

Física Geral - Laboratório

Estimativas e erros em medidas diretas (I)



Experimentos: medidas diretas

Experimento de medidas diretas de uma grandeza:

- ❑ Aquisição de um conjunto de dados através de medições repetidas e independentes de uma mesma grandeza
- ❑ Medições independentes realizadas nas mesmas condições experimentais, ambientais, etc.
- ❑ Objetivo: Estimativa do valor esperado da grandeza sendo medida

No processo de medição de uma grandeza, há inevitavelmente incertezas

- ❑ Imperfeições instrumentais, limitações observacionais, condições ambientais, etc.
- ❑ Hipóteses, modelos teóricos
- ❑ Natureza possivelmente aleatória do fenômeno

Valor esperado de uma grandeza

Valor esperado: valor hipotético, μ , de uma grandeza, equivalente ao valor médio de medições repetidas indefinidamente.

É claro que não podemos repetir uma medição infinitamente..

Dessa forma, fazemos uma estimativa para o valor esperado, a partir de um conjunto finito de medidas da grandeza

Chamamos esse conjunto finito de uma amostra* de todos os possíveis valores para as medidas (ou população**).

****População:** todos os possíveis valores para as medidas

***Amostra:** sub-conjunto da população.

Resultado de uma medição

estimativa do valor esperado \pm erro (unidade)

$$x \pm \epsilon_x (\text{unidade})$$

Estimativa do valor esperado

A partir de medições de uma grandeza, com instrumentos bem calibrados e procedimentos apropriados, e para um grande número de medidas diretas, **a média da distribuição de frequência dos dados tende ao valor esperado da grandeza.**

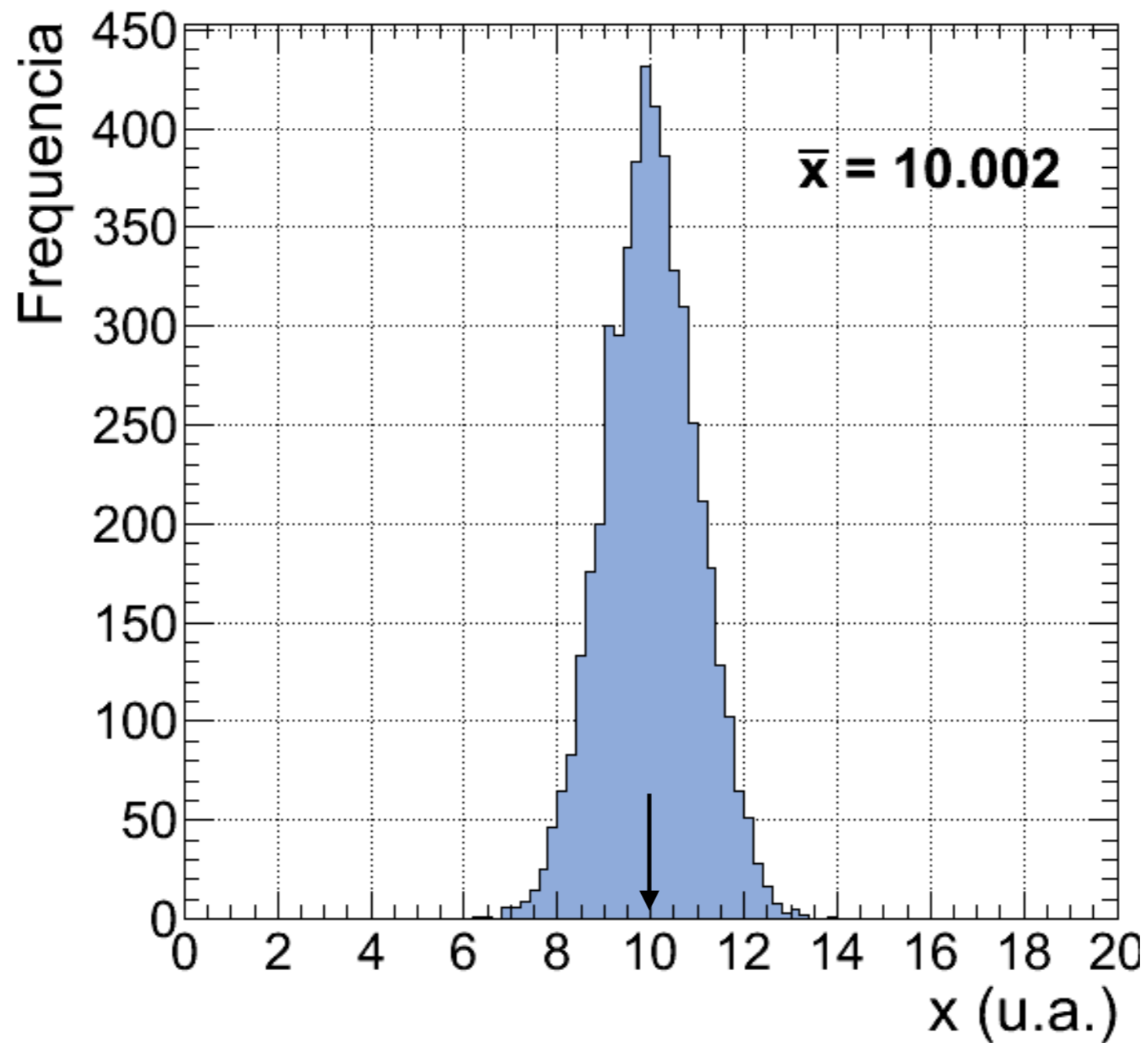
A distribuição de frequência dos dados é chamada de **distribuição amostral.**

Ou seja, a melhor estimativa para o valor esperado de uma grandeza, x , a partir de uma amostra $\{x_i\}$ de dados, é a média

$$\bar{x} \longrightarrow \mu$$

(Podemos pensar no *limite* para um número grande de medidas, ou seja, $N \rightarrow \infty$)

Estimativa do valor esperado



Incertezas aleatórias e sistemáticas

Incertezas aleatórias: devido a **flutuações inevitáveis** no processo de medição, que provocam a **dispersão** das medidas em torno da média

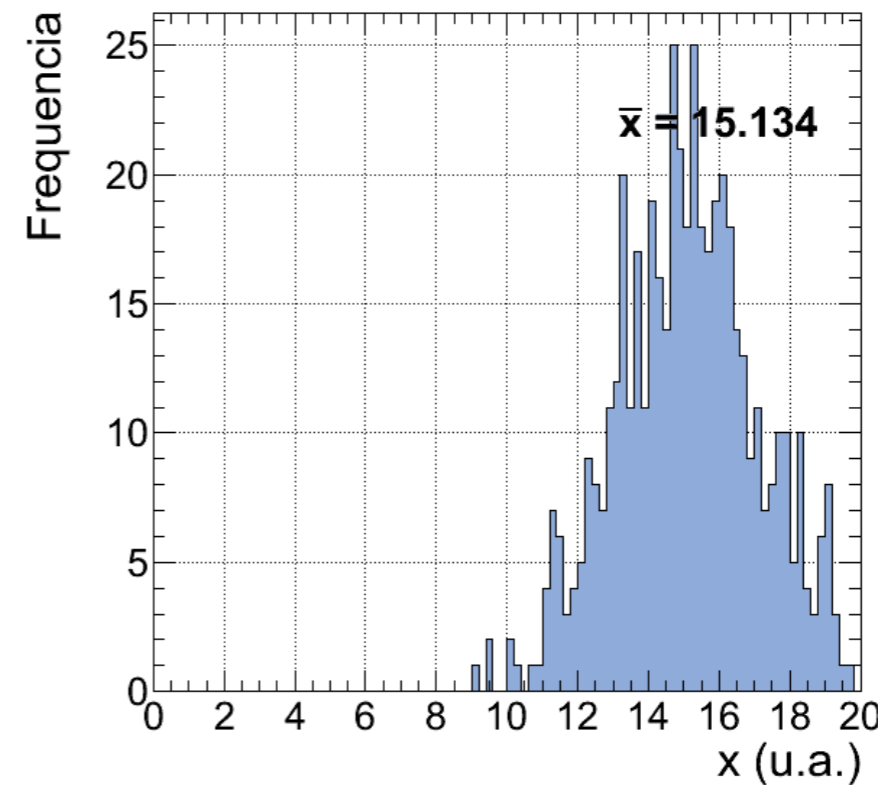
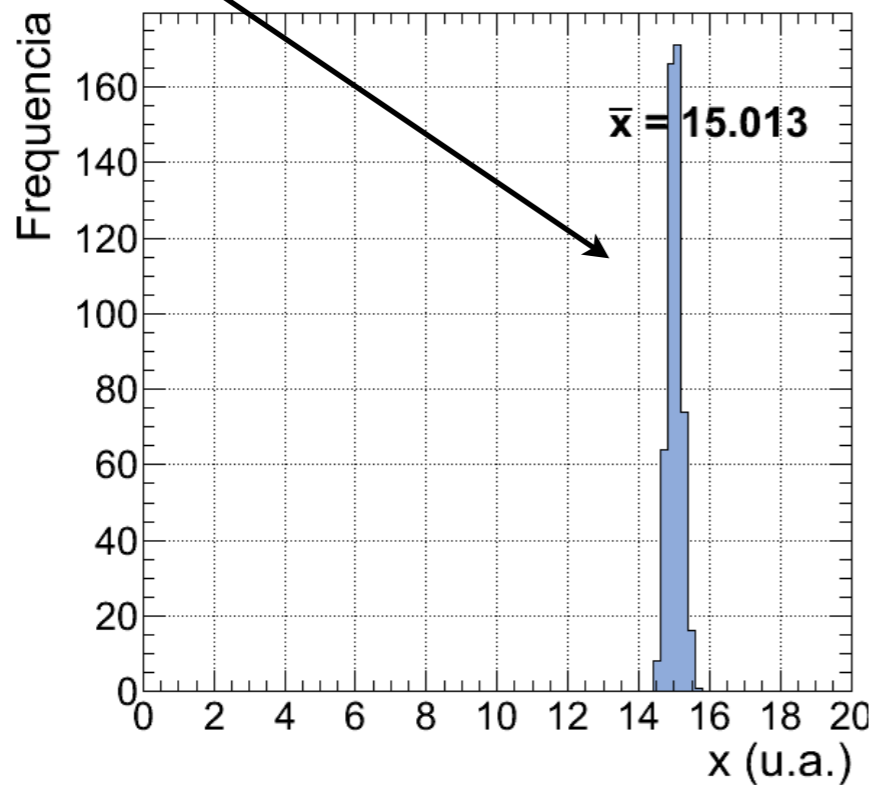
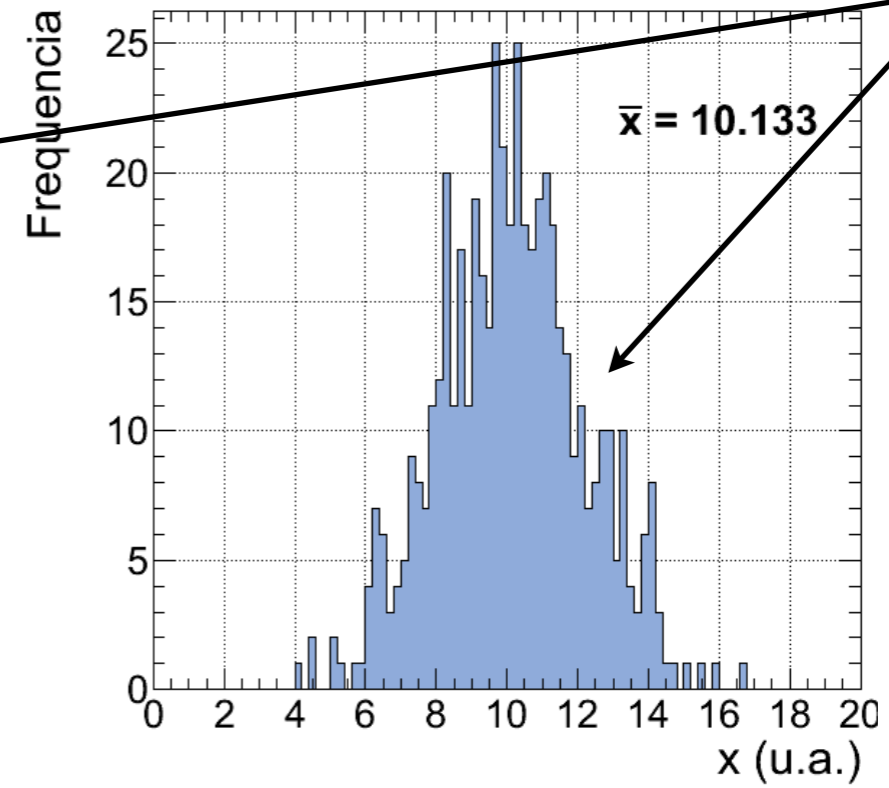
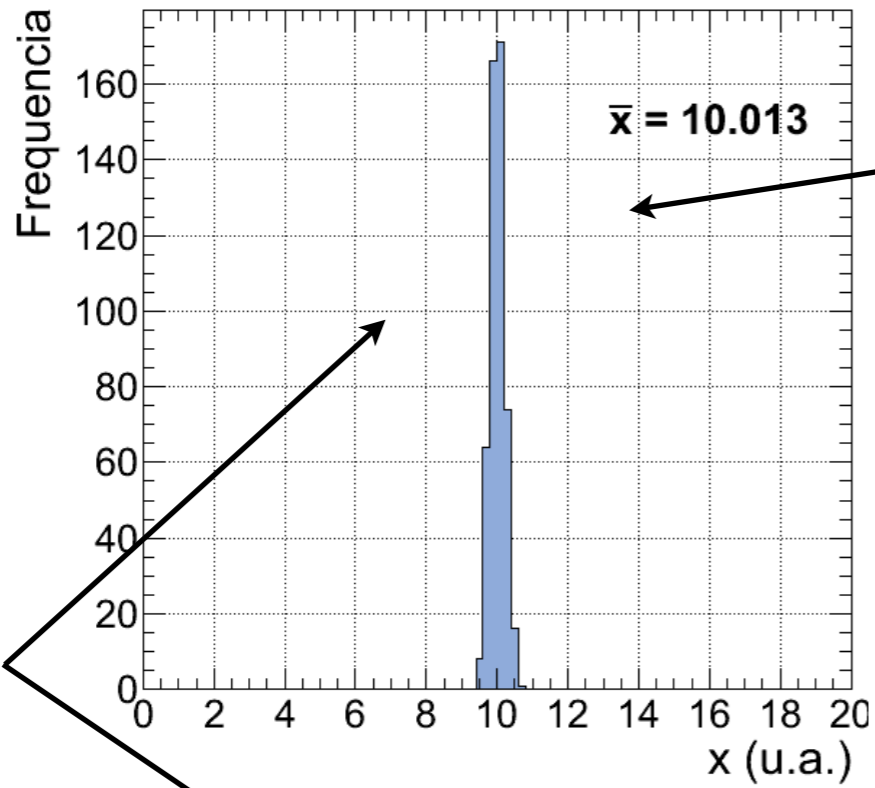
Incertezas sistemáticas: **desvios em geral regulares**, devido a imperfeições instrumentais, observacionais, ou do modelo teórico

As **incertezas aleatórias** estão associadas à **precisão** do experimento, enquanto as **incertezas sistemáticas**, com a sua **exatidão**.

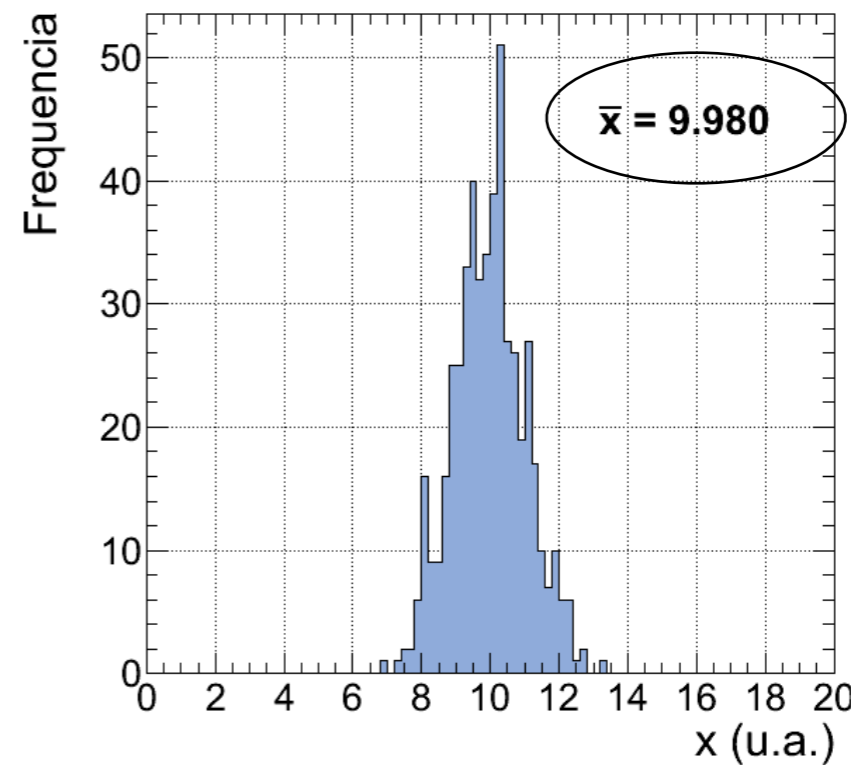
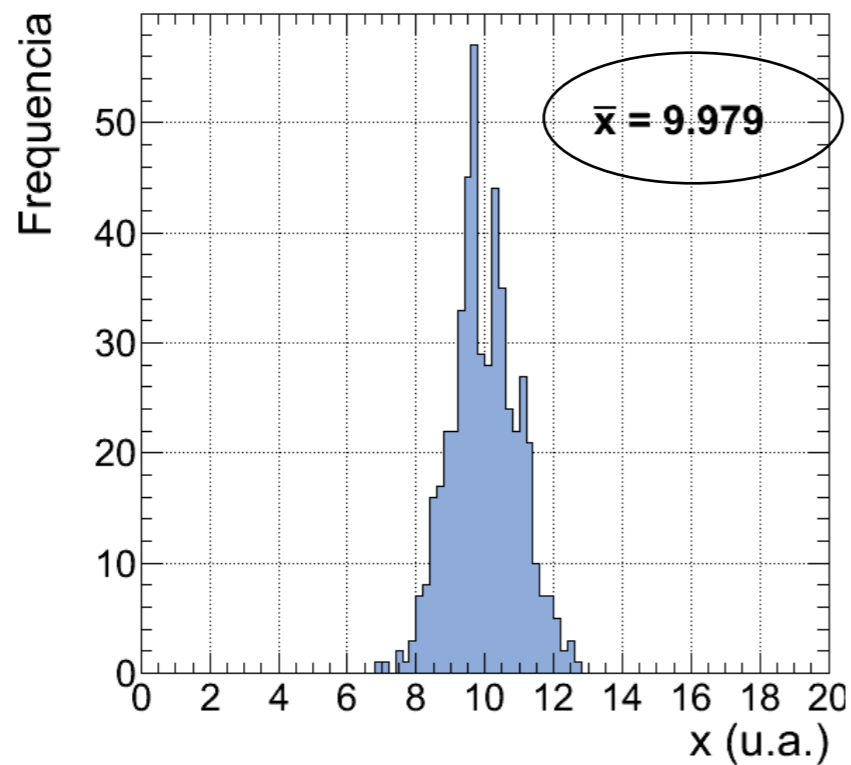
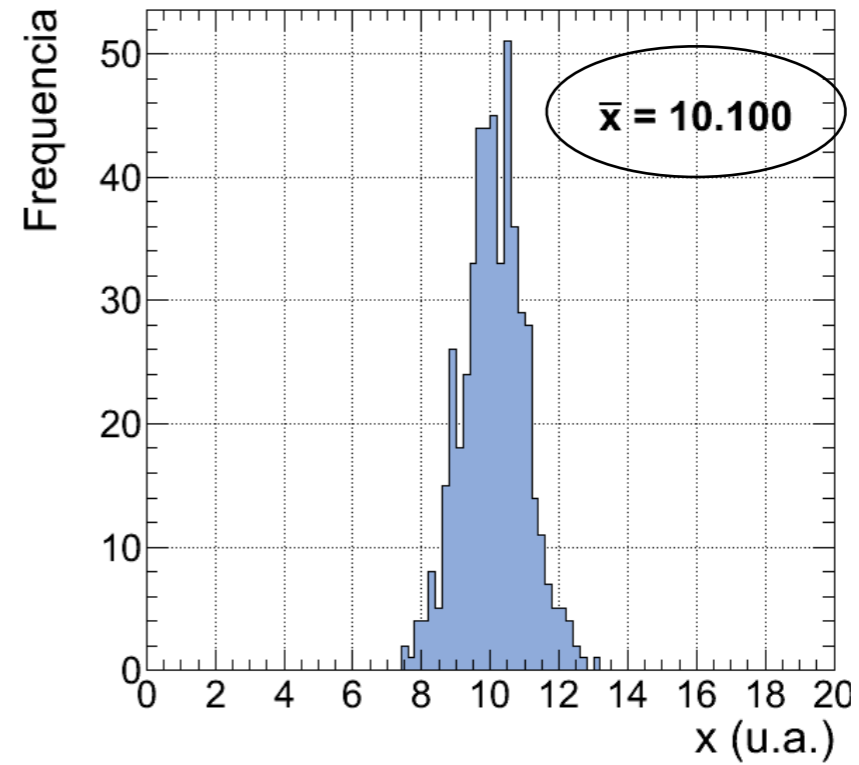
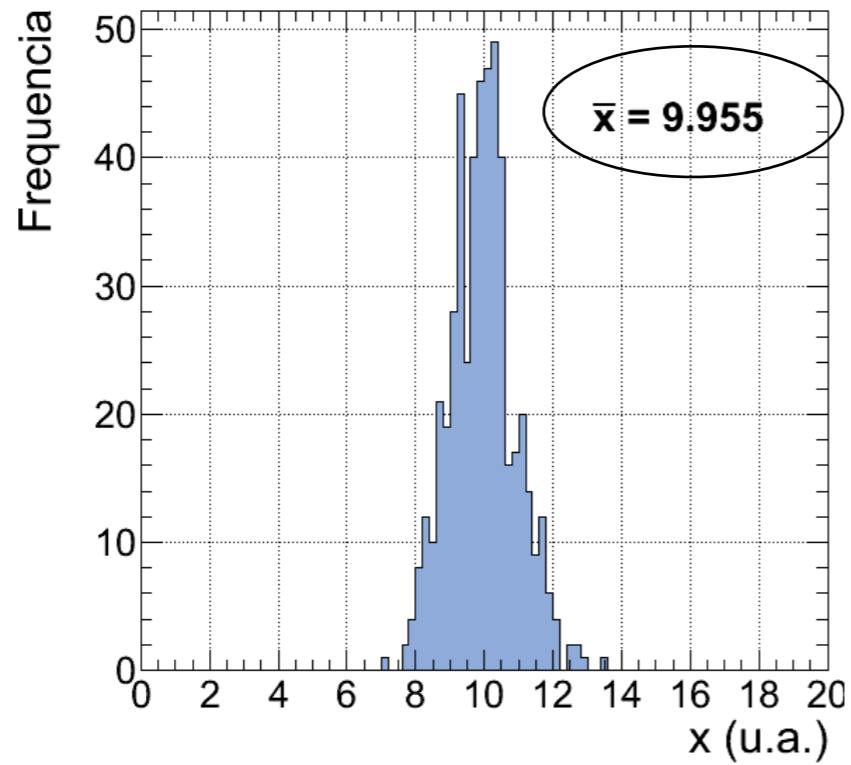
Medições: precisão e exatidão

exato

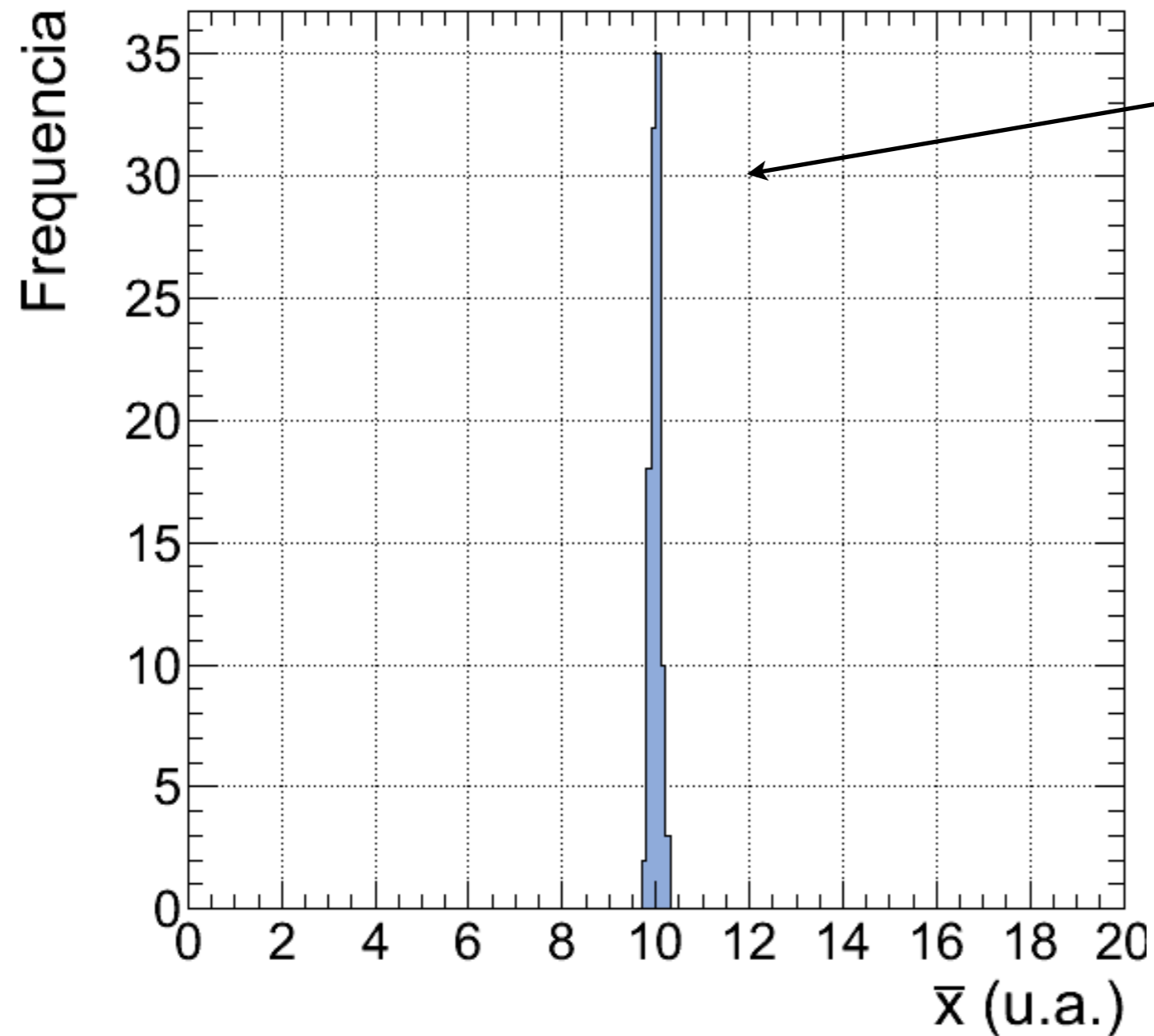
preciso



Erro da média



Erro da média



Distribuição das médias de 100 “experimentos”, cada um com 100 medidas (diferentes *amostras* da mesma *população*)

Note que o “erro da média” é menor que o “erro da medida”

Estimativa do erro da medida e da média

Podemos também estimar o erro da média a partir de uma única bateria de N medidas diretas.

Vamos estimar primeiramente o erro de cada medida como:

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{N}{N-1}} \sigma_x$$

“desvio padrão experimental”
ou “amostral”

desvio padrão

O erro da média pode ser aproximado por:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

O desvio padrão experimental (s_x) será comumente representado igualmente por σ_x

Estimativa do erro da medida e da média

Para um número grande de medidas:

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow s_x \approx \sigma_x$$

$$\sigma_{\bar{x}} \approx \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Quanto maior o número de medidas em um experimento, menor o erro estimado “da média”

Resultado de uma medição:

Estimativa do valor esperado de um conjunto de medidas

estimativa do valor esperado \pm erro (unidade)

\bar{x}

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Note que aqui estamos estimando o que definimos antes como **incertezas aleatórias**. Incertezas aleatórias **podem ser reduzidas por repetição** (maior número N de medidas).

Incertezas sistemáticas, no entanto, **não podem em geral ser reduzidas por mera repetição**. Elas dependem do entendimento do instrumento e das técnicas de medição. A partir de um número suficientemente grande de medidas, elas passam a ser **dominantes**.

Resultado de uma medição:

Estimativa do valor esperado de um conjunto de medidas

estimativa do valor esperado \pm erro (unidade)

$$\bar{x}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Exemplo:

$$\bar{x} = 10,0835 \quad \longrightarrow \quad \bar{x} = 10,08 \pm 0,07(\text{unid.})$$
$$\sigma_{\bar{x}} = 0,072$$

Número de algarismos significativos determinado pelo valor do erro

Como determinar o número de algarismos significativos do valor esperado

estimativa do valor esperado \pm erro (unidade)

\bar{x}

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Exemplo:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 10,0835 \\ \sigma_{\bar{x}} &= 0,072\end{aligned}$$

$$\bar{x} = 10,08 \pm 0,07(\text{unid.})$$

1. Determinar o erro: $\sigma_{\bar{x}} = 0,072$
2. Determinar o erro com **um** algarismo significativo: $\sigma_{\bar{x}} = 0,07$
3. Determinar a estimativa do valor esperado com o mesmo número de casas decimais que o erro associado ao valor esperado: 10,08

Arredondamento

Exemplo de arredondamento para 2 casas decimais

- caso 1: 4,82**81** \Rightarrow 4,83
- caso 2: 4,82**49** \Rightarrow 4,82
- caso 3: 4,8**15** \Rightarrow 4,81 (**número ímpar**, não há incrementação)
- caso 4: 4,8**25** \Rightarrow 4,83 (**número par**, há incrementação)

Primeira Prática: Medida com Resistores

Tema da prática: medidas diretas e estimativa de erros.

Objetivos desta prática são:

- fazer histogramas e obter os parâmetros de posição e de dispersão para um conjunto de medidas;
- aprender a estimar o valor esperado de uma grandeza física através de um conjunto de medidas;
- compreender os conceitos relacionados aos erros do tipo A, associados a medidas diretas de uma grandeza física.

Material para a prática: 100 resistores de mesmo valor e multímetros digitais.

Procedimentos:

- Anotar o código de cores do resistor e obter seu valor nominal a partir do código.

Código de cores				
Cores				
Valor da resistência = ± Ω				

- Usando o multímetro, fazer a medida da resistência dos 100 resistores de mesmo valor nominal. Organizar os dados em uma tabela como exemplificado abaixo:

Resistência ()									
Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 4		Grupo 5	

Primeira Prática: Medida com Resistores

- Trazer os resultados da primeira prática em 30/08/2019 **impreterivelmente**;
- Enviar dados, até 28/08/2019 impreterivelmente, para:

labfisicageraluerj@gmail.com

Multímetro digital

Display digital de “3
1/2” dígitos:

$d_{1/2}$	d_3	d_2	d_1
-----------	-------	-------	-------

Número de
“contagens”: 0 - 1999

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

Medição de resistência (Ω)

Possivelmente: Teste de continuidade,
testes de diodos e transistores,...



Multímetro digital

Função de medida de tensão contínua

Função de medida de resistência (a posição pode variar de multímetro para multímetro)

Conectores para pontas de prova



Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	0	2
--	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: 1 V

(Variação do dígito menos significativo)



Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	0	1.	6
--	---	----	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: $0,1 \text{ V} = 100 \text{ mV}$



Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

	1.	5	7
--	----	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: $0,01 \text{ V} = 10 \text{ mV}$



Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

1.	5	7	1
----	---	---	---

DC

600 V

200 V

20 V

2 V

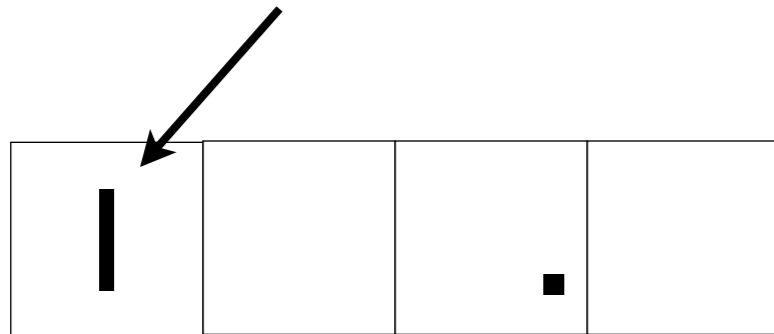
200 mV

Resolução: $0,001 \text{ V} = 1 \text{ mV}$



Exemplo: Medida da f.e.m. de uma pilha

Mostrador com dígito “1” à esquerda:
valor acima do máximo da escala



DC

600 V

200 V

20 V

2 V

200 mV

Resolução: $0,1 \text{ mV} = 100 \mu\text{V}$



Como ler o código de cores de um resistor



COR	1ª Banda	2ª Banda	3ª Banda	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	1Ω	
Castanho	1	1	1	10Ω	$\pm 1\%$
Vermelho	2	2	2	100Ω	$\pm 2\%$
Laranja	3	3	3	$1K\Omega$	
Amarelo	4	4	4	$10K\Omega$	
Verde	5	5	5	$100K\Omega$	
Azul	6	6	6	$1M\Omega$	
Violeta	7	7	7	$10M\Omega$	
Cinza	8	8	8		
Branco	9	9	9		
Dourado					$\pm 5\%$
Prateado					$\pm 10\%$

Cor	Código
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinza	8
Branco	9

Castanho	$\pm 1\%$
Vermelho	$\pm 2\%$
Dourado	$\pm 5\%$
Prata	$\pm 10\%$



Precisão