

Física Geral - Laboratório

Organização e descrição de dados



Física Geral - Laboratório

A nota de laboratório de Física Geral será composta dos resultados das provas e atividades de laboratório:

Média P1 + P2:	50% da nota final
Atividades de Laboratório:	50% da nota final

Sala do professor: 3018A (Bloco A)

Horário preferencial para dúvidas e questões relacionadas ao curso: 3a-feira 14:00 - 18:00

Contato por e-mail: antonio.pereira@uerj.br

Página do curso de Física Geral:

<http://dfnae.fis.uerj.br/twiki/bin/view/DFNAE/FisicaGeral>

Física Geral

Bibliografia:



“Estimativas e Erros em Experimentos de Física”
(EdUERJ)

Dados e medidas

Dados: Valores ou qualificações de atributos dos elementos de um conjunto

Medidas: Dados numéricos associados a grandezas que descrevem um fenômeno ou sistema físico

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

1) Valores das idades de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 18 anos

Estudante 2: 19 anos

Estudante 3: 18 anos

Unidade: Anos

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

2) Valores das massas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 60,2 Kg

Estudante 2: 72,4 Kg

Estudante 3: 65,6 Kg

Unidade: Quilograma (Kg)

Dados brutos

Exemplo de conjunto de dados:

3) Valores das alturas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 172 cm

Estudante 2: 168 cm

Estudante 3: 180 cm

Unidade: Centímetro (cm)

Dados e medidas

Representação do conjunto de dados:

Idades dos estudantes = {18; 19; 18} (anos)

Massas dos estudantes = {60,2; 72,4; 65,6} (Kg)

Alturas dos estudantes = {172; 168; 180} (cm)

Em geral:

$\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\} = \{\text{valor nº 1, valor nº 2, valor nº 3, \dots, valor nº 'N'}\}$

Dados e medidas

Outros exemplos:

Medidas do comprimento de uma mesa:

$\{150,3; 152,0; 150,4; 151,8\}$ (cm)

Medidas de temperatura de uma sala:

$\{29,3; 28,6; 30,4\}$ ($^{\circ}\text{C}$)

Medidas da tensão da rede elétrica:

$\{115,2; 124,5; 128,3; 121,1\}$ (V)

Tipo sanguíneo dos estudantes de FG (exemplo de categoria):

$\{\text{'O-'; 'A-'; 'O+'}\}$

Organizando um conjunto de dados: Tabelas

Tabelas: arranjos, ordenados ou não, de dados

Estudante de FG	Idade (anos)	Massa (Kg)	Altura (cm)
1	18	60,2	172
2	19	72,4	168
3	18	65,6	180

Mesa	Comprimento (cm)
1	150,3
2	152,0
3	150,4
4	151,8

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Computar frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de histogramas

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Computar frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de histogramas

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

Exemplo:

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

← 24 elementos

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Escolha 1:

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Escolha 1:

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

Escolha 2:

Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

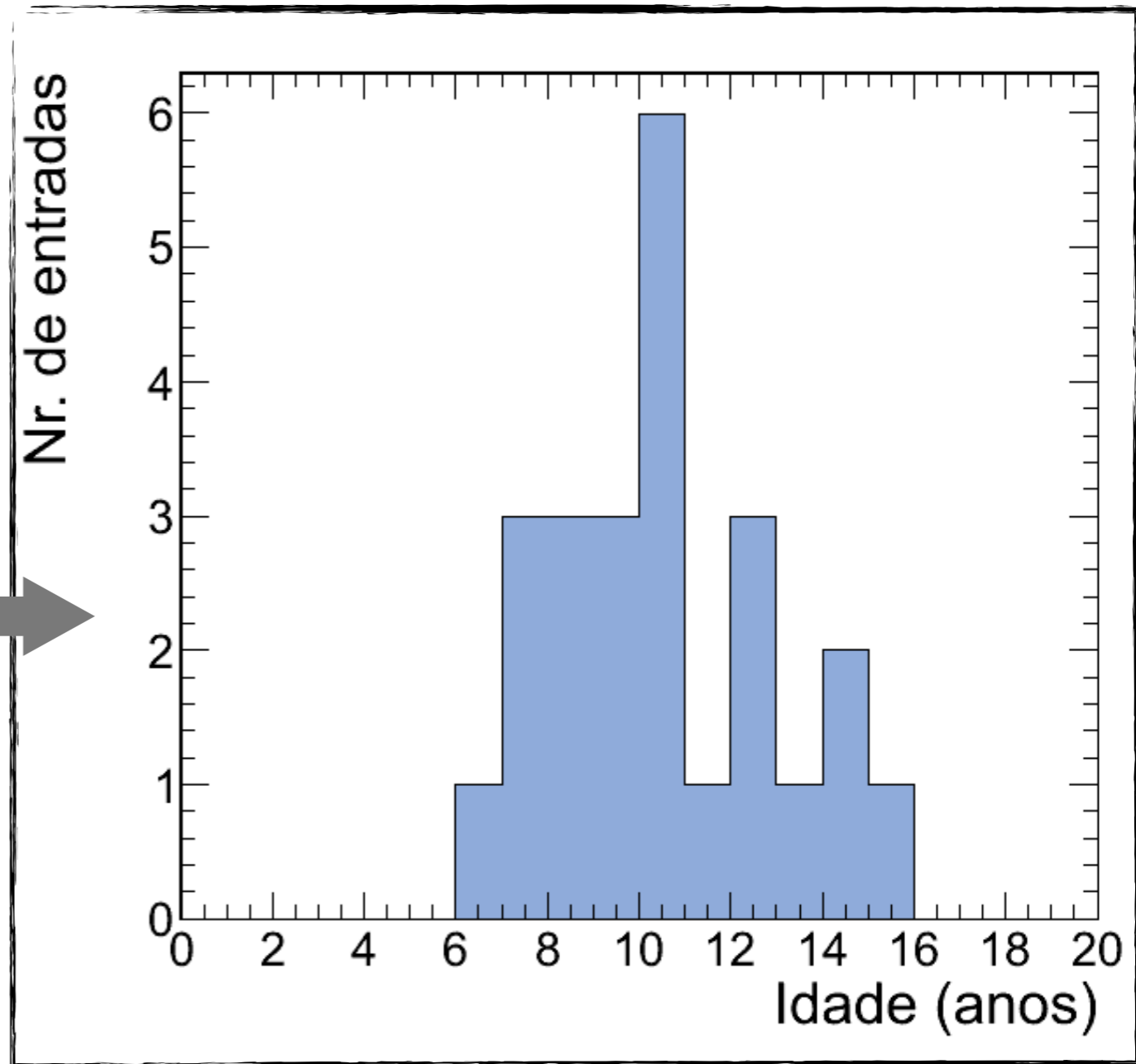
Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1



Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

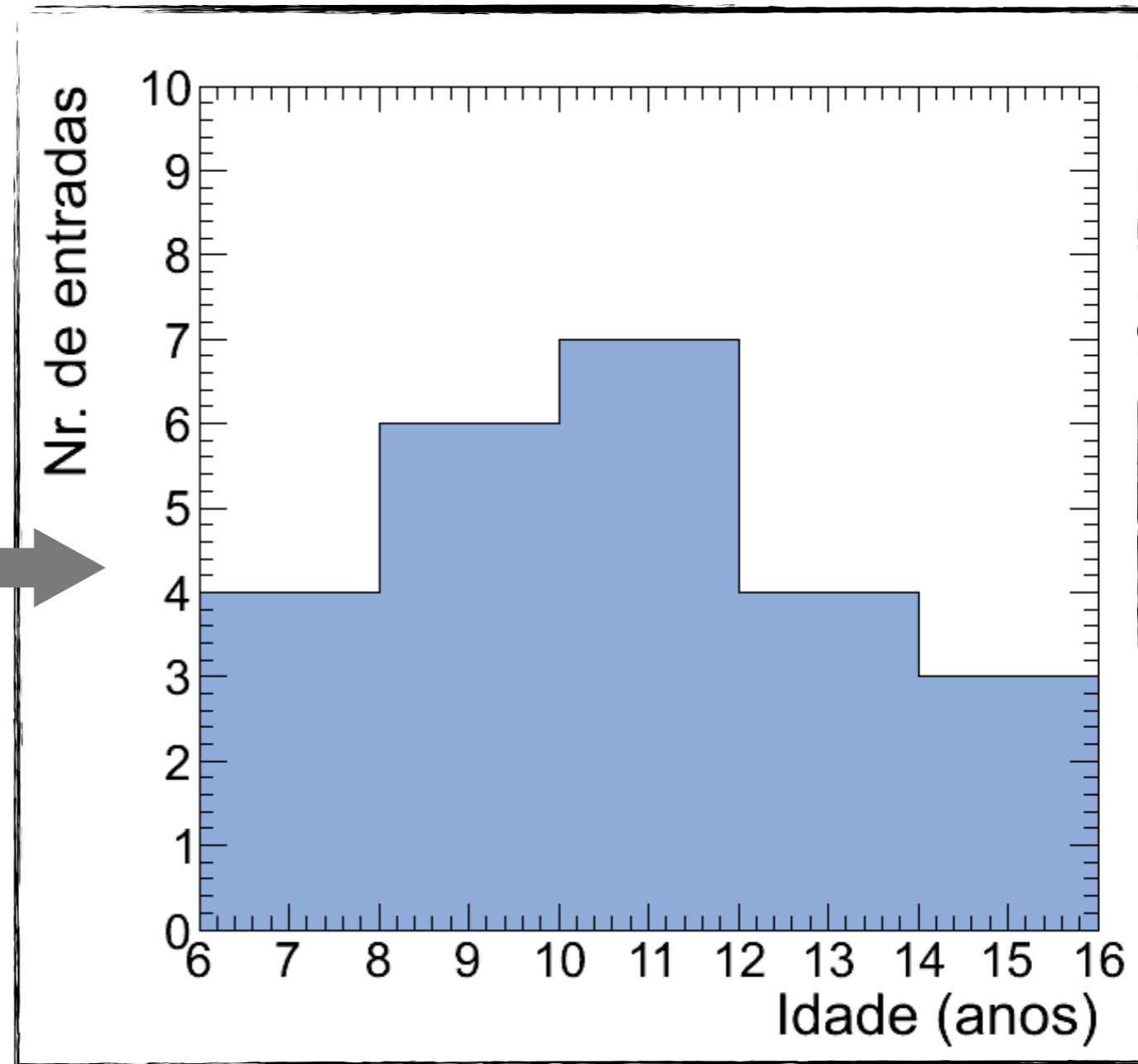
Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

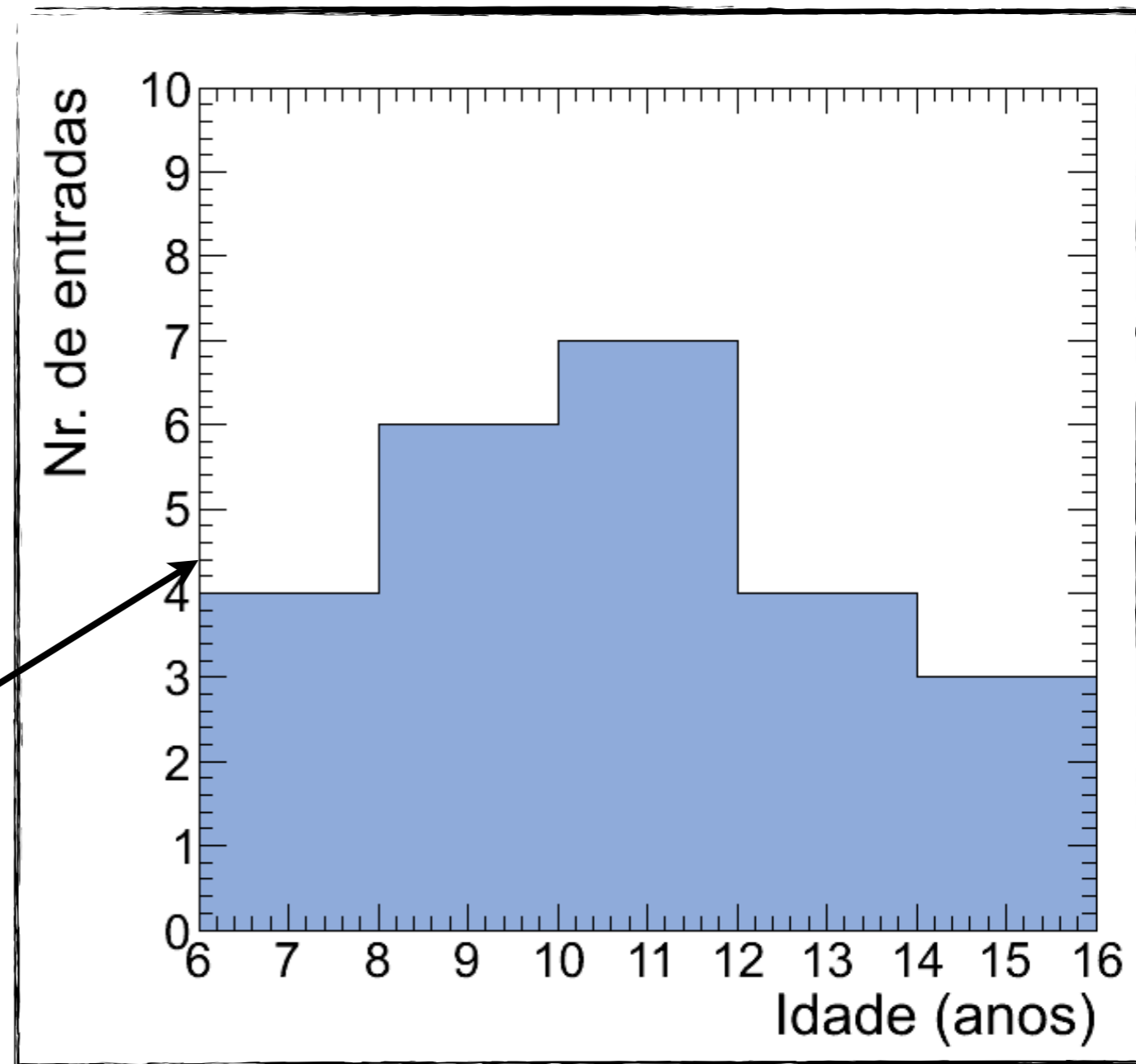
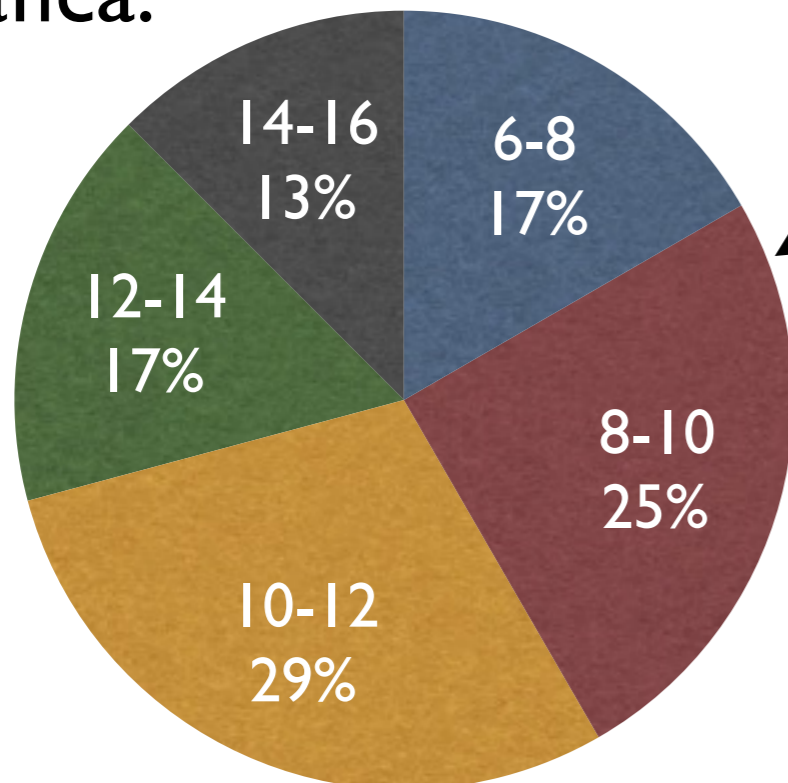


Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

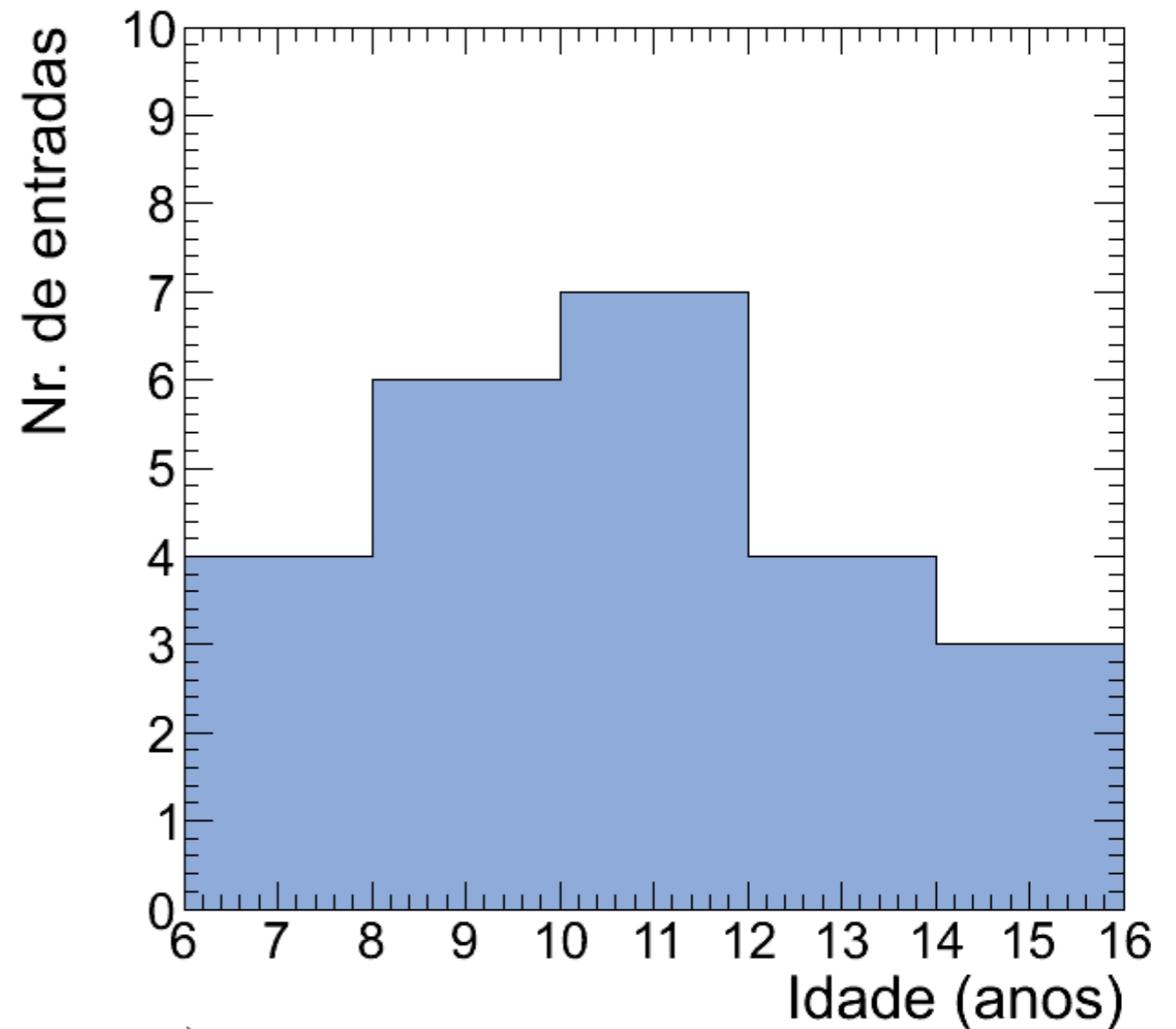
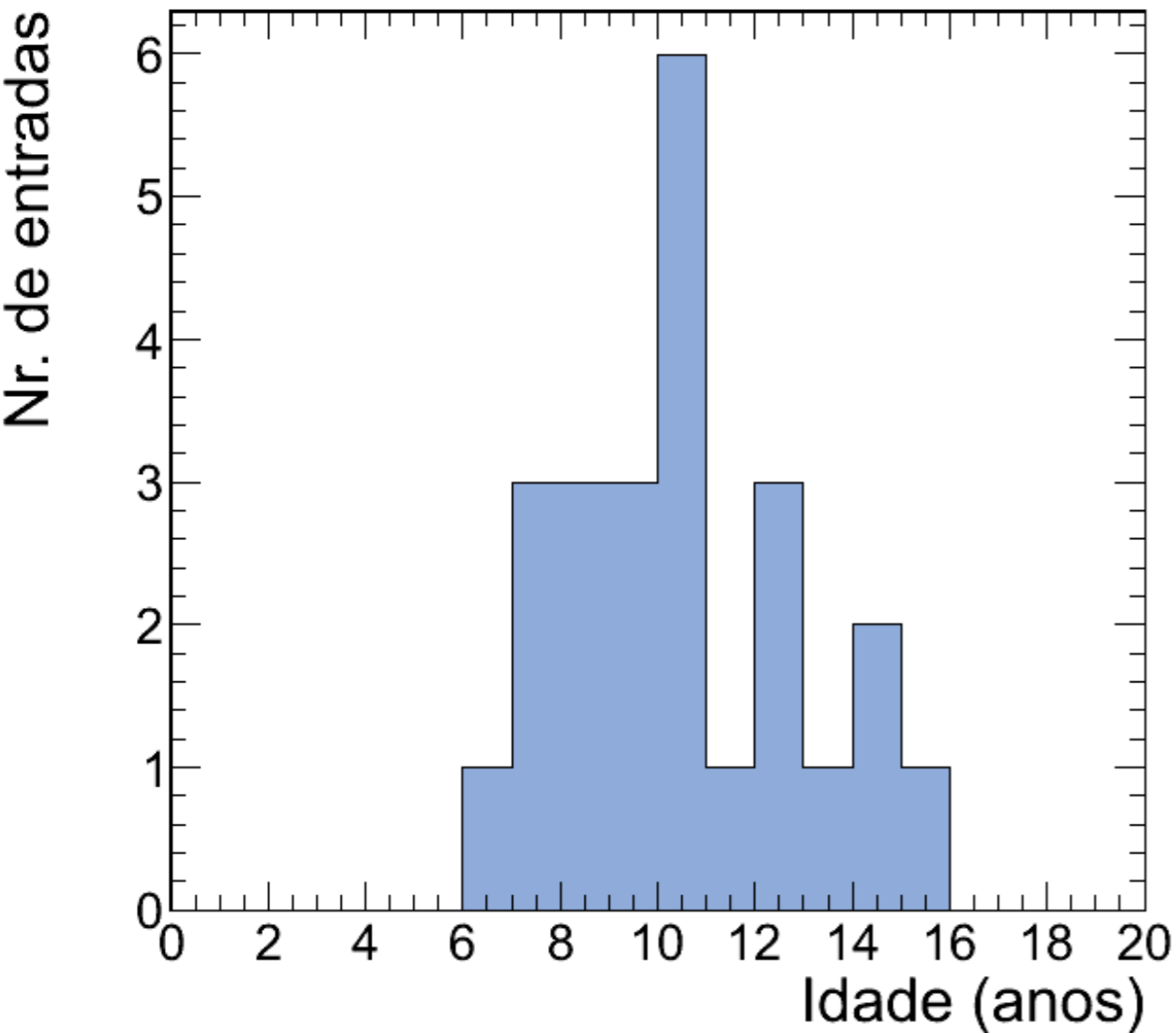
{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Outra representação gráfica:



Organizando um conjunto de dados: Histogramas

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?



➔
Maior valor de intervalo

Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

$$\bar{x} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo

$$\boxed{\bar{x}} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo

$$\boxed{\bar{x}} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Cada elemento do conjunto de dados

Parâmetros de posição

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência

Cada classe possui ponto médio $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$:

Parâmetros de posição

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência

Cada classe possui ponto médio $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$:

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

Parâmetros de posição

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência

Cada classe possui ponto médio $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$:

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

M : número de classes de frequência

N : número total de elementos

Parâmetros de posição

Média: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em M classes de frequência

Cada classe possui ponto médio $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ e frequência $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$:

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

M : número de classes de frequência

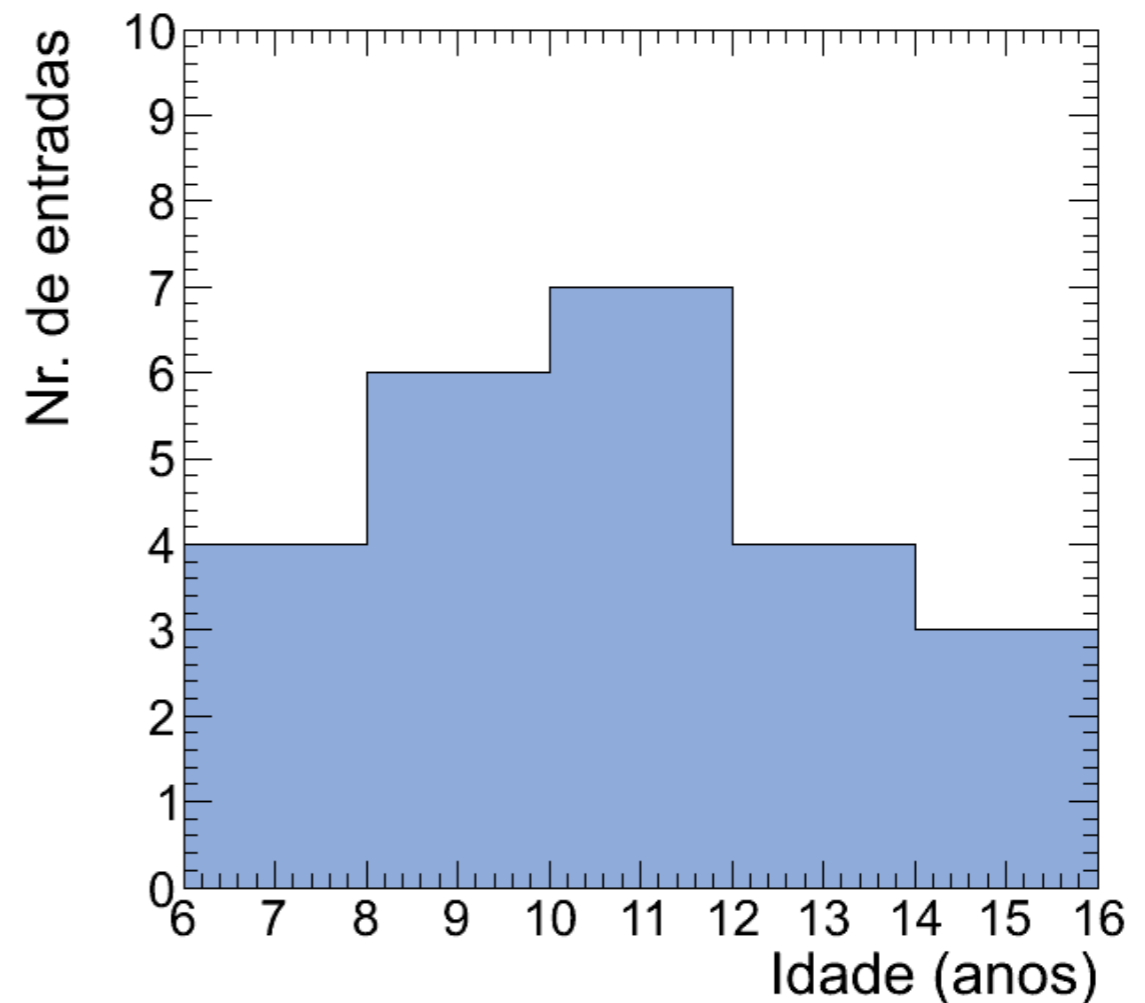
N : número total de elementos $\sum_{j=1}^M n_j = n_1 + n_2 + \dots + n_M = N$

Parâmetros de posição

ii) *Moda*: Valor mais frequente de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo: x_{mod}

Para dados agrupados em classes de frequências a moda é o ponto médio da classe de maior frequência

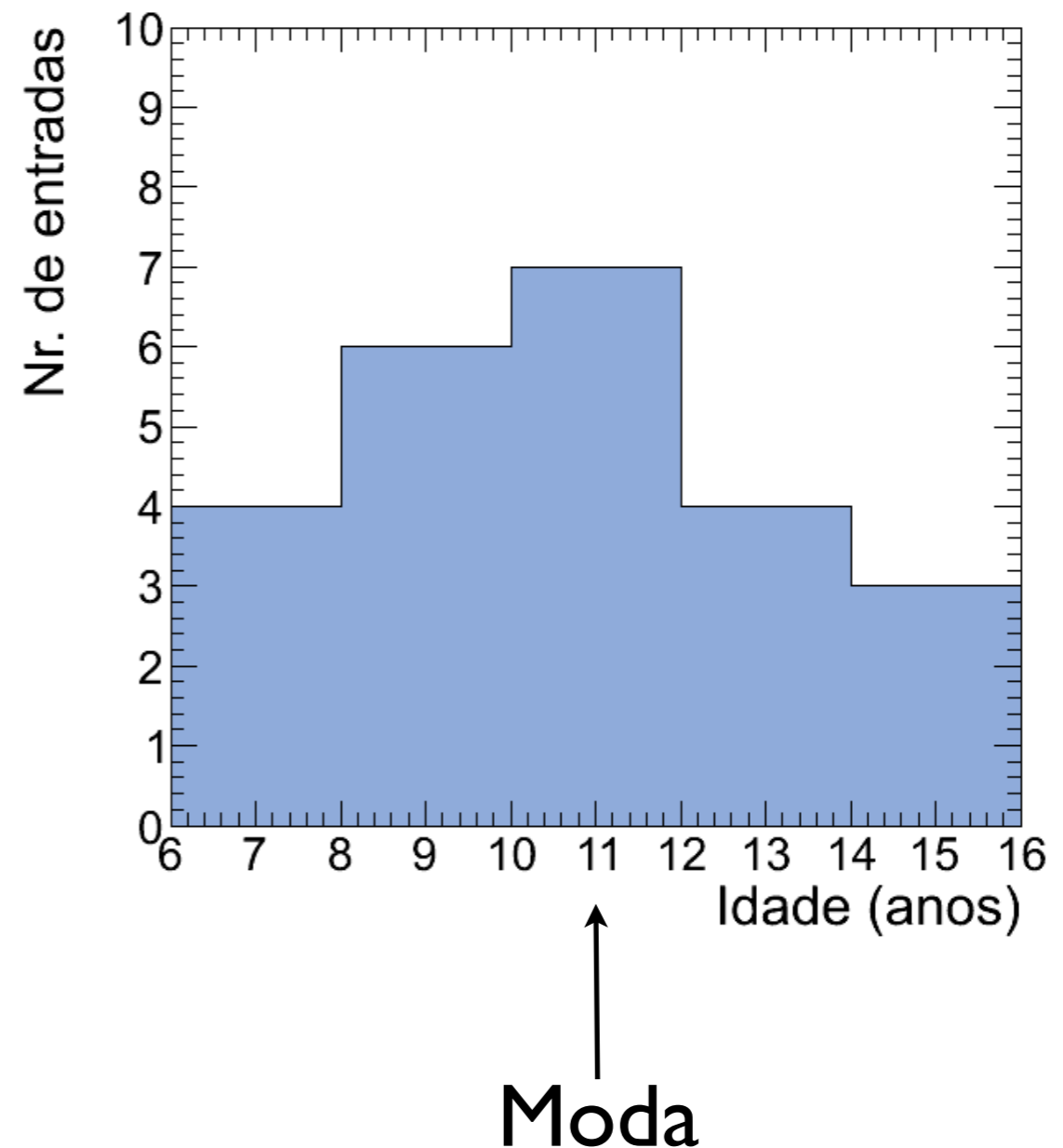


Parâmetros de posição

ii) *Moda*: Valor mais frequente de um conjunto de dados $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo: x_{mod}

Para dados agrupados em classes de frequências a moda é o ponto médio da classe de maior frequência



Parâmetros de posição

iii) *Média quadrática*: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados:

$$\begin{aligned}x_{\text{rms}} &\equiv \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \\ &= \sqrt{\overline{x^2}}\end{aligned}$$

Parâmetros de posição

iii) *Média quadrática*: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados:

Símbolo

$$\boxed{x_{\text{rms}}} \equiv \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = \sqrt{\overline{x^2}}$$

Parâmetros de posição

iv) *Mediana*: valor que divide uma distribuição ordenada de dados de forma que metade dos dados está acima, e metade abaixo deste valor:

$$N(\text{ímpar}) \rightarrow x_{\text{med}} = x_{(N+1)/2}$$

$$N(\text{par}) \rightarrow x_{\text{med}} = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2+1)}}{2}$$

Exemplo: Medida do comprimento de uma mesa

N medidas do comprimento de uma mesa

Medida	L (cm)
1	149,81
2	149,90
3	150,10
4	150,50
5	149,80
6	149,80
7	149,71
8	150,21
9	149,75
10	150,10
11	150,15
12	150,10
13	150,00
14	150,40
15	149,91
16	150,10
17	150,09
18	150,00

Parâmetros de dispersão

i) *Amplitude*: Diferença entre os valores máximo e mínimo de uma coleção de dados $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$:

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

Parâmetros de dispersão

ii) *Desvio médio*: Média dos módulos dos desvios, em relação à média:

$$\overline{|\delta x|} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\delta x_i| = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| = \frac{|x_1 - \bar{x}| + \dots + |x_N - \bar{x}|}{N}$$

Parâmetros de dispersão

iii) *Variância*: Média dos quadrados dos desvios (δx_i):

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$


Note que a expressão para a variância pode ser simplificada por:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

Parâmetros de dispersão

iv) *Desvio padrão*: Raiz quadrada da variância, ou média quadrática dos desvios:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}}$$

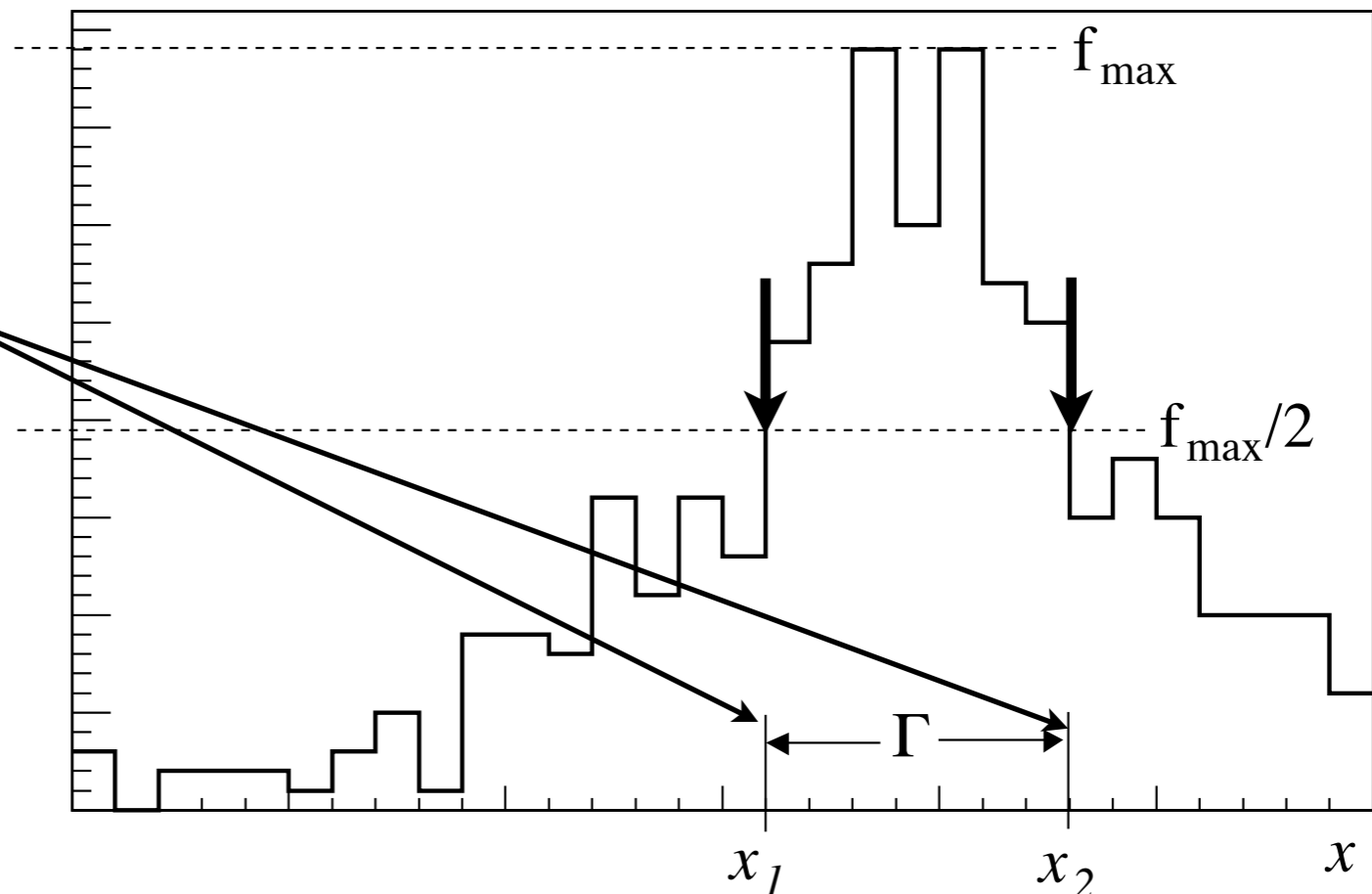
 $\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$

Parâmetros de dispersão

v) *Largura a meia altura*: Comprimento do intervalo limitado pelos valores (x_1, x_2) correspondentes à metade da frequência máxima:

Símbolo: Γ

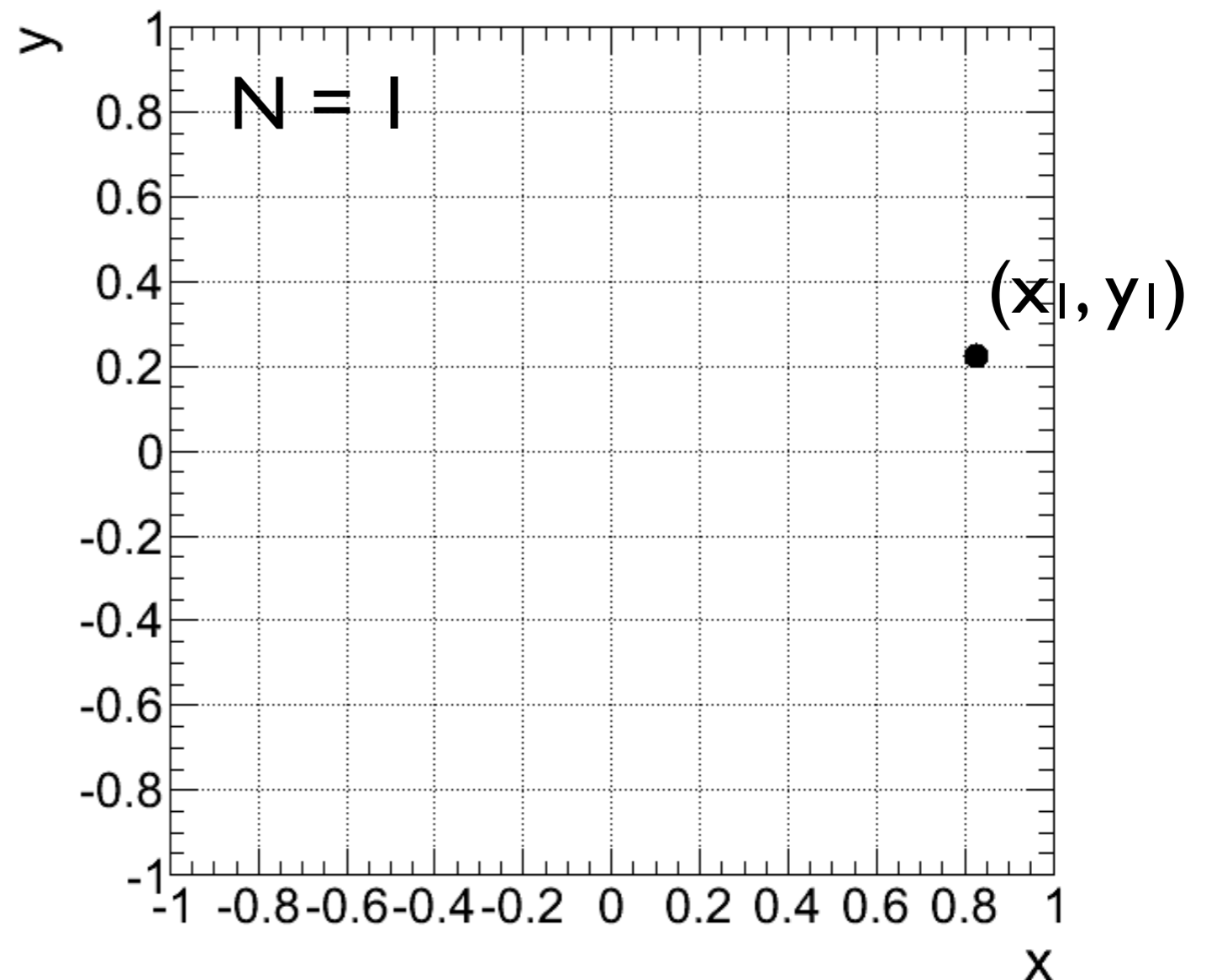
$$\Gamma = |x_2 - x_1|$$



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

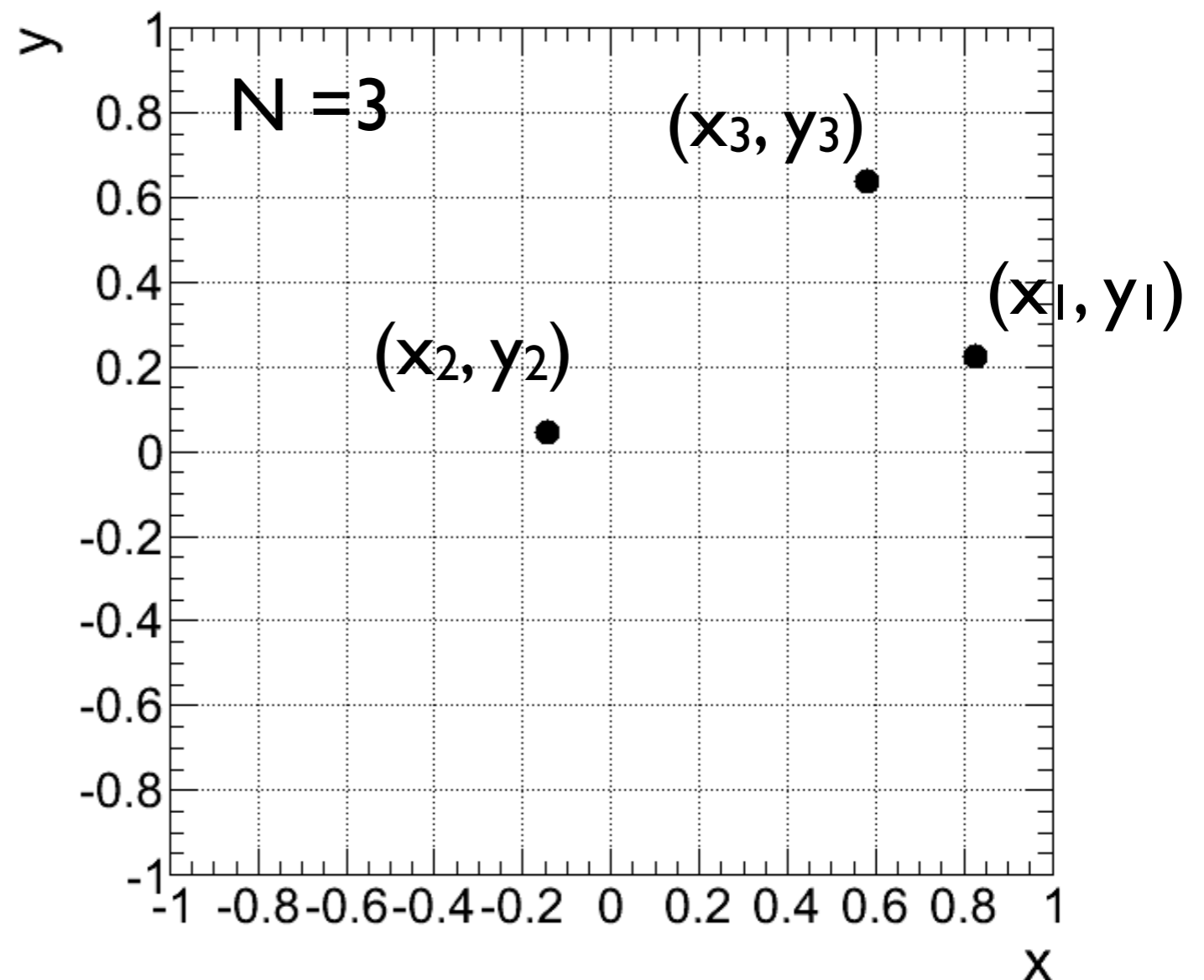
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

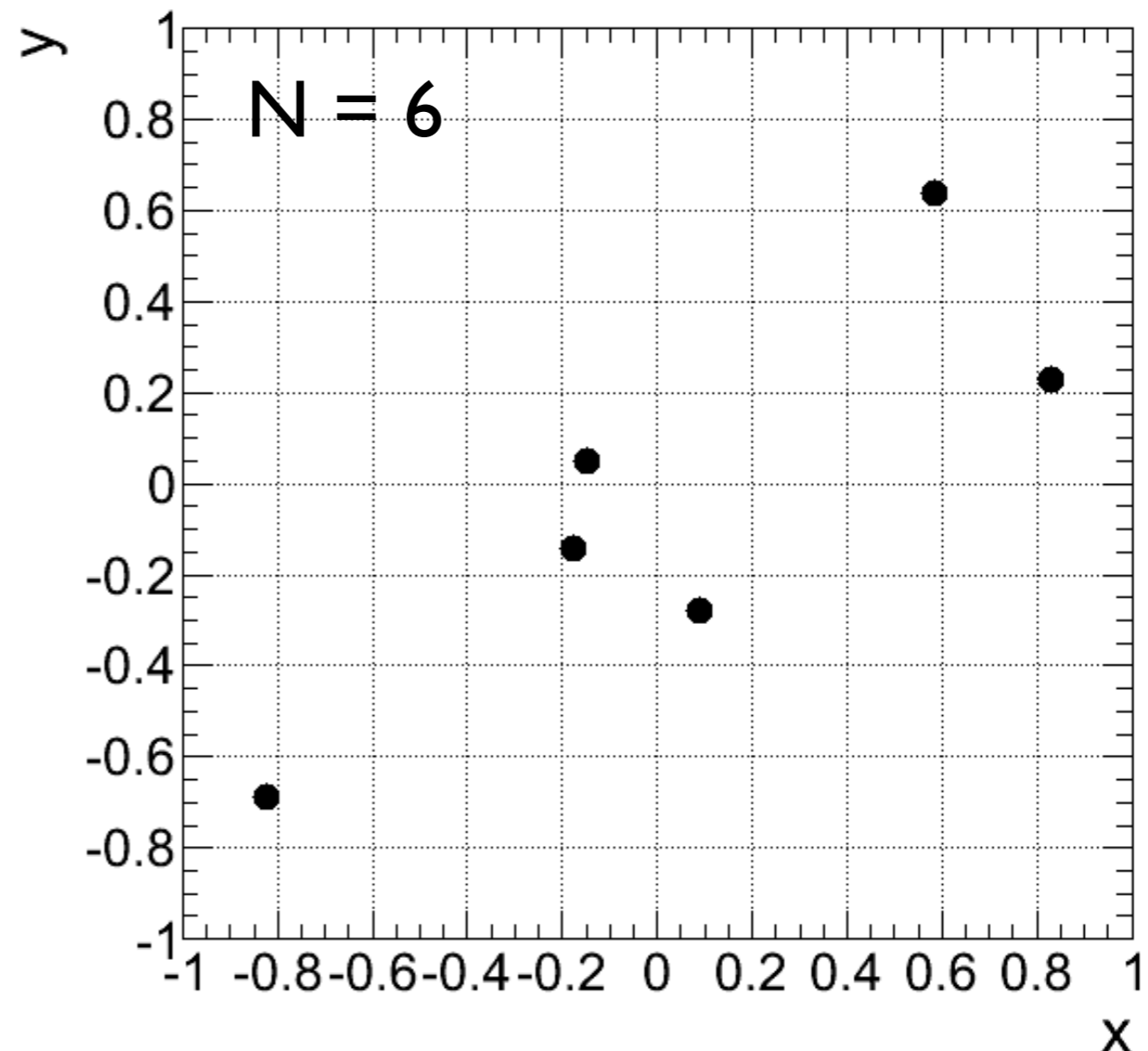
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

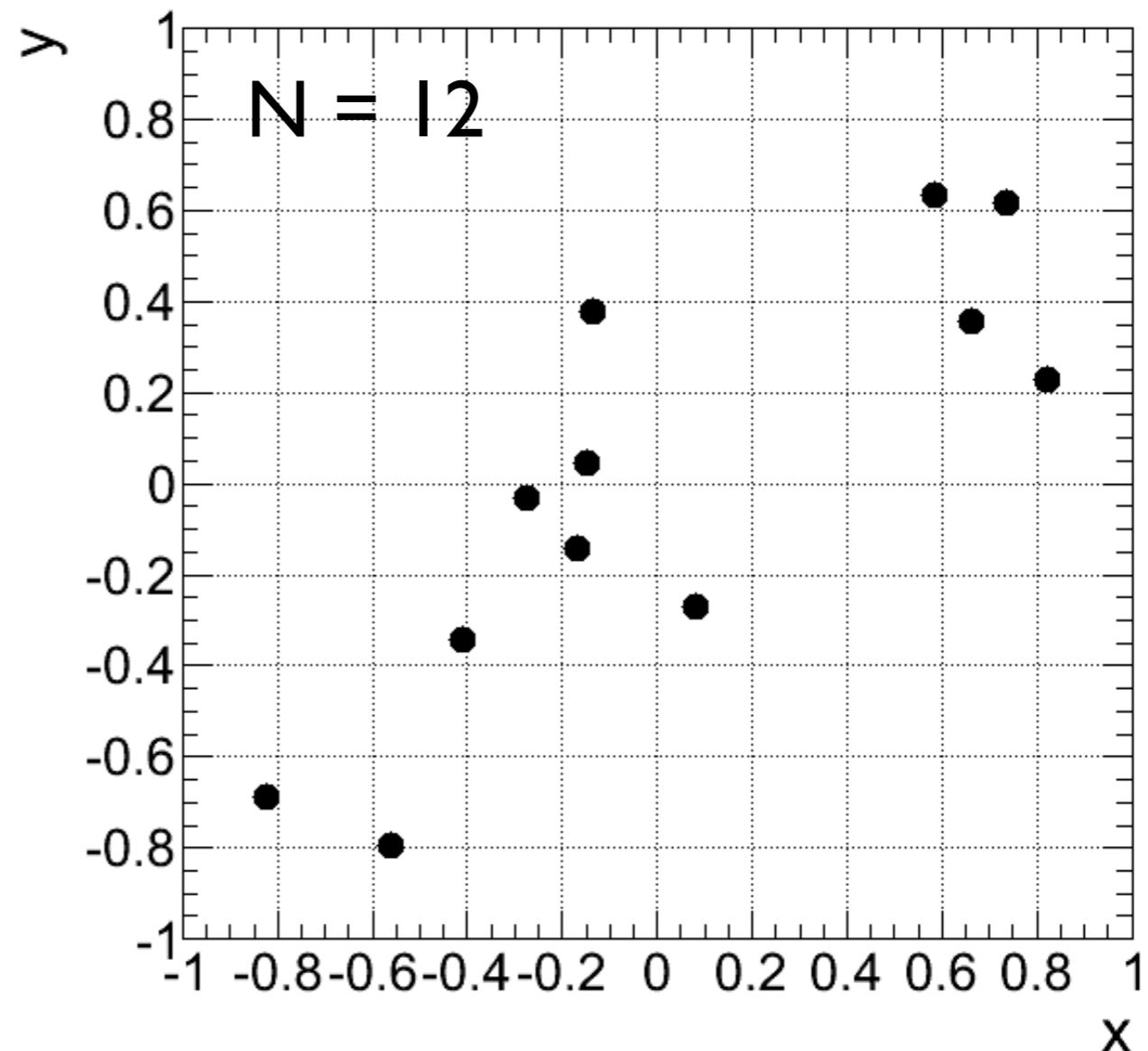
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

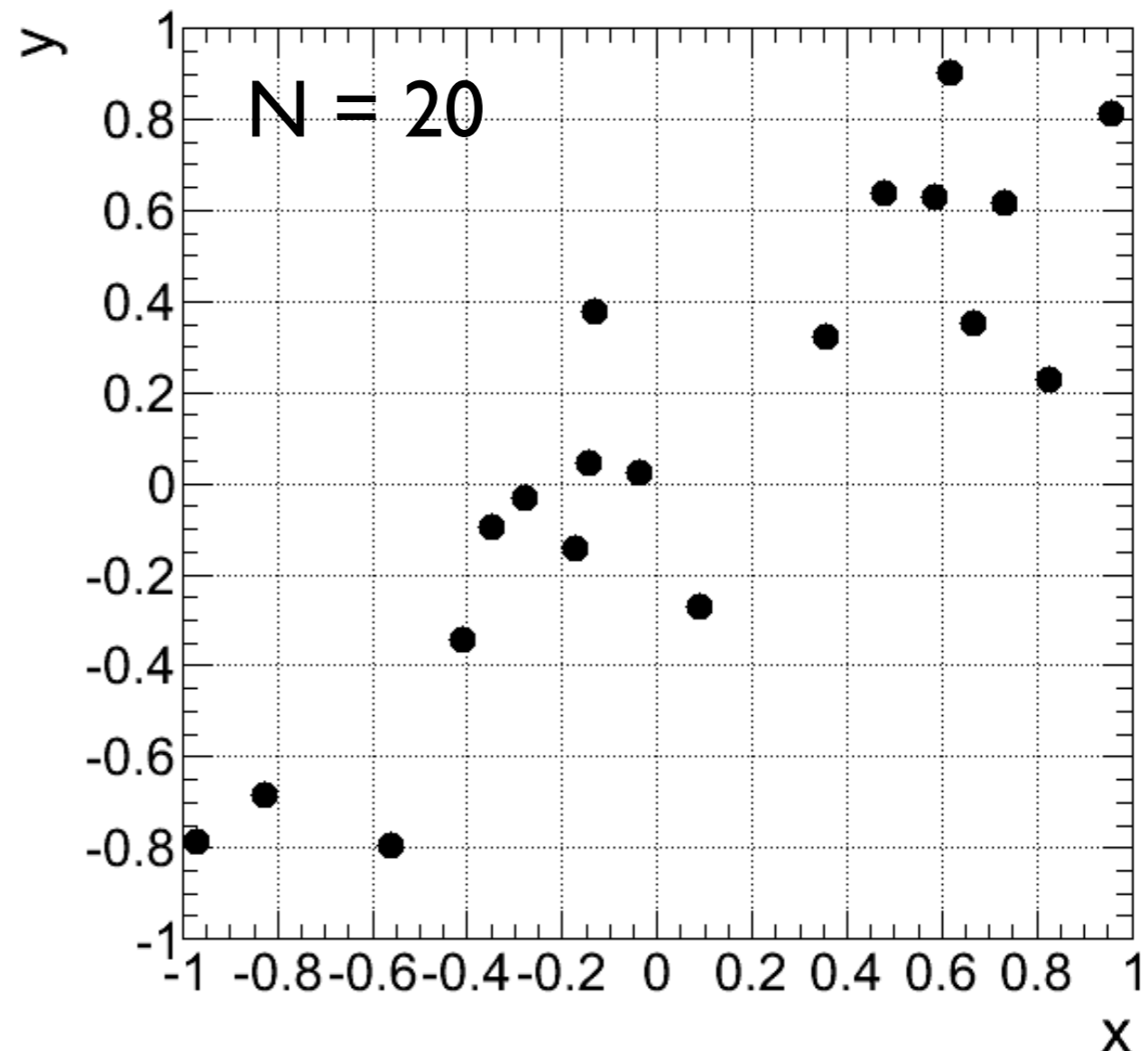
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

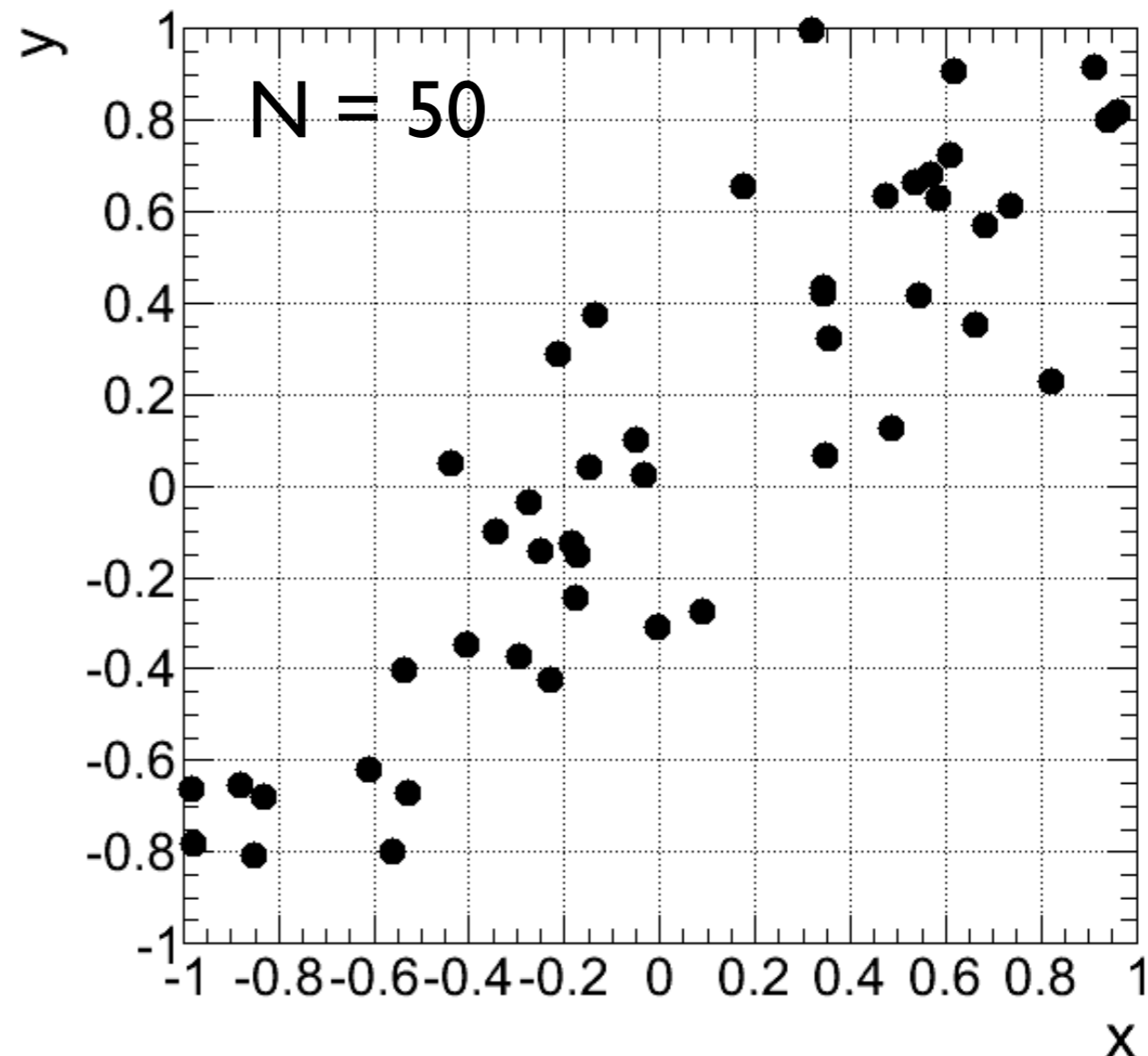
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

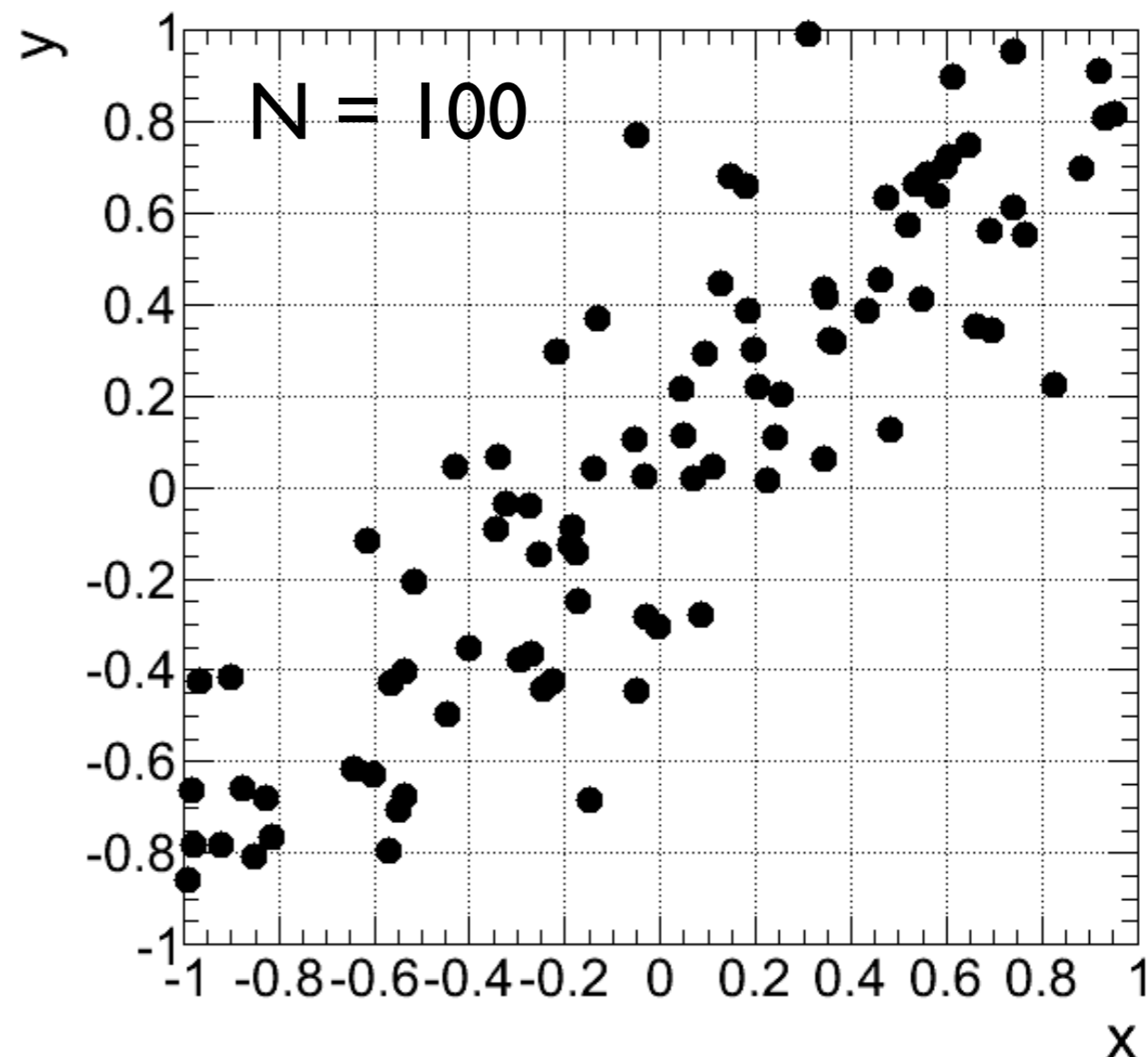
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis (x, y)



Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis (δx_i e δy_i)

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis (δx_i e δy_i)

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis (δx_i e δy_i)

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

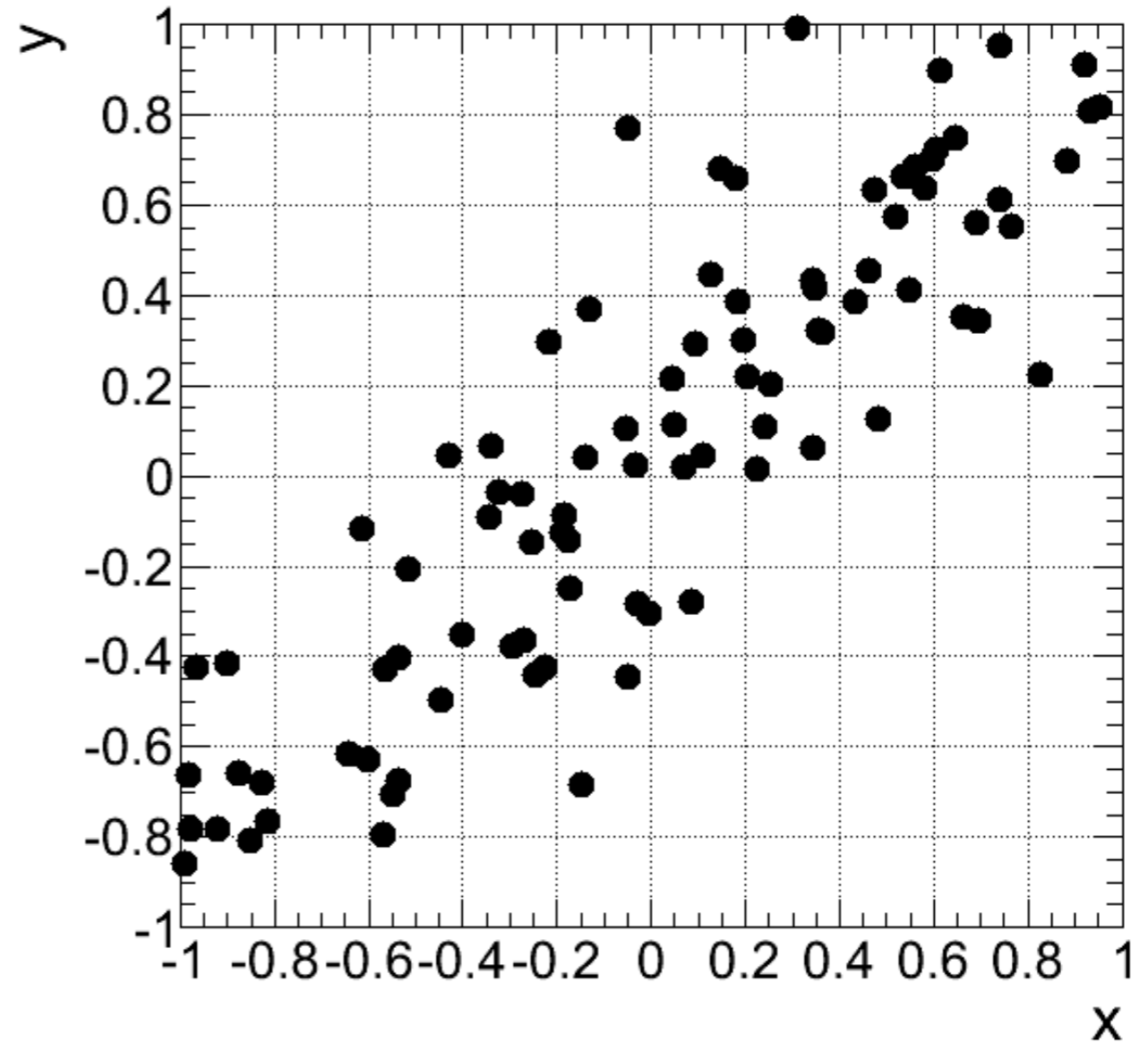
e que não importa a ordem das variáveis:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

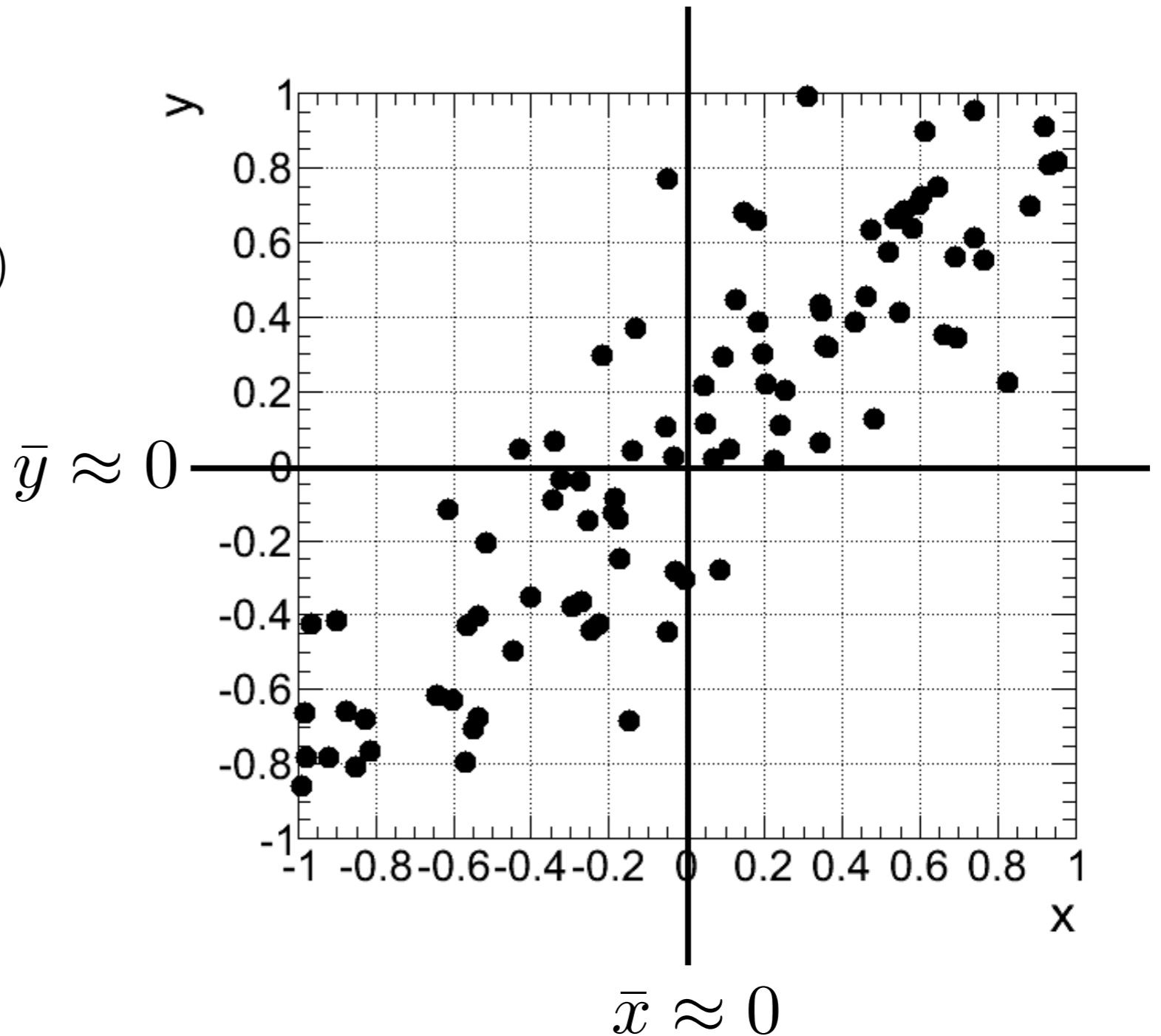
$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

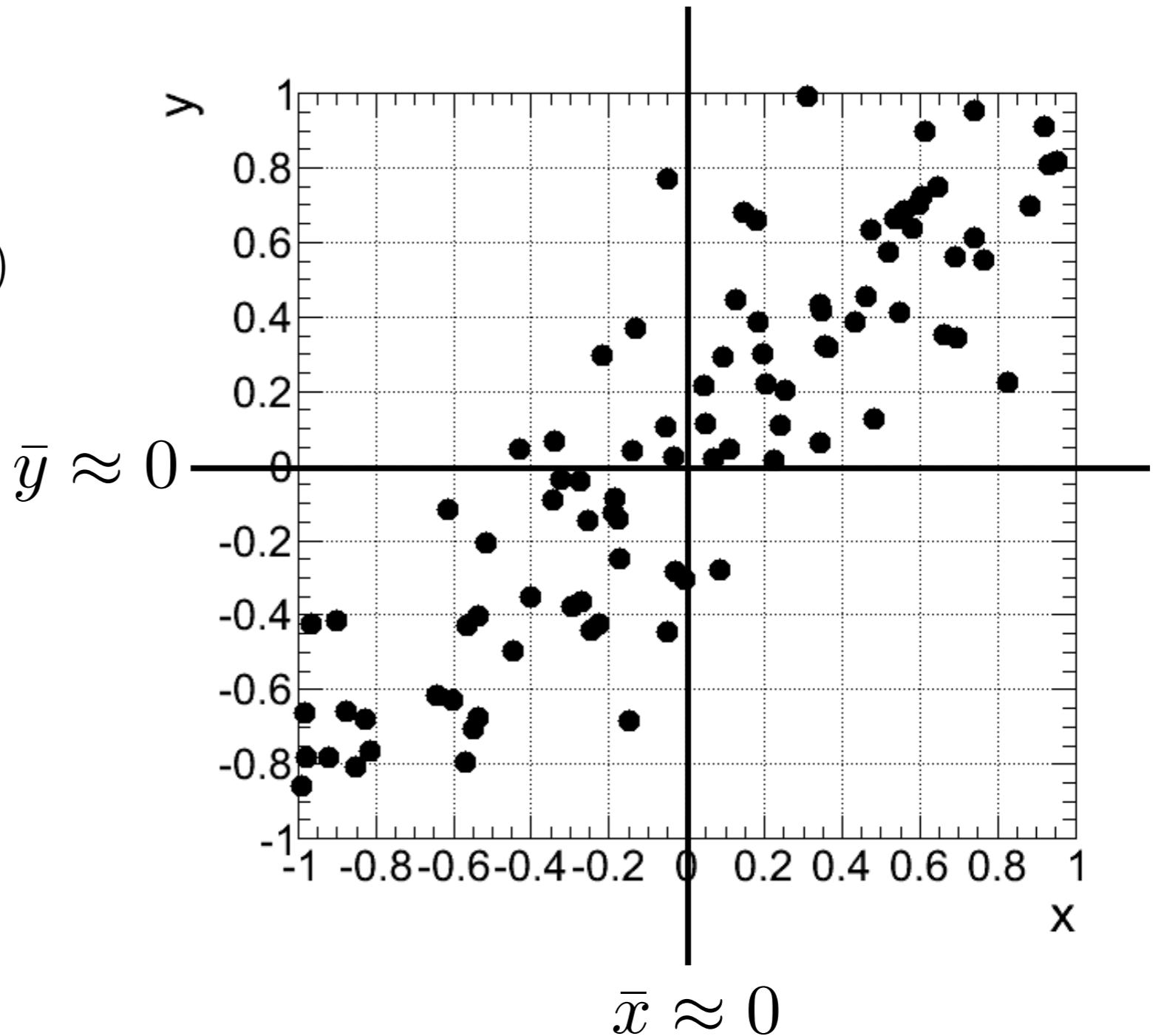


Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

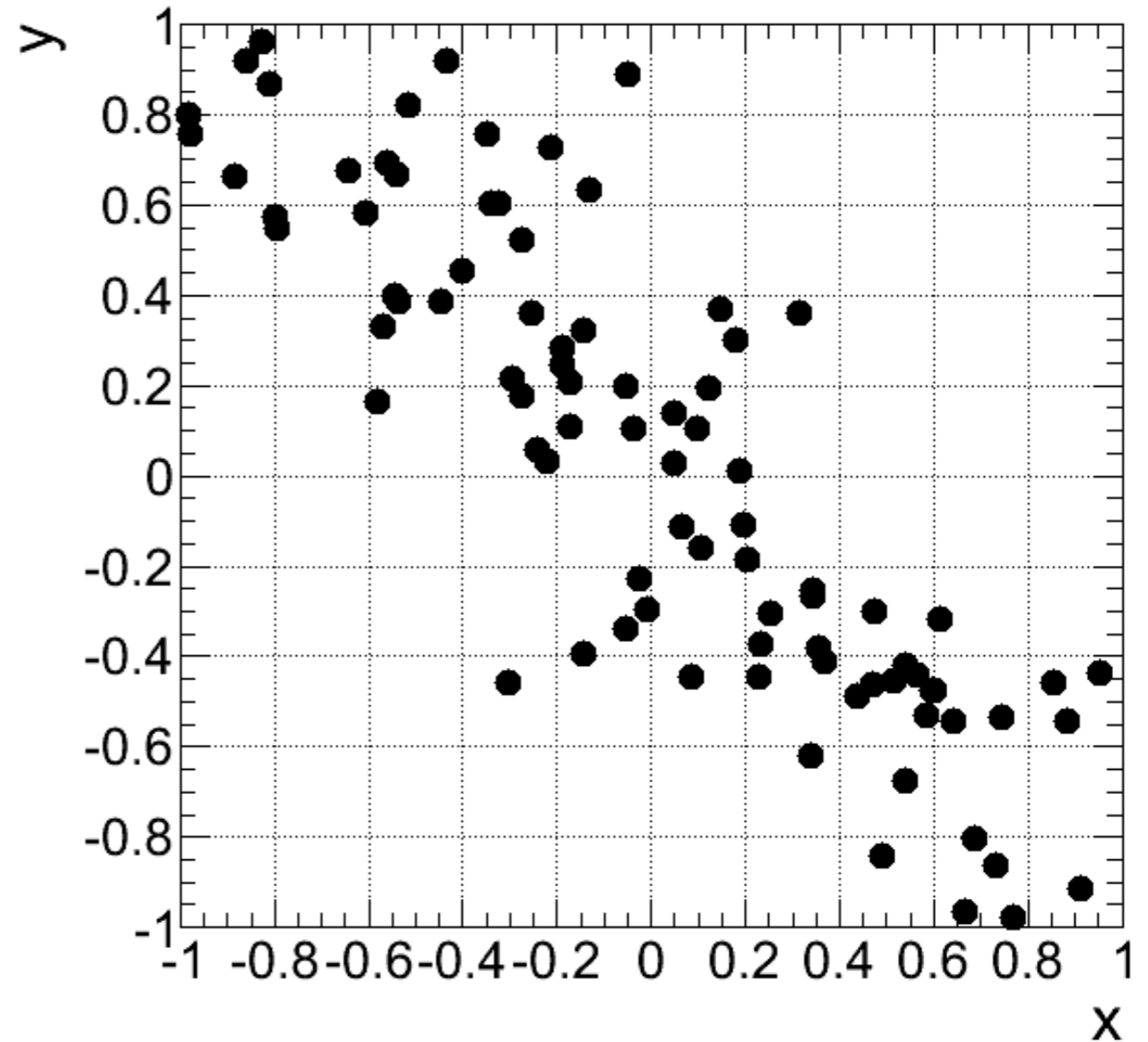
➔ $\sigma_{xy} > 0$



Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

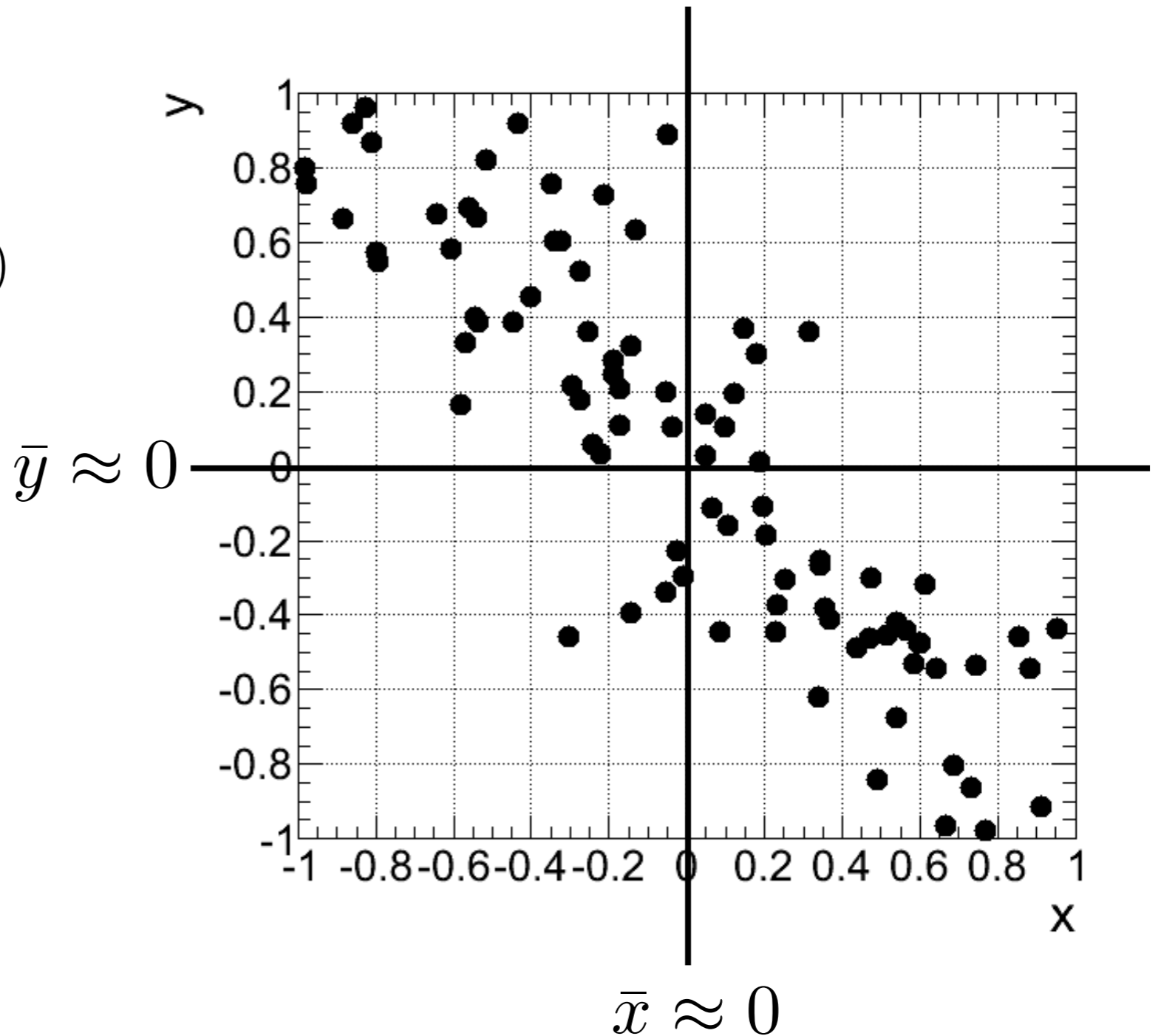
$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

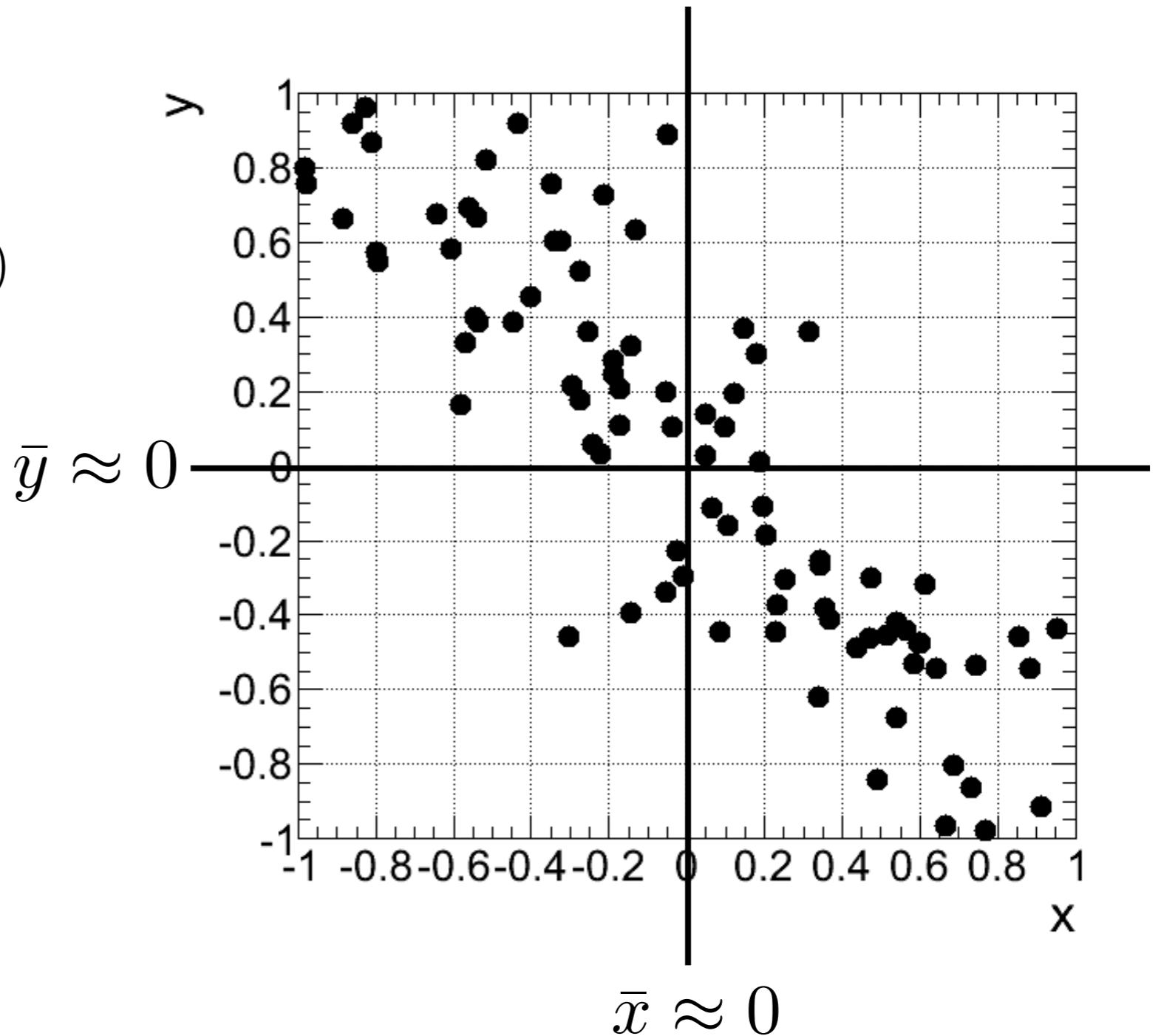


Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

➔ $\sigma_{xy} < 0$



Parâmetros de correlação

ii) *Coeficiente de correlação linear de Pearson*: covariância entre duas variáveis, dividida por seus desvios padrão

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad -1 \leq r \leq 1$$

Correlação linear, perfeita e positiva: $r = 1$

Correlação linear, perfeita e negativa: $r = -1$

Atividade de aula - Idade, massa e altura

Estudante	Idade (anos)	Massa (kg)	Altura (cm)
1	28	84	182
2	22	80	180
3	22	90	180
4	18	72	185
5	20	61	160
6	18	50	170
7	18	78	168
8	20	73	177
9	20	90	175
10	21	58	157
11	18	65	188
12	20	86	174
13	19	56	155
14	18	45	158
15	18	63	175
16	18	70	173
17	18	60	173
18	18	65	178
19	18	75	175
20	18	70	167
21	21	42	160
22	37	100	190

Ferramentas para análise de dados

É possível utilizar pacotes como Excel™ e similares para representação, análise e visualização de dados.

Como veremos, há outras ferramentas com mais recursos, incluindo as linguagens de programação Python e R, e suas bibliotecas e extensões.

Podemos listar como vantagens em utilizar tais linguagens de programação como ferramenta para análise de dados:

- São grátis (possuem licença livre).
- São intuitivas e de rápida aprendizagem.
- Integram uma vasta biblioteca para computação científica e análise de dados.
- São "portáteis": o código escrito nestas linguagens pode ser processado em qualquer sistema ou plataforma.

Extras