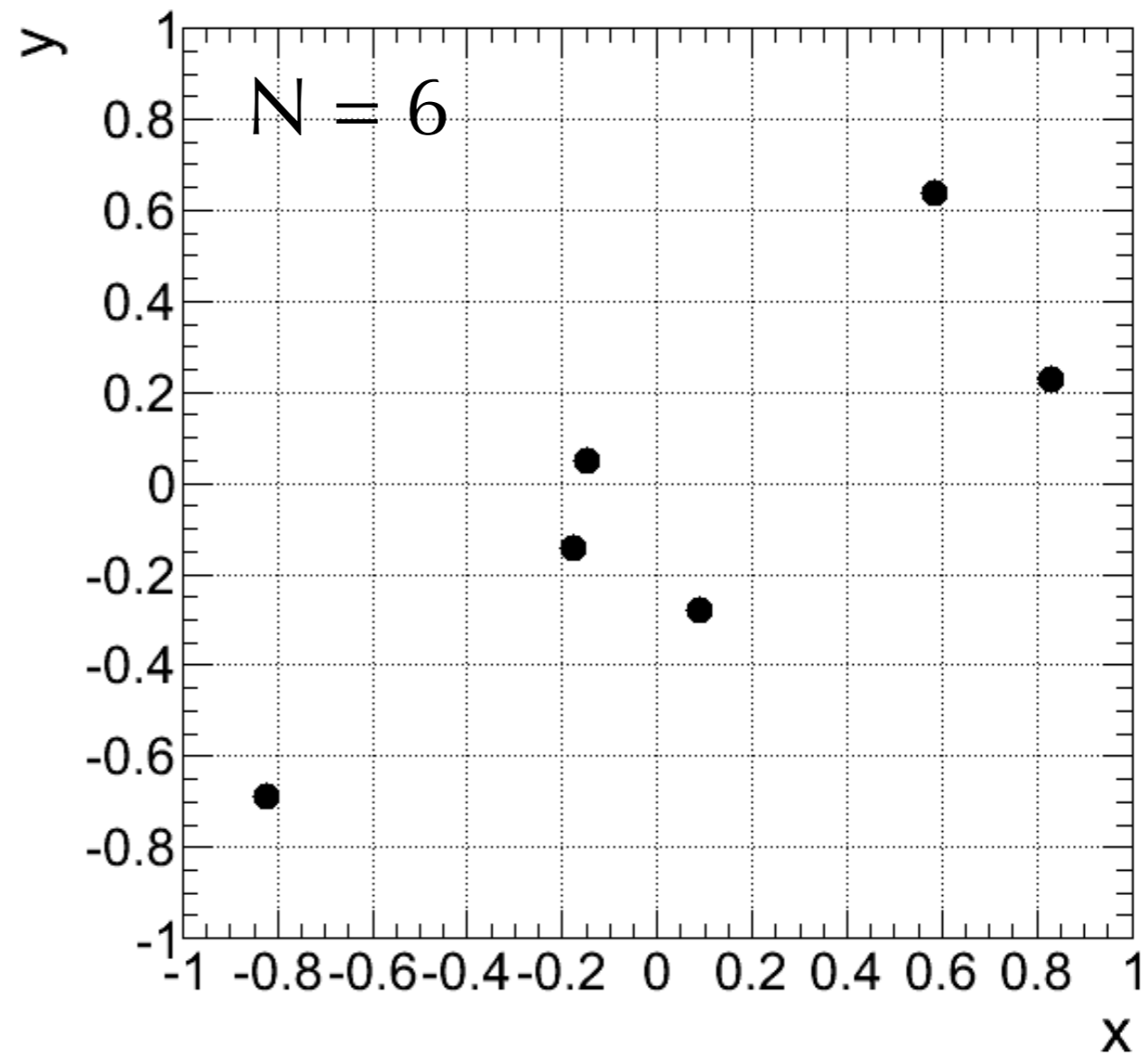
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

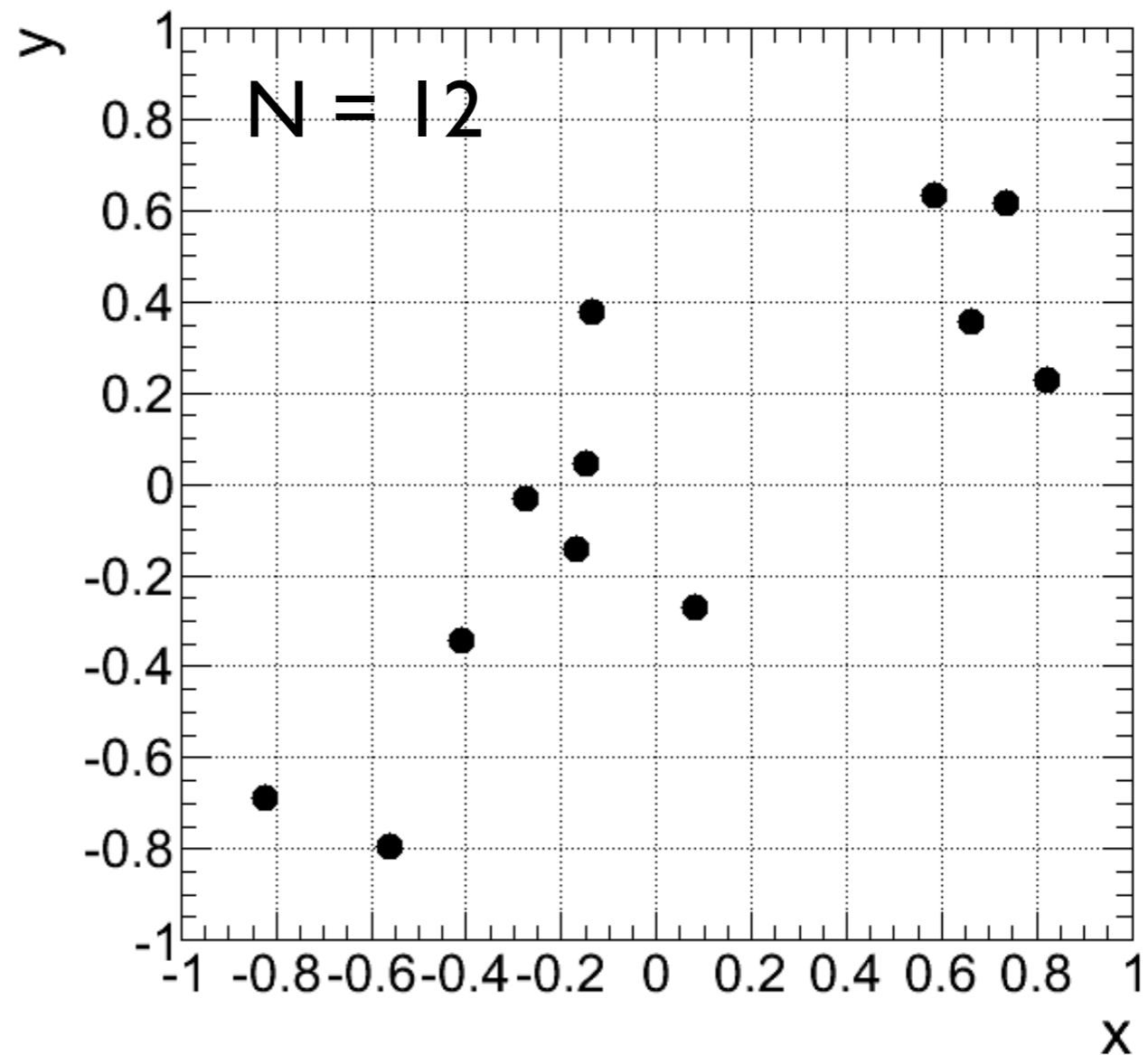
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

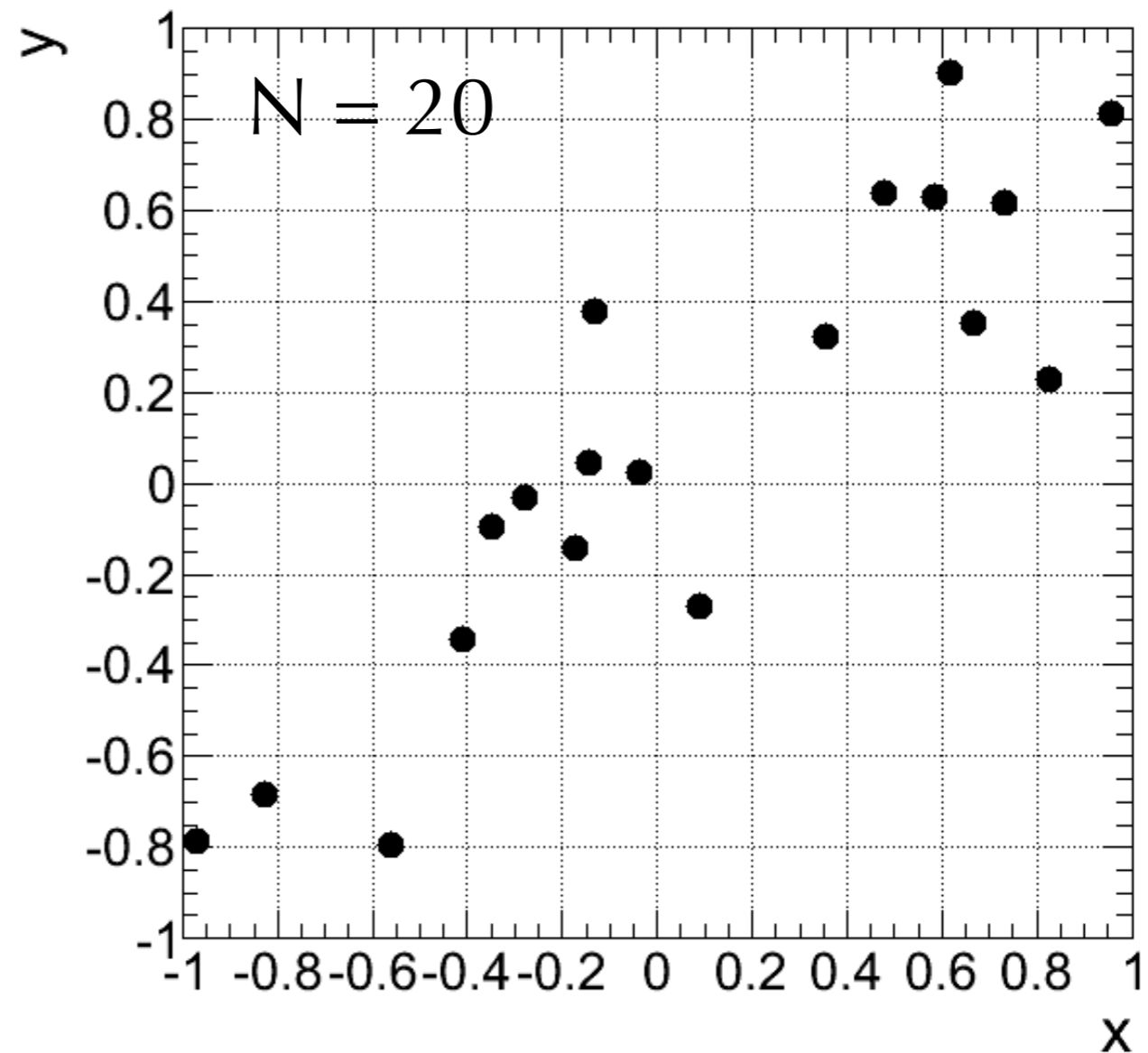
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

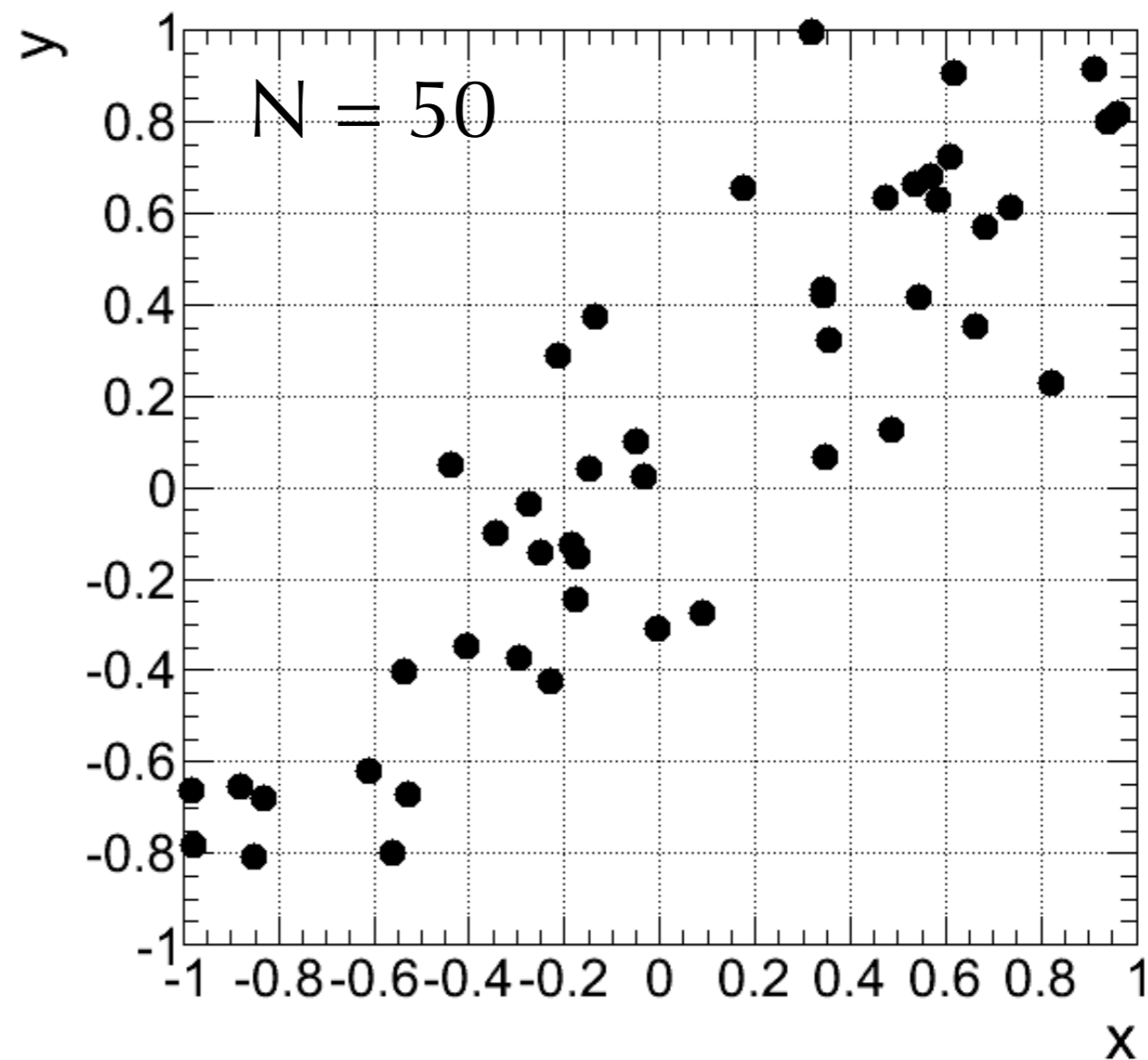
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

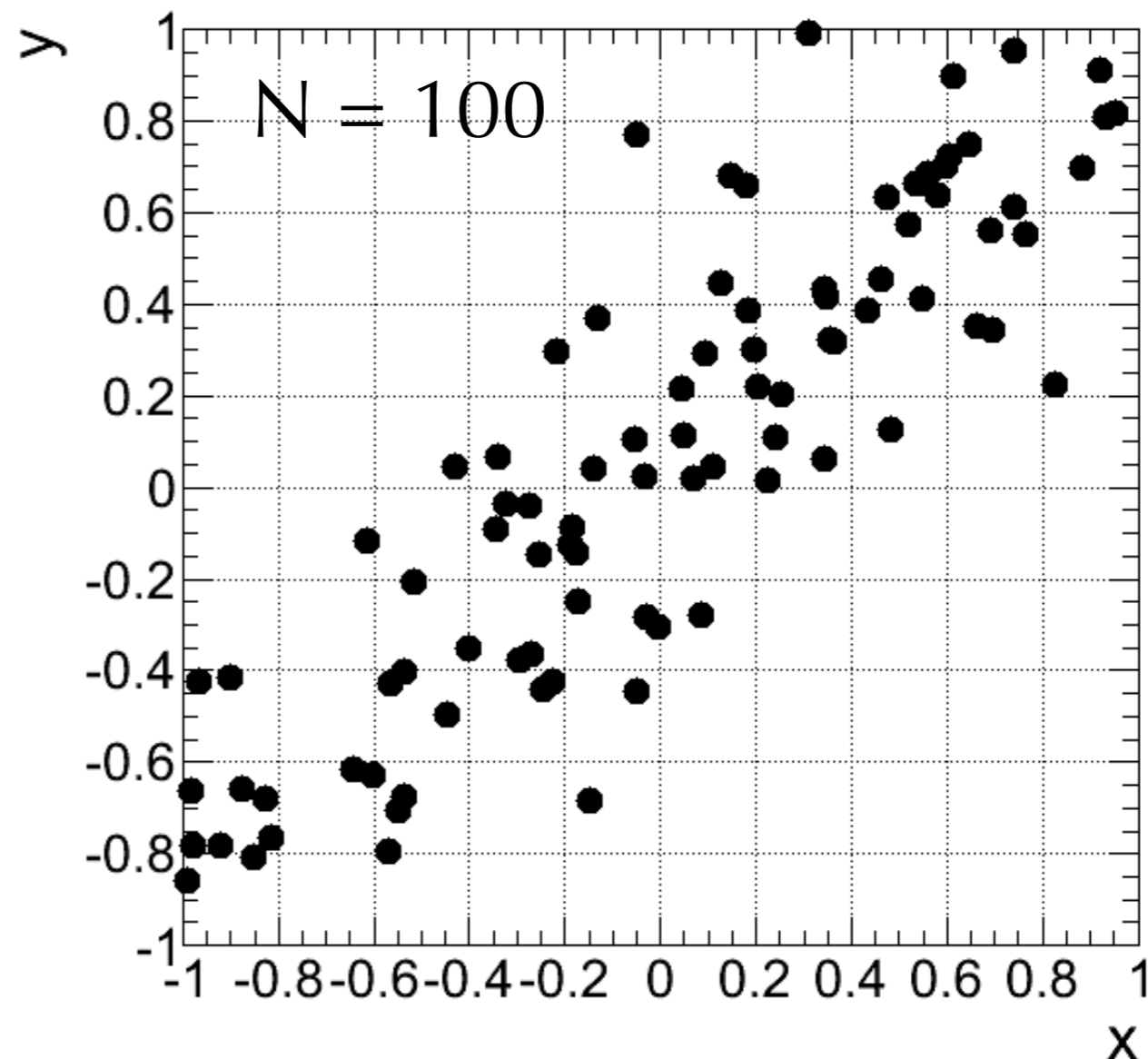
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

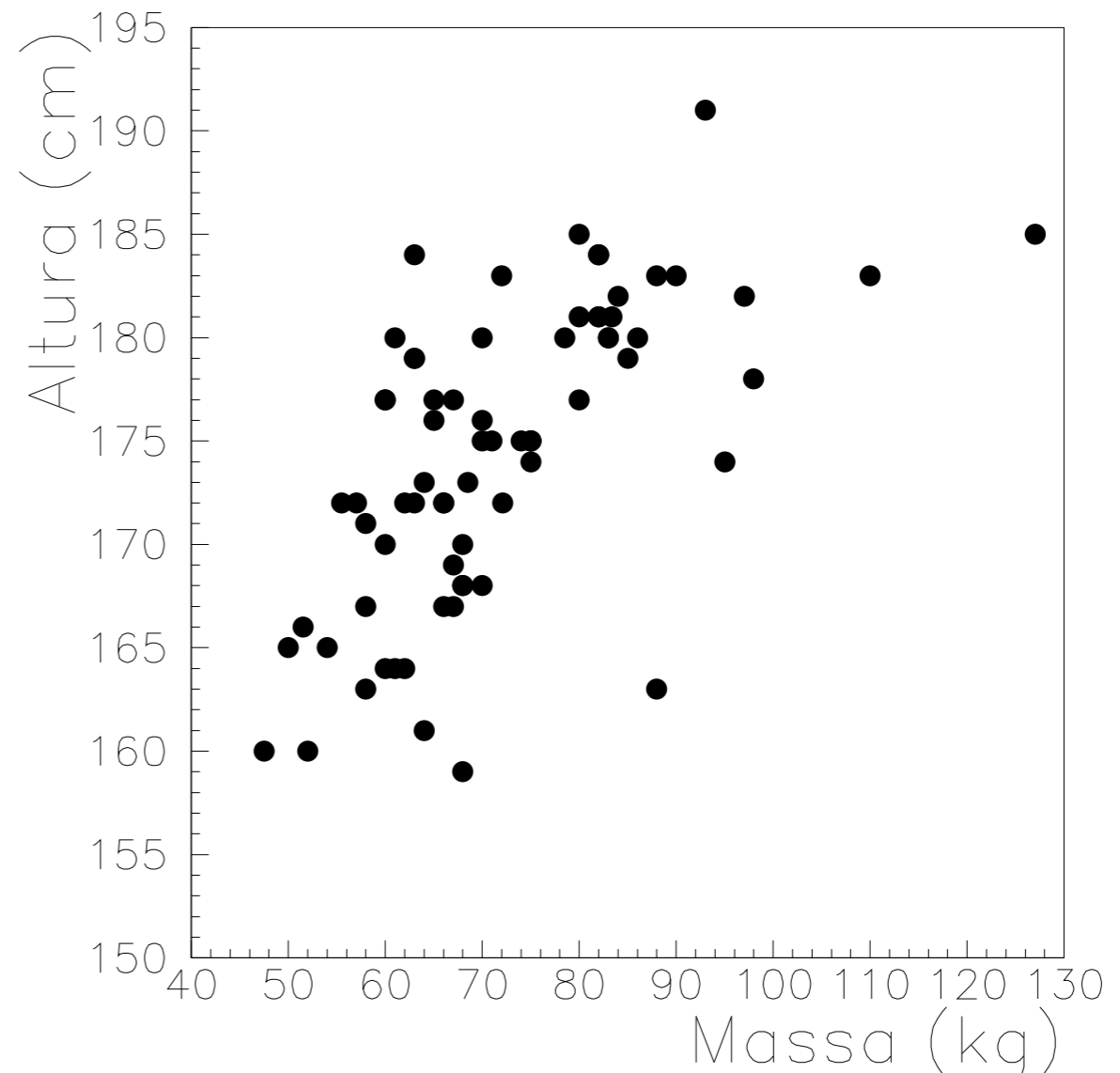
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

Outro exemplo: dados de altura e massa de uma lista de estudantes:



Parâmetros de correlação

i) **Covariância**: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis (δx_i e δy_i)

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

e que não importa a ordem das variáveis:

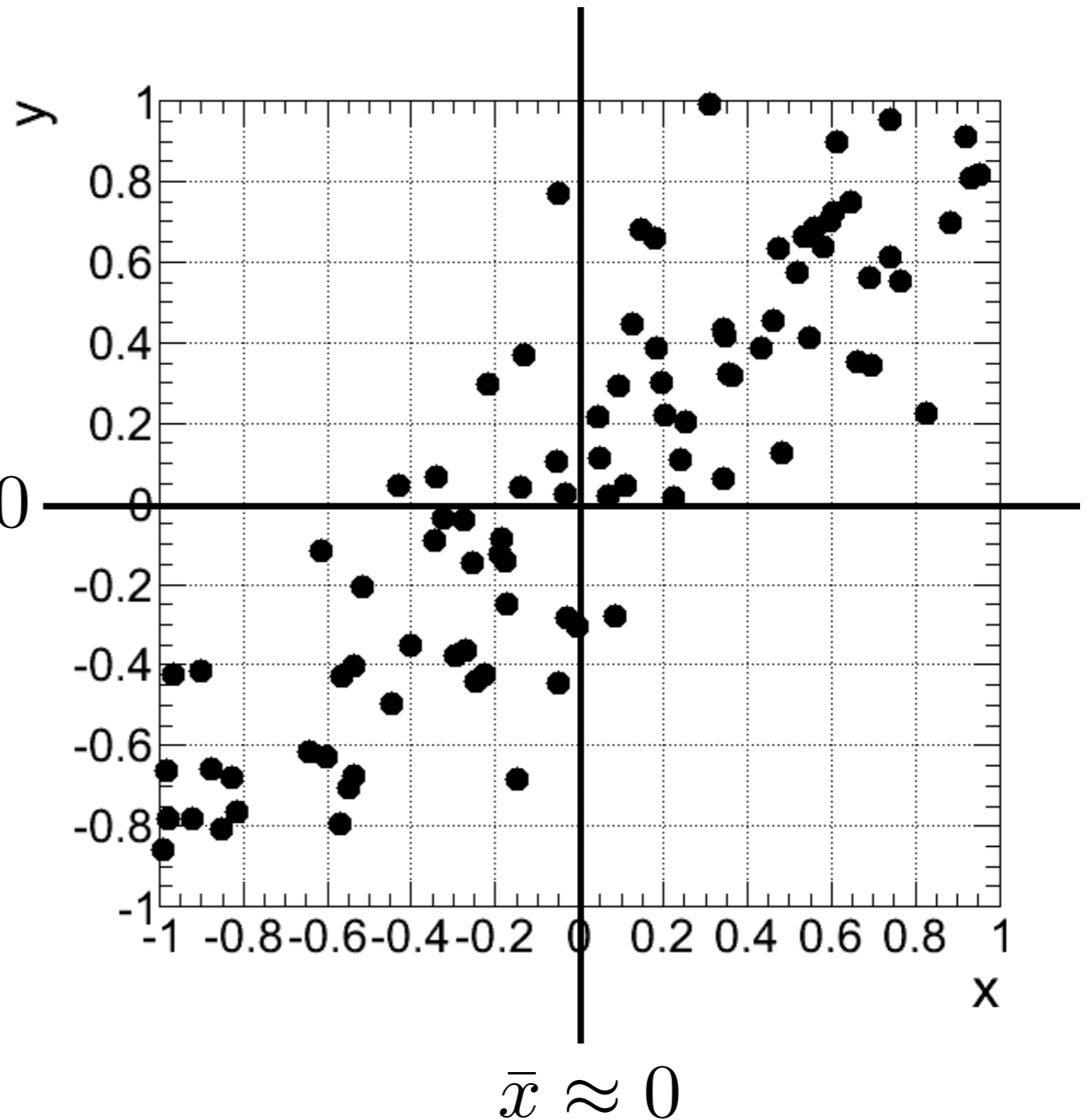
$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$\bar{y} \approx 0$



A maioria dos pares de valores (x_i, y_i) ocorre acima ou abaixo das médias. Valores maiores de x estão associados a valores maiores de y.

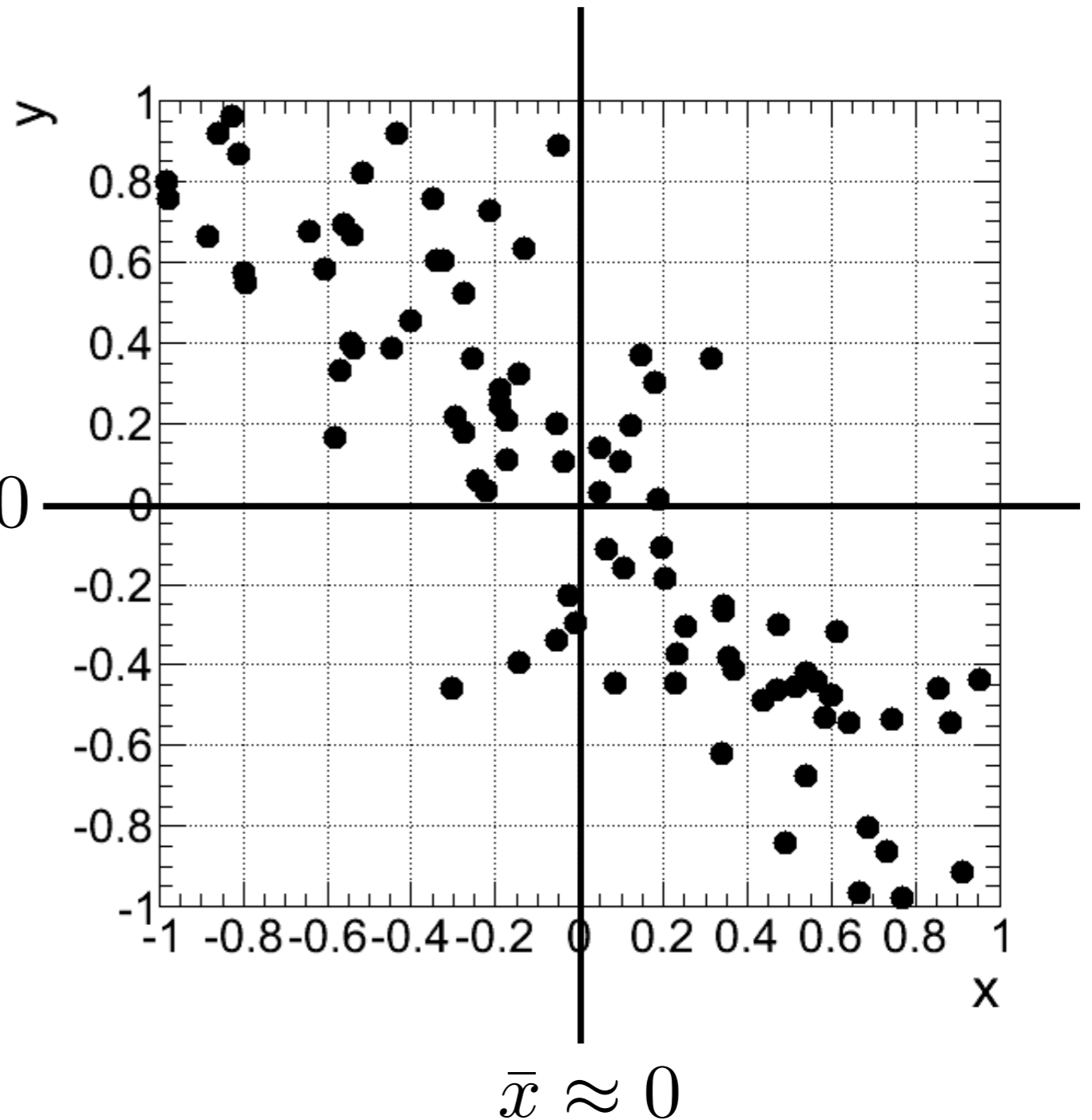
➔ $\sigma_{xy} > 0$

Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\bar{y} \approx 0$$



Valores maiores de x estão associados a valores menores de y.

➔ $\sigma_{xy} < 0$

Parâmetros de correlação

ii) ***Coefficiente de correlação linear de Pearson:***
covariância entre duas variáveis, dividida por seus desvios padrão

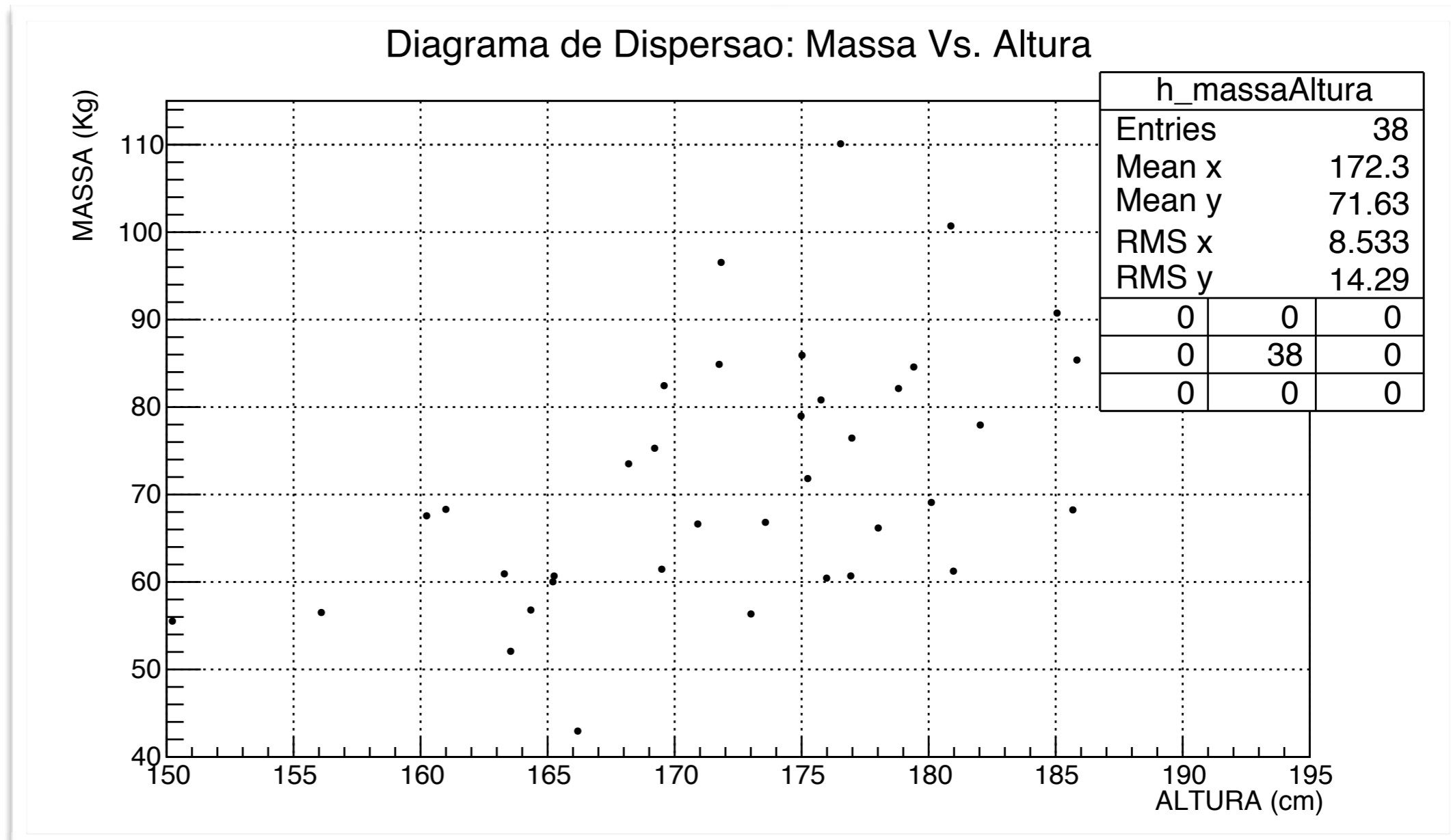
$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad -1 \leq r \leq 1$$

Correlação linear, perfeita e positiva: $r = 1$

Correlação linear, perfeita e negativa: $r = -1$

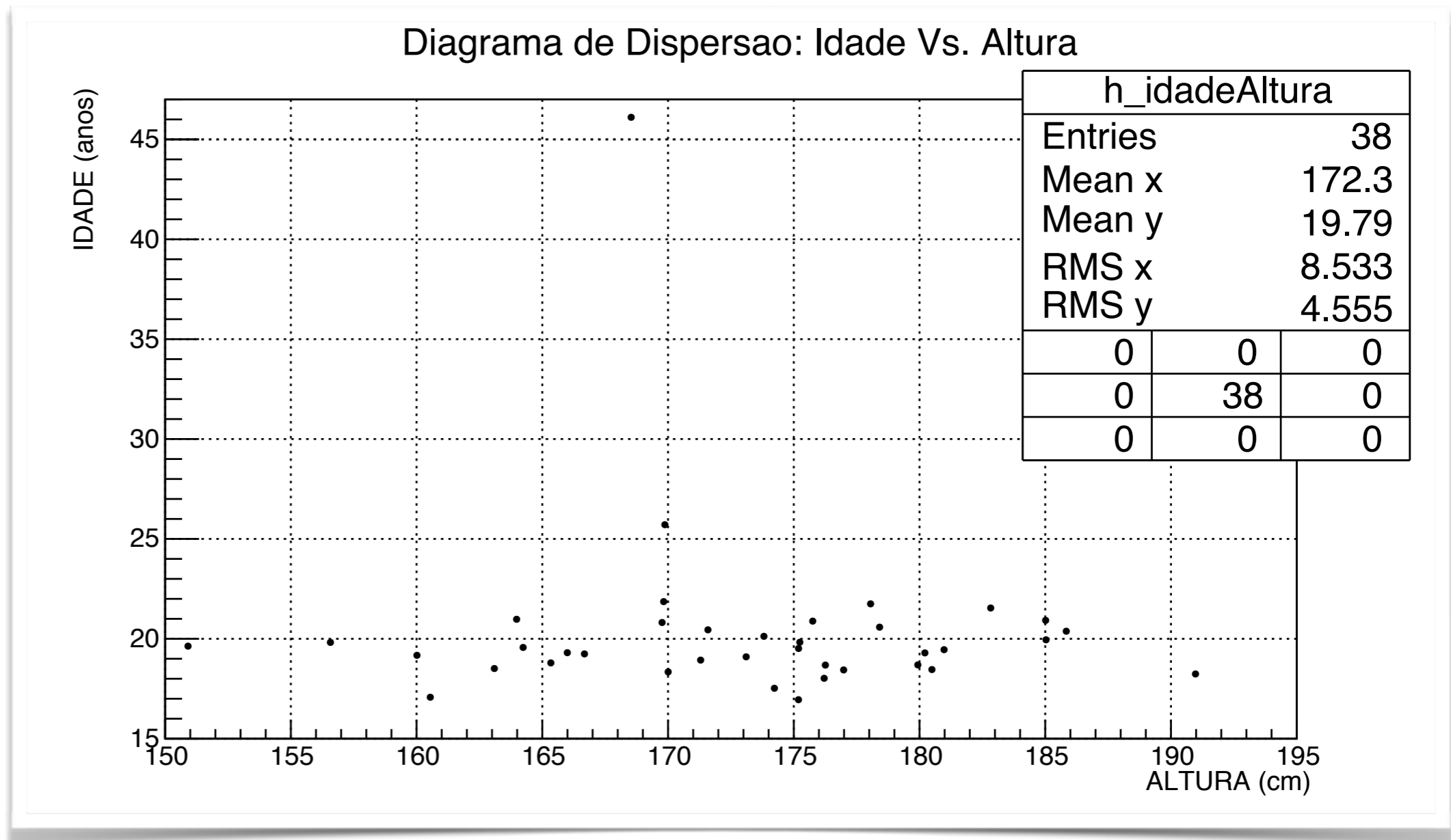
Atividade de aula - Idade, massa e altura

Aluno	Idade	Massa	Altura
1	18	96	171
2	18	84	179
3	19	55	150
4	17	68	160
5	19	60	165
6	20	52	163
7	17	78	174
8	19	56	164
9	19	42	166
10	20	56	173
11	18	60	165
12	19	56	156
13	20	71	175
14	20	68	185
15	18	60	163
16	19	66	173
17	21	77	182
18	46	73	168
19	21	66	178
20	18	110	176
21	25	61	169
22	19	61	180
23	18	69	180
24	20	85	185
25	19	80	175
26	20	82	178
27	18	85	190
28	20	82	169
29	20	84	171
30	18	66	170
31	19	67	160
32	18	76	176
33	19	90	185
34	16	60	175
35	21	75	169
36	18	60	176
37	19	100	180
38	19	85	175



Atividade de aula - Idade, massa e altura

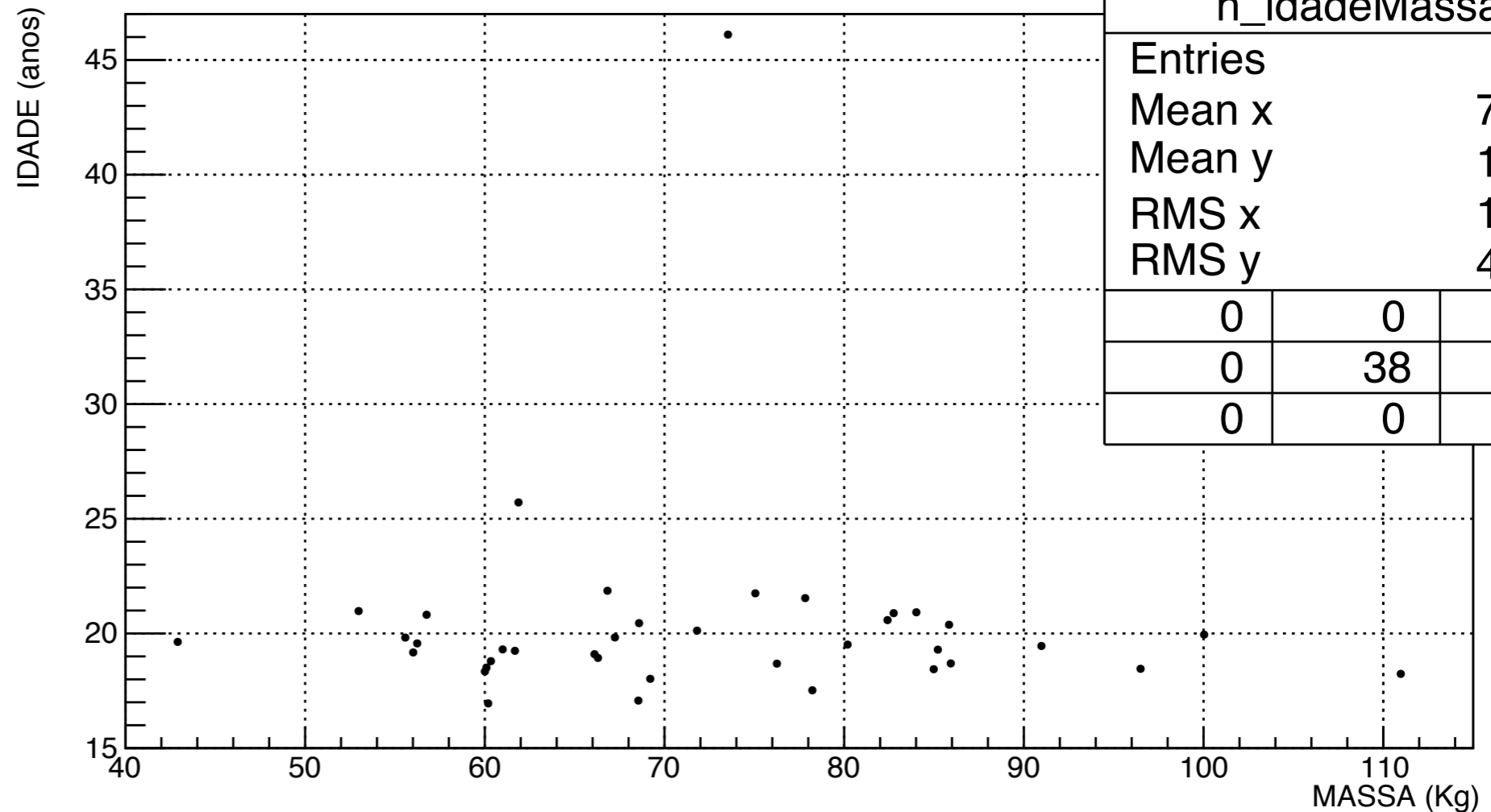
Aluno	Idade	Massa	Altura
1	18	96	171
2	18	84	179
3	19	55	150
4	17	68	160
5	19	60	165
6	20	52	163
7	17	78	174
8	19	56	164
9	19	42	166
10	20	56	173
11	18	60	165
12	19	56	156
13	20	71	175
14	20	68	185
15	18	60	163
16	19	66	173
17	21	77	182
18	46	73	168
19	21	66	178
20	18	110	176
21	25	61	169
22	19	61	180
23	18	69	180
24	20	85	185
25	19	80	175
26	20	82	178
27	18	85	190
28	20	82	169
29	20	84	171
30	18	66	170
31	19	67	160
32	18	76	176
33	19	90	185
34	16	60	175
35	21	75	169
36	18	60	176
37	19	100	180
38	19	85	175



Atividade de aula - Idade, massa e altura

Aluno	Idade	Massa	Altura
1	18	96	171
2	18	84	179
3	19	55	150
4	17	68	160
5	19	60	165
6	20	52	163
7	17	78	174
8	19	56	164
9	19	42	166
10	20	56	173
11	18	60	165
12	19	56	156
13	20	71	175
14	20	68	185
15	18	60	163
16	19	66	173
17	21	77	182
18	46	73	168
19	21	66	178
20	18	110	176
21	25	61	169
22	19	61	180
23	18	69	180
24	20	85	185
25	19	80	175
26	20	82	178
27	18	85	190
28	20	82	169
29	20	84	171
30	18	66	170
31	19	67	160
32	18	76	176
33	19	90	185
34	16	60	175
35	21	75	169
36	18	60	176
37	19	100	180
38	19	85	175

Diagrama de Dispersao: Idade Vs. Massa



Próxima aula:

- Para cada medida (idade, altura, massa), calcular:
 - parâmetros de posição;
 - parâmetros de dispersão;
- diagramas de dispersão:
 - massa Vs. altura;
 - idade Vs. altura;
 - idade Vs. massa;
- Para cada diagrama de dispersão, calcular:
 - parâmetros de correlação.
- Exercício 2.5.4 (notas de mecânica e eletricidade);
- dedução da simplificação da fórmula da covariância.