

# Física Geral - Laboratório

Organização e descrição de dados



# Física Geral - Laboratório

A nota de laboratório de Física Geral será composta dos resultados das provas e atividades de laboratório:

Média P1 + P2:	50% da nota final
Atividades de Laboratório:	50% da nota final

Sala do professor: 3018A (Bloco A)

Horário preferencial para dúvidas e questões relacionadas ao curso: 3a-feira 15:00 - 18:00 e 4a-feira 15:00 - 18:00

Contato por e-mail: [antonio.pereira@uerj.br](mailto:antonio.pereira@uerj.br)

Página do curso de Física Geral:

<http://dfnae.fis.uerj.br/twiki/bin/view/DFNAE/FisicaGeral>

# Física Geral

## Bibliografia:



“Estimativas e Erros em Experimentos de Física”  
(EdUERJ)

# Dados e medidas

*Dados:* Valores ou qualificações de atributos dos elementos de um conjunto

*Medidas:* Dados numéricos associados a grandezas que descrevem um fenômeno ou sistema físico

# Dados brutos

*Exemplo de conjunto de dados:*

1) Valores das idades de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 18 anos

Estudante 2: 19 anos

Estudante 3: 18 anos

Unidade: Anos

# Dados brutos

*Exemplo de conjunto de dados:*

2) Valores das massas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 60,2 Kg

Estudante 2: 72,4 Kg

Estudante 3: 65,6 Kg

Unidade: Quilograma (Kg)

# Dados brutos

*Exemplo de conjunto de dados:*

3) Valores das alturas de um grupo de estudantes de Física Geral

Estudante 1: 172 cm

Estudante 2: 168 cm

Estudante 3: 180 cm

Unidade: Centímetro (cm)

# Dados e medidas

Representação do conjunto de dados:

Idades dos estudantes = {18; 19; 18} (anos)

Massas dos estudantes = {60,2; 72,4; 65,6} (Kg)

Alturas dos estudantes = {172; 168; 180} (cm)

Em geral:

$\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\} = \{\text{valor nº 1, valor nº 2, valor nº 3, \dots, valor nº 'N'}\}$

# Dados e medidas

Outros exemplos:

Medidas do comprimento de uma mesa:

$\{150,3; 152,0; 150,4; 151,8\}$  (cm)

Medidas de temperatura de uma sala:

$\{29,3; 28,6; 30,4\}$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

Medidas da tensão da rede elétrica:

$\{115,2; 124,5; 128,3; 121,1\}$  (V)

Tipo sanguíneo dos estudantes de FG (exemplo de categoria):

$\{\text{'O-'; 'A-'; 'O+'}\}$

# Organizando um conjunto de dados: Tabelas

*Tabelas: arranjos, ordenados ou não, de dados*

Estudante de FG	Idade (anos)	Massa (Kg)	Altura (cm)
1	18	60,2	172
2	19	72,4	168
3	18	65,6	180

Mesa	Comprimento (cm)
1	150,3
2	152,0
3	150,4
4	151,8

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

*Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado*

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

*Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado*

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Computar frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de histogramas

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

*Classes: Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado*

*Histogramas: Número de ocorrências ou frequência das *classes de agrupamento* de um conjunto de dados*

- Passo nº 1: Definir classes de agrupamento de dados
- Passo nº 2: Computar frequências para cada classe de dados
- Passo nº 3: Representar graficamente frequências em forma de histogramas

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

*Classes:* Intervalos em que um conjunto de dados é agrupado

*Histogramas:* Número de ocorrências ou frequência das classes de agrupamento de um conjunto de dados

Exemplo:

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

← 24 elementos

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

---

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

---

Escolha 1:

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Um conjunto maior de dados (idades): {10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

---

Escolha 1:

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

Escolha 2:

Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

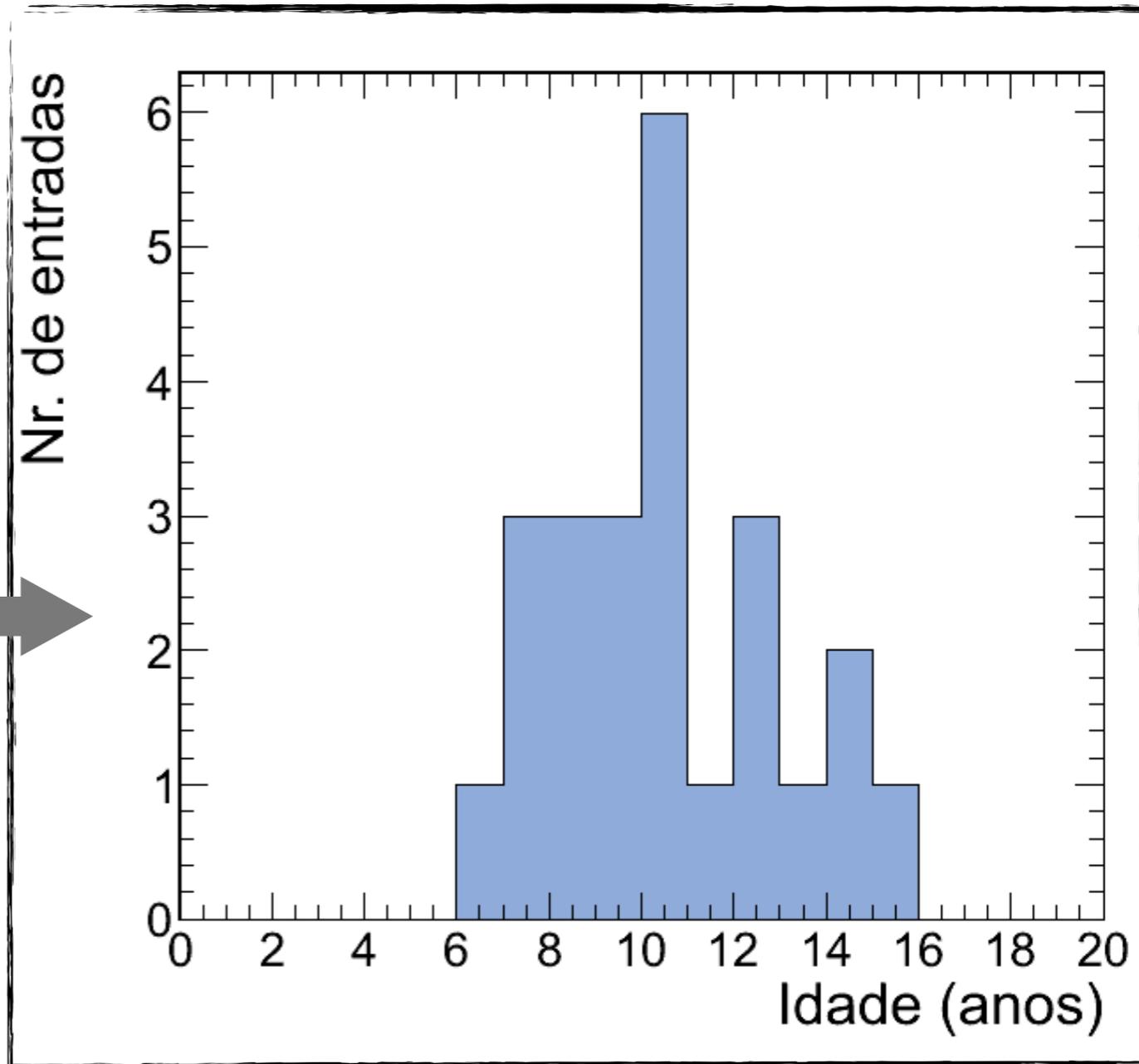
Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Classe de idades (anos)	Frequências
6	1
7	3
8	3
9	3
10	6
11	1
12	3
13	1
14	2
15	1



# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

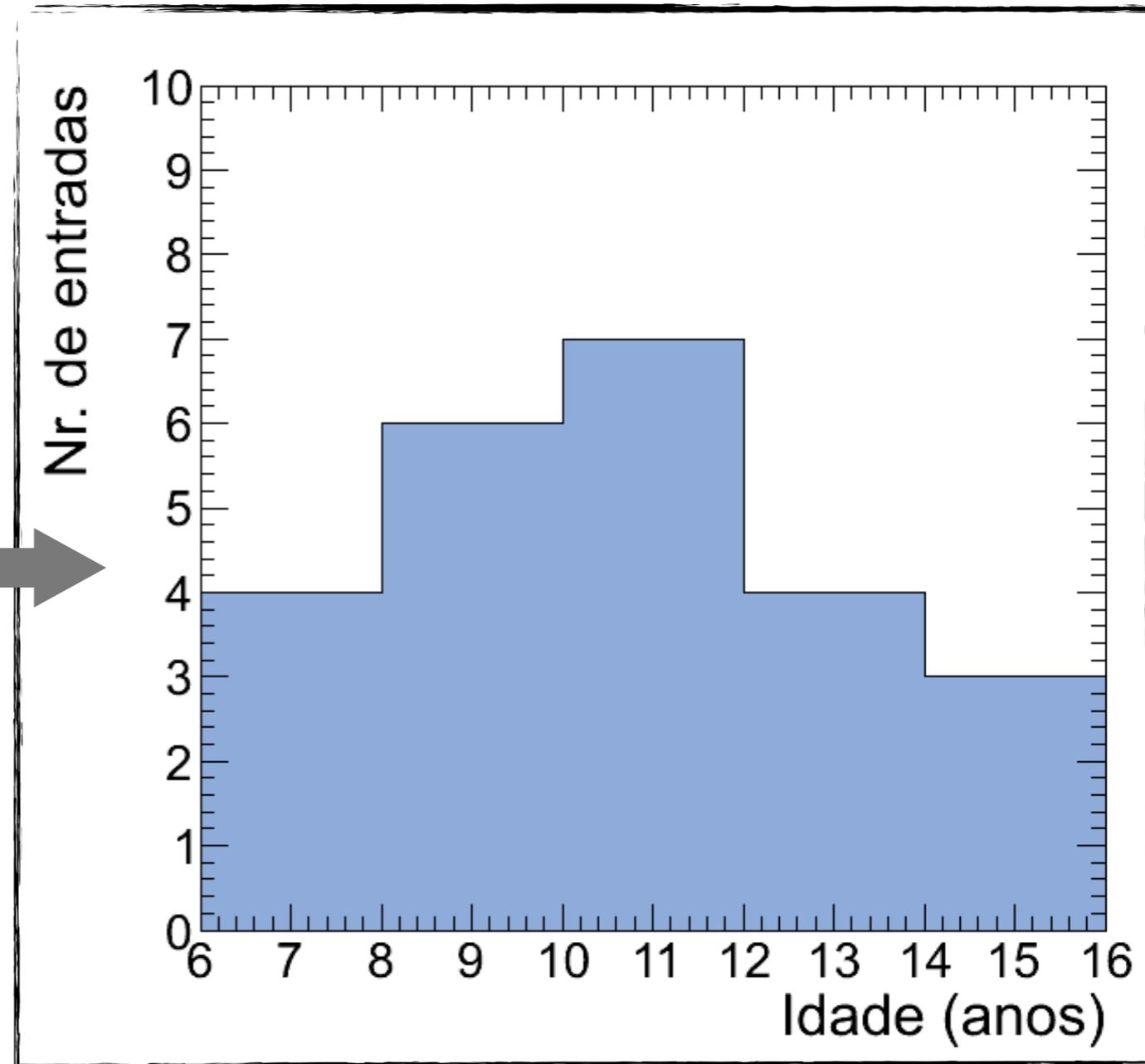
Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Classe de idades (anos)	Frequência
[6 - 8)	4
[8 - 10)	6
[10 - 12)	7
[12 - 14)	4
[14 - 16)	3

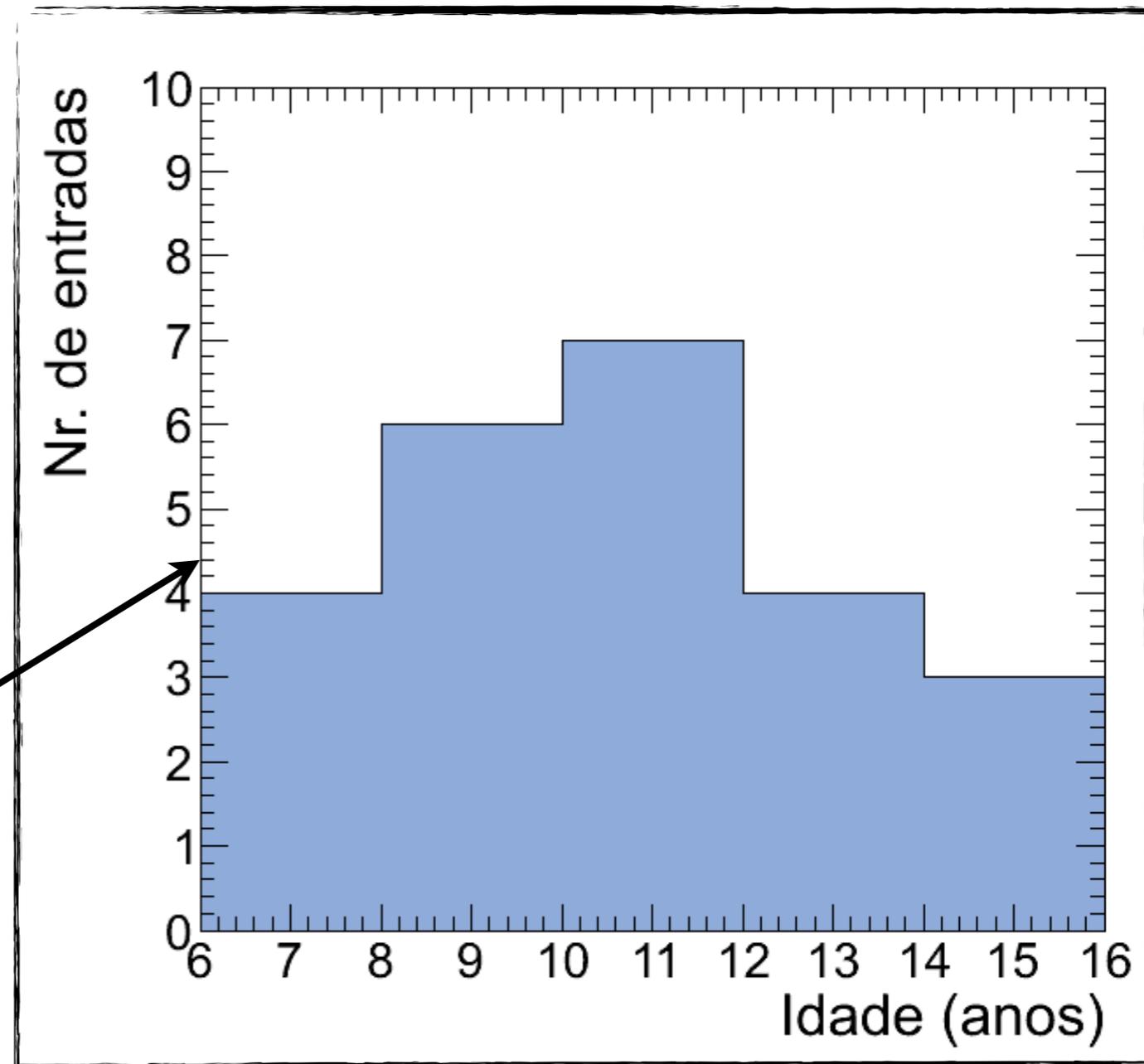
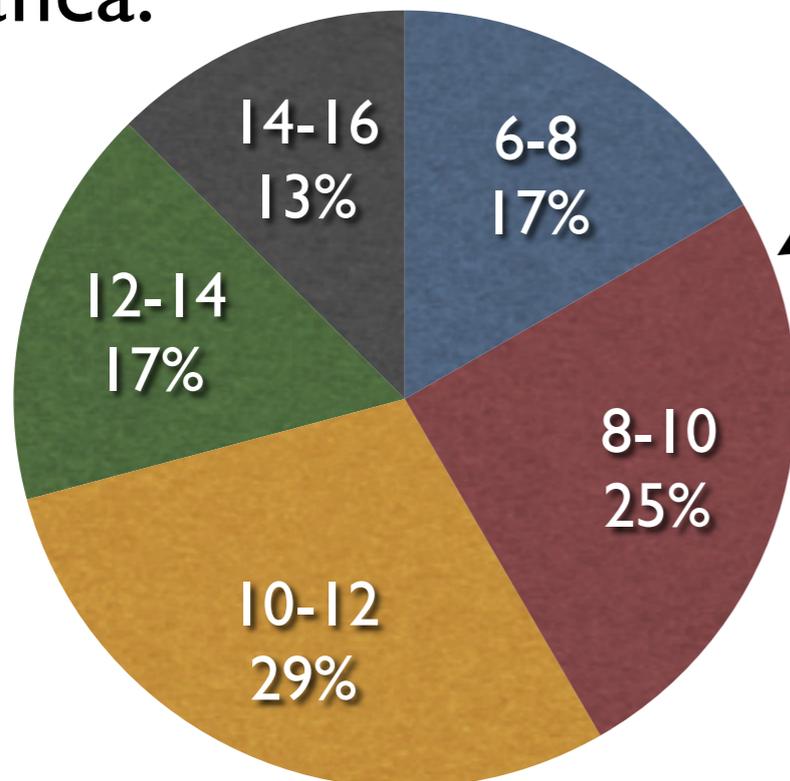


# Organizando um conjunto de dados: Classes e Histogramas

Conjunto de idades:

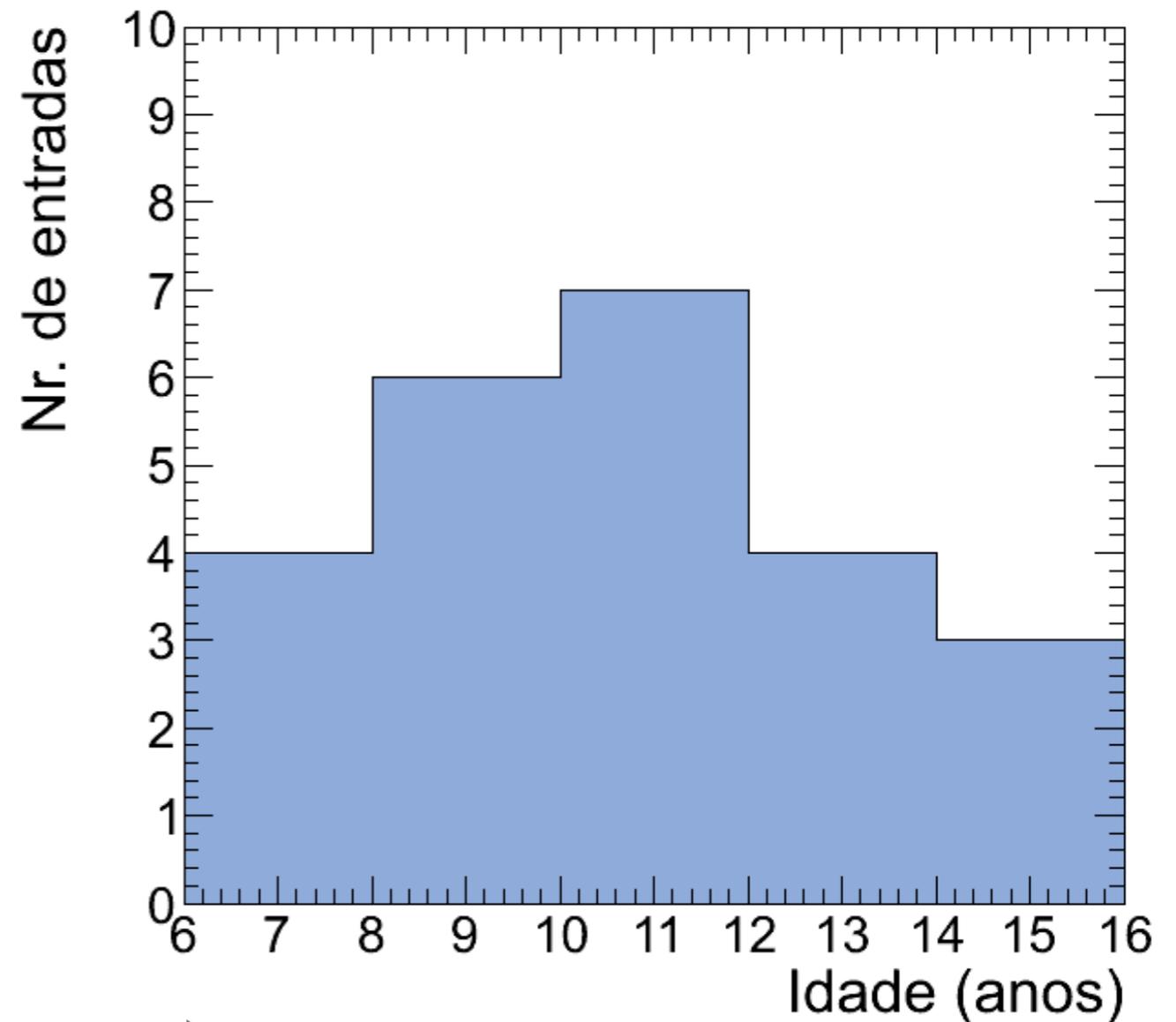
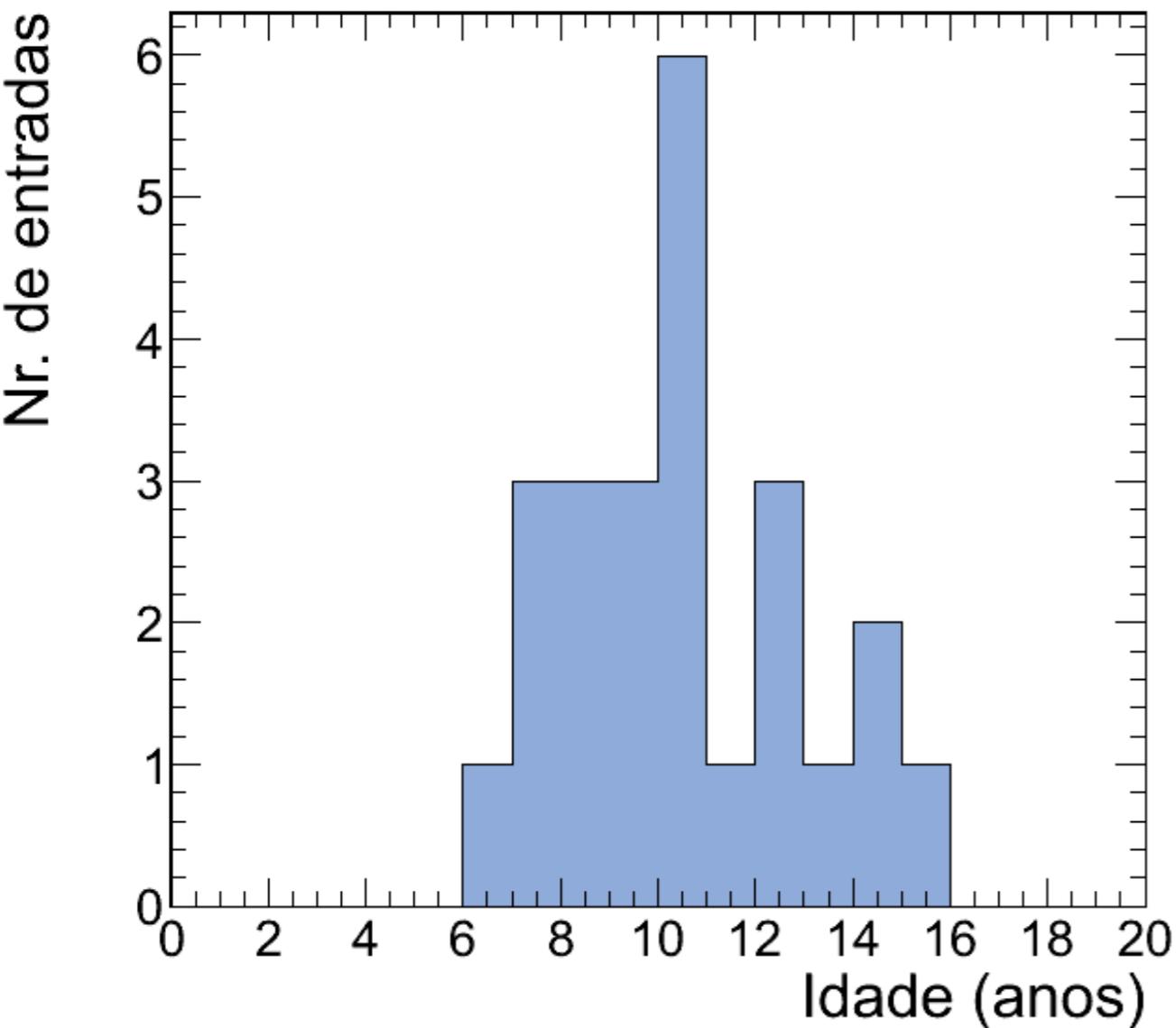
{10, 7, 10, 11, 10, 15, 8, 12, 14, 9, 6, 8, 7, 14, 10, 10, 7, 12, 12, 9, 13, 10, 9, 8} (anos)

Outra representação gráfica:



# Organizando um conjunto de dados: Histogramas

Que tamanho de intervalo devemos usar para cada classe de frequência?



Maior valor de intervalo

# Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

$$\bar{x} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

# Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo

$$\boxed{\bar{x}} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

# Parâmetros de posição

i) *Média*: Valor médio de um conjunto de dados  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo

$$\boxed{\bar{x}} \equiv \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Cada elemento do conjunto de dados

# Parâmetros de posição

*Média*: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em  $M$  classes de frequência

Cada classe possui ponto médio  $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$  e frequência  $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ :

# Parâmetros de posição

*Média*: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em  $M$  classes de frequência

Cada classe possui ponto médio  $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$  e frequência  $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ :

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

# Parâmetros de posição

*Média*: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em  $M$  classes de frequência

Cada classe possui ponto médio  $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$  e frequência  $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ :

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

$M$ : número de classes de frequência

$N$ : número total de elementos

# Parâmetros de posição

*Média*: Valor médio de um conjunto de dados agrupados em  $M$  classes de frequência

Cada classe possui ponto médio  $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$  e frequência  $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ :

$$\bar{x} \approx \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_M x_M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M n_j x_j$$

$M$ : número de classes de frequência

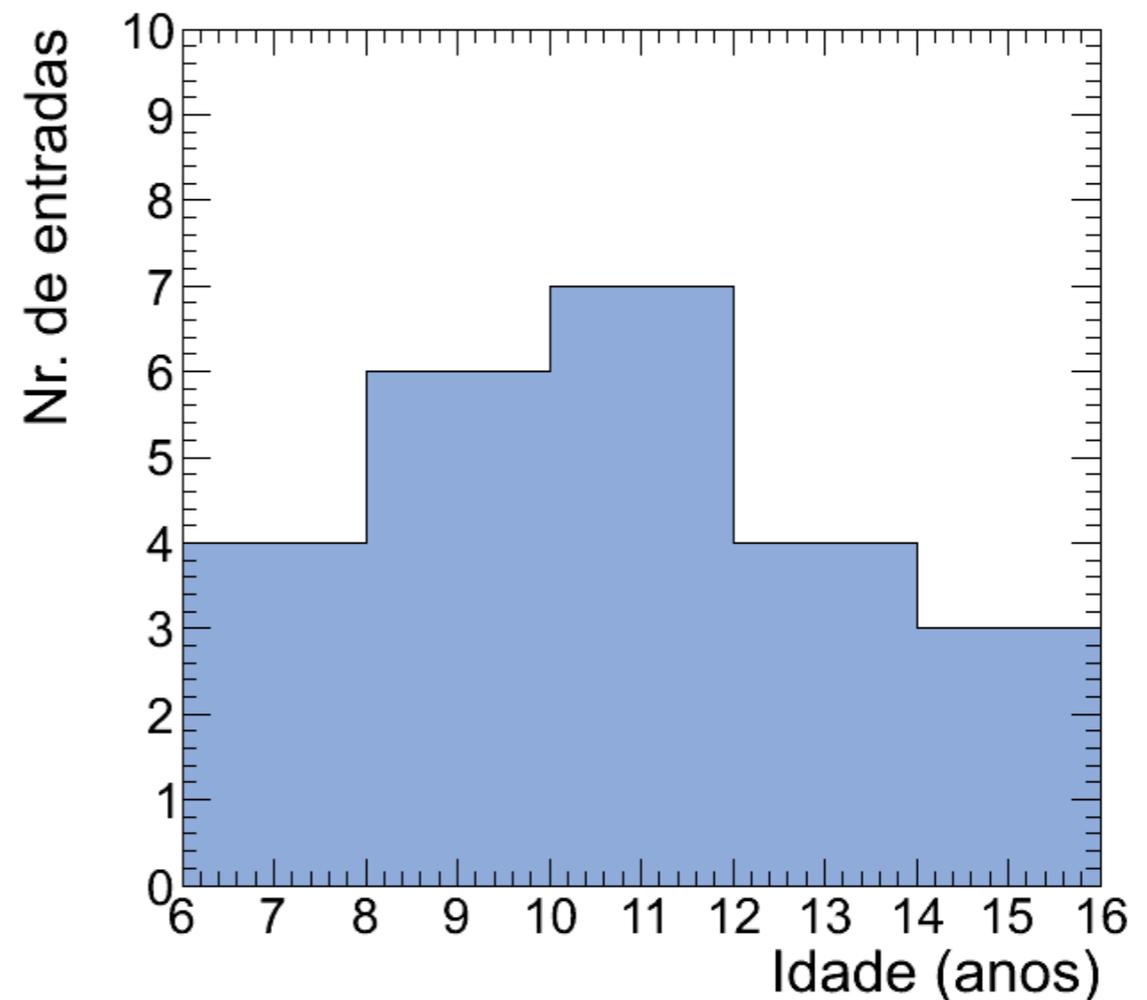
$N$ : número total de elementos  $\sum_{j=1}^M n_j = n_1 + n_2 + \dots + n_M = N$

# Parâmetros de posição

ii) *Moda*: Valor mais frequente de um conjunto de dados  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo:  $x_{\text{mod}}$

Para dados agrupados em classes de frequências a moda é o ponto médio da classe de maior frequência

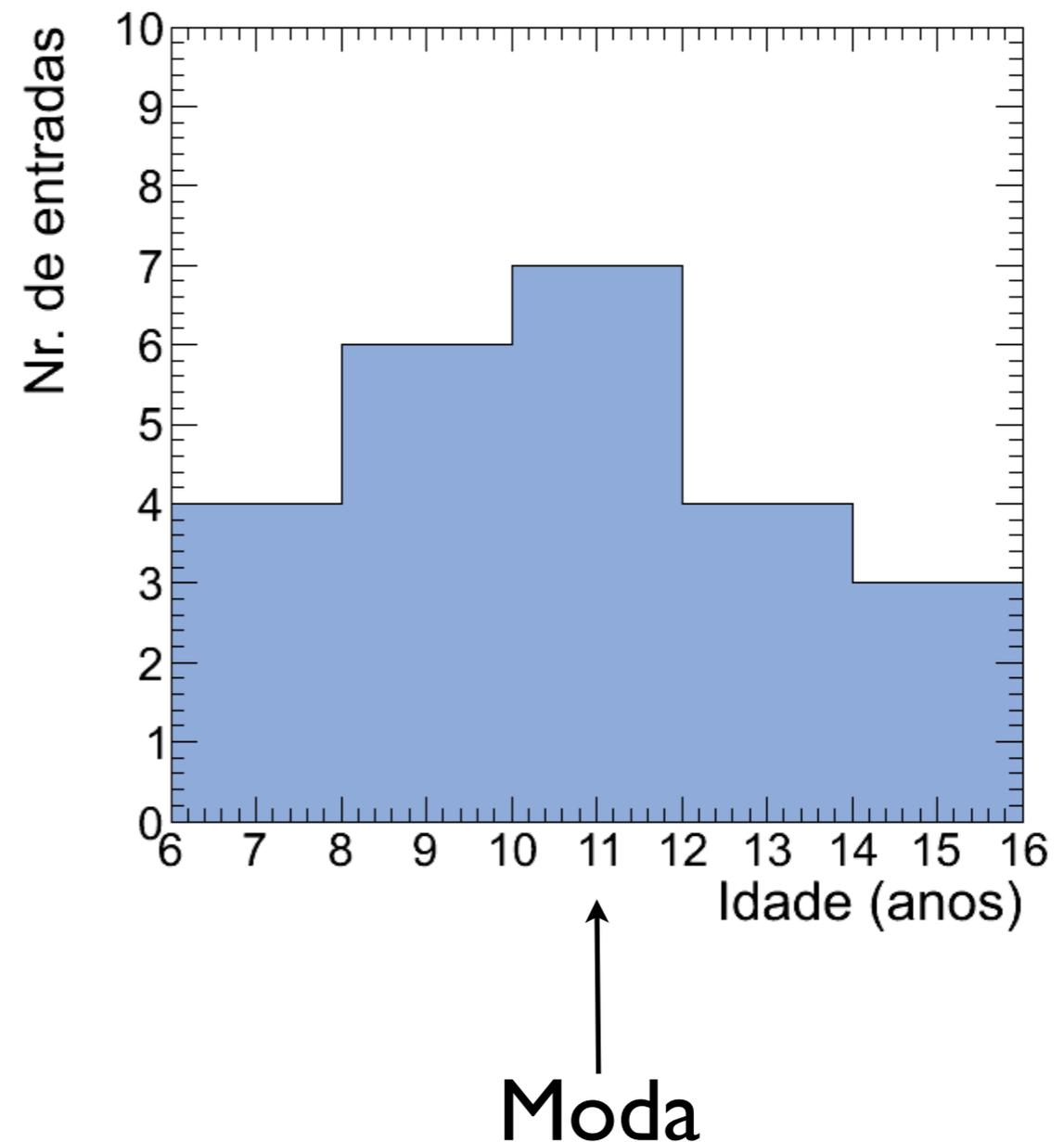


# Parâmetros de posição

ii) *Moda*: Valor mais frequente de um conjunto de dados  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$

Símbolo:  $x_{\text{mod}}$

Para dados agrupados em classes de frequências a moda é o ponto médio da classe de maior frequência



# Parâmetros de posição

iii) *Média quadrática*: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados:

$$\begin{aligned}x_{\text{rms}} &\equiv \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \\ &= \sqrt{\overline{x^2}}\end{aligned}$$

# Parâmetros de posição

iii) *Média quadrática*: raiz quadrada da média dos quadrados dos dados:

Símbolo

$$\boxed{x_{\text{rms}}} \equiv \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = \sqrt{\overline{x^2}}$$

# Parâmetros de posição

iv) *Mediana*: valor que divide uma distribuição ordenada de dados de forma que metade dos dados está acima, e metade abaixo deste valor:

$$N(\text{ímpar}) \rightarrow x_{\text{med}} = x_{(N+1)/2}$$

$$N(\text{par}) \rightarrow x_{\text{med}} = \frac{x_{N/2} + x_{(N/2+1)}}{2}$$

# Parâmetros de dispersão

i) *Amplitude*: Diferença entre os valores máximo e mínimo de uma coleção de dados  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ :

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

# Parâmetros de dispersão

ii) *Desvio médio*: Média dos módulos dos desvios, em relação à média:

$$\overline{|\delta x|} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\delta x_i| = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| = \frac{|x_1 - \bar{x}| + \dots + |x_N - \bar{x}|}{N}$$

# Parâmetros de dispersão

iii) *Variância*: Média dos quadrados dos desvios ( $\delta x_i$ ):

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

Note que a expressão para a variância pode ser simplificada por:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

# Parâmetros de dispersão

iv) *Desvio padrão*: Raiz quadrada da variância, ou média quadrática dos desvios:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}}$$

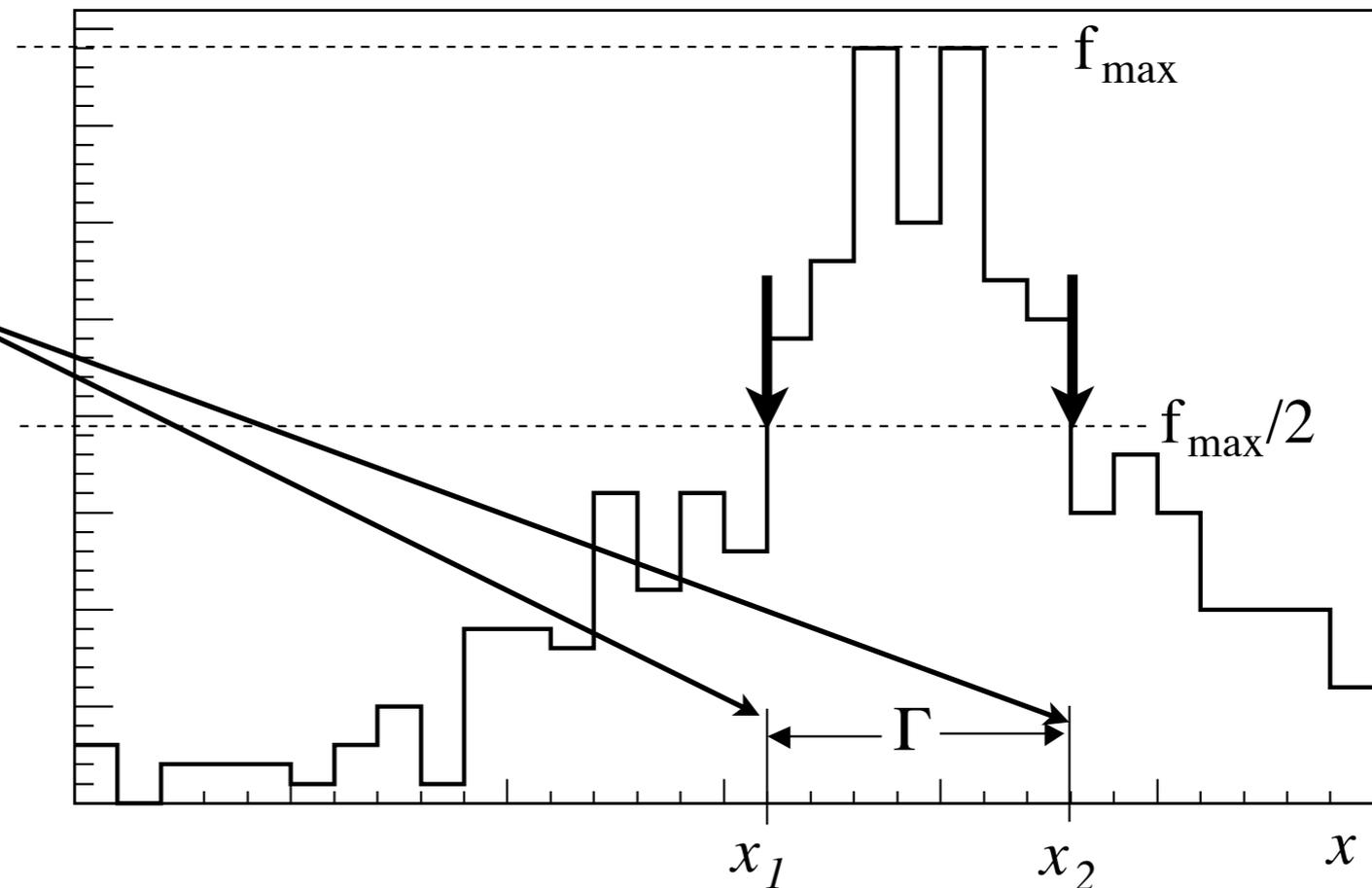

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

# Parâmetros de dispersão

v) *Largura a meia altura*: Comprimento do intervalo limitado pelos valores  $(x_1, x_2)$  correspondentes à metade da frequência máxima:

Símbolo:  $\Gamma$

$$\Gamma = |x_2 - x_1|$$

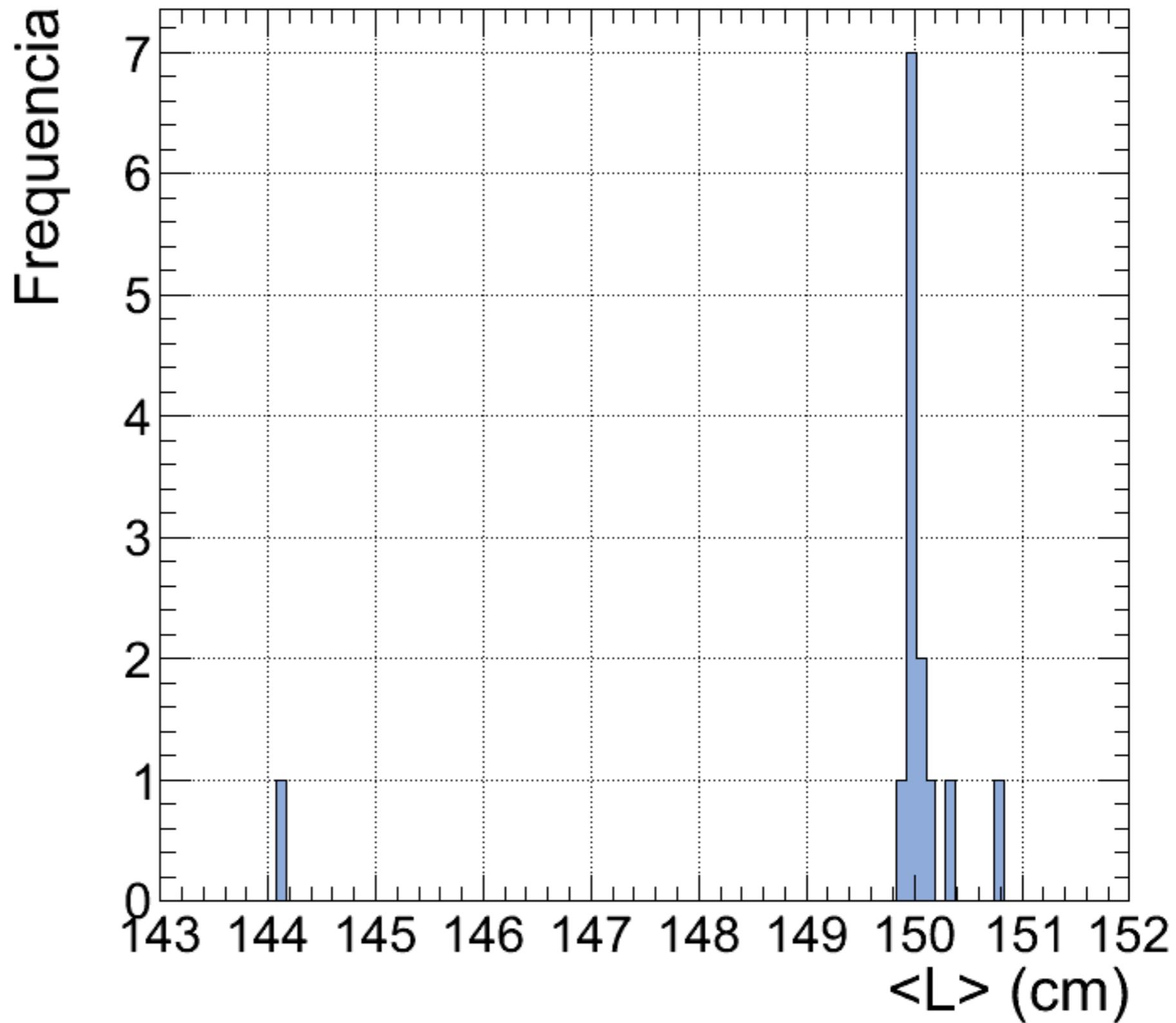


# Exemplo: Medida do comprimento de uma mesa

N medidas do comprimento  
de uma mesa

Medida	L (cm)
1	150.0
2	150.1
3	150.8
4	150.0
5	150.0
6	144.1
7	150.0
8	150.3
9	149.9
10	150.0
11	150.0
12	150.1
13	150.2
14	150.0

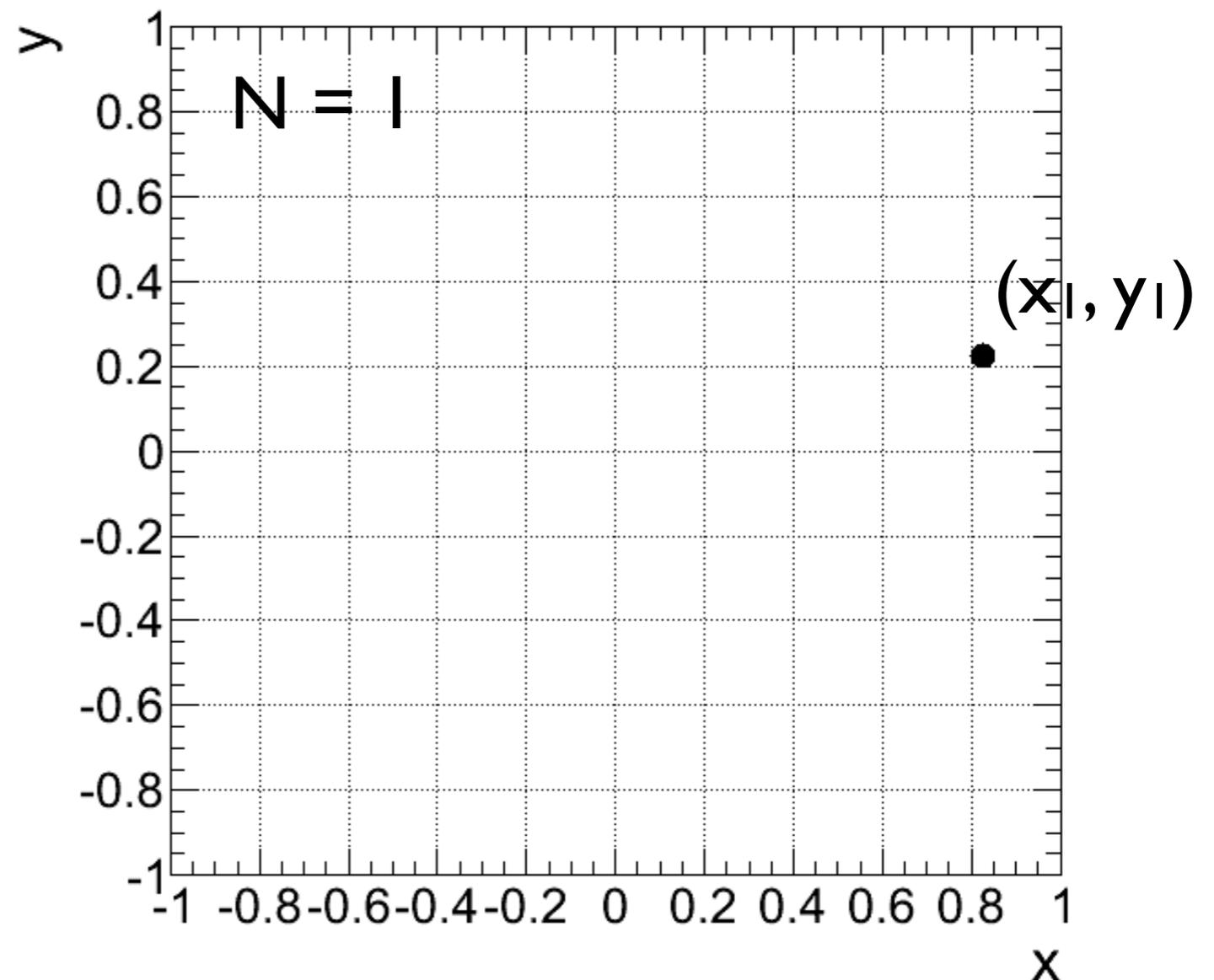
Medida	L (cm)
1	150.0
2	150.1
3	150.8
4	150.0
5	150.0
6	144.1
7	150.0
8	150.3
9	149.9
10	150.0
11	150.0
12	150.1
13	150.2
14	150.0



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

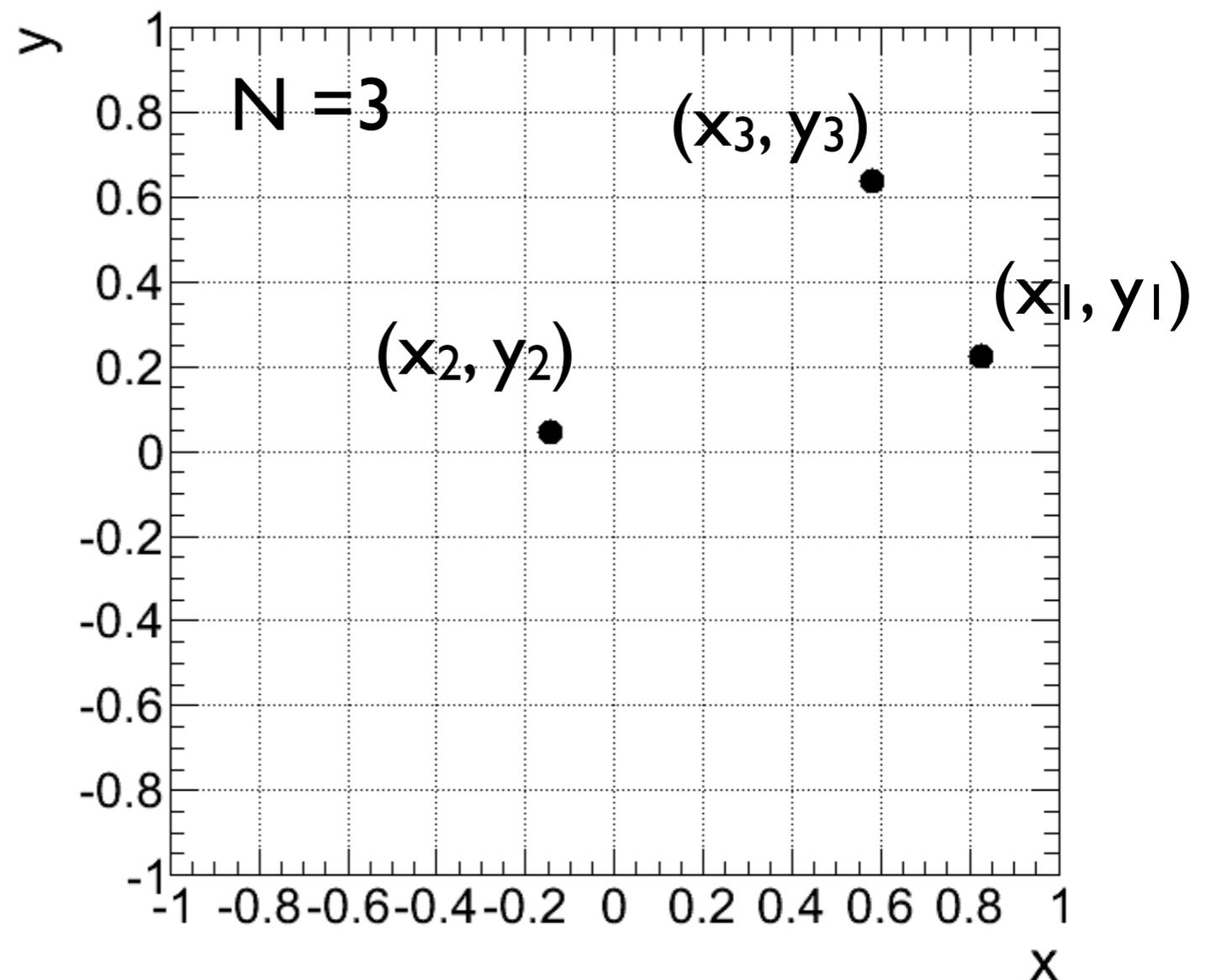
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

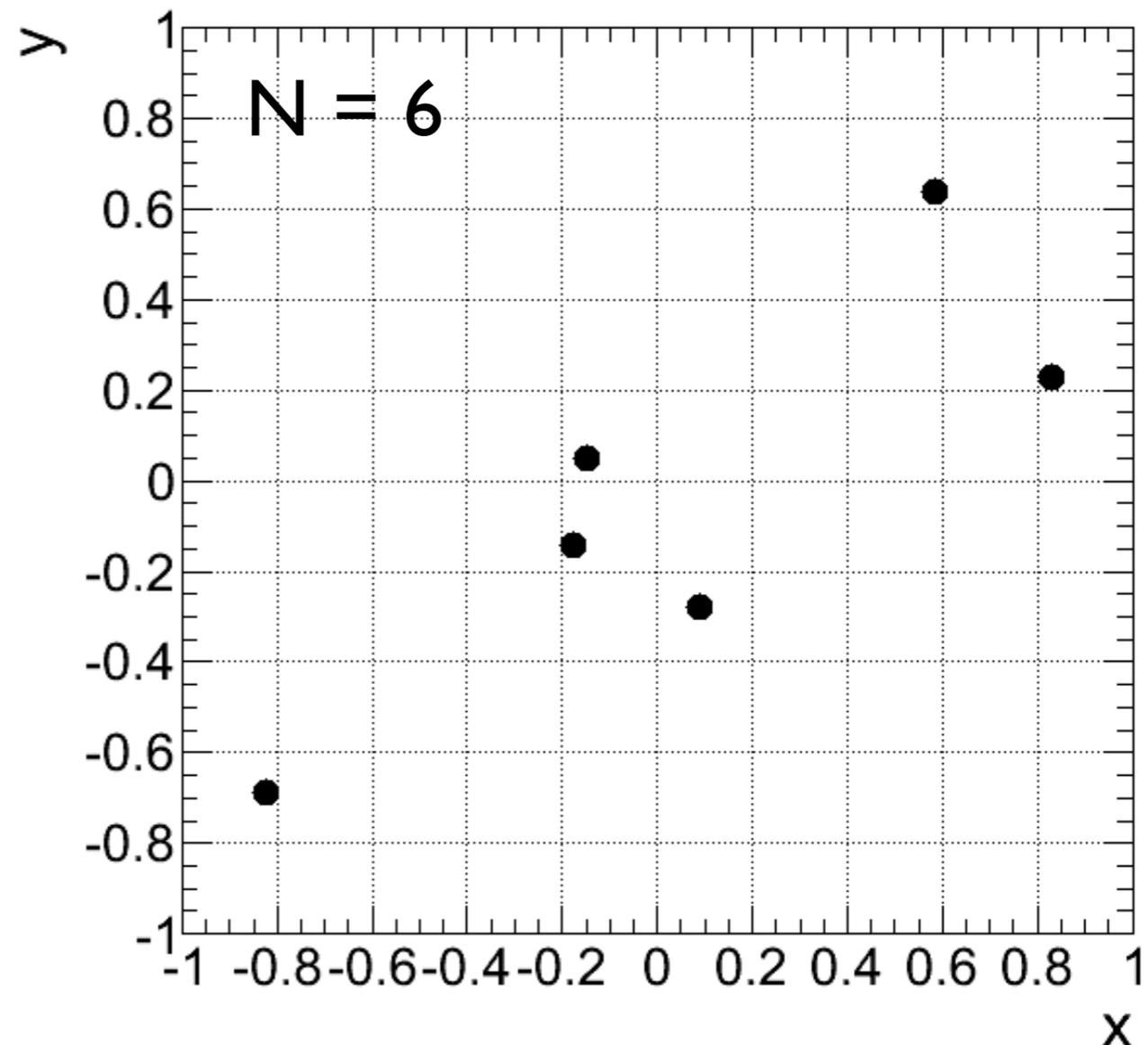
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

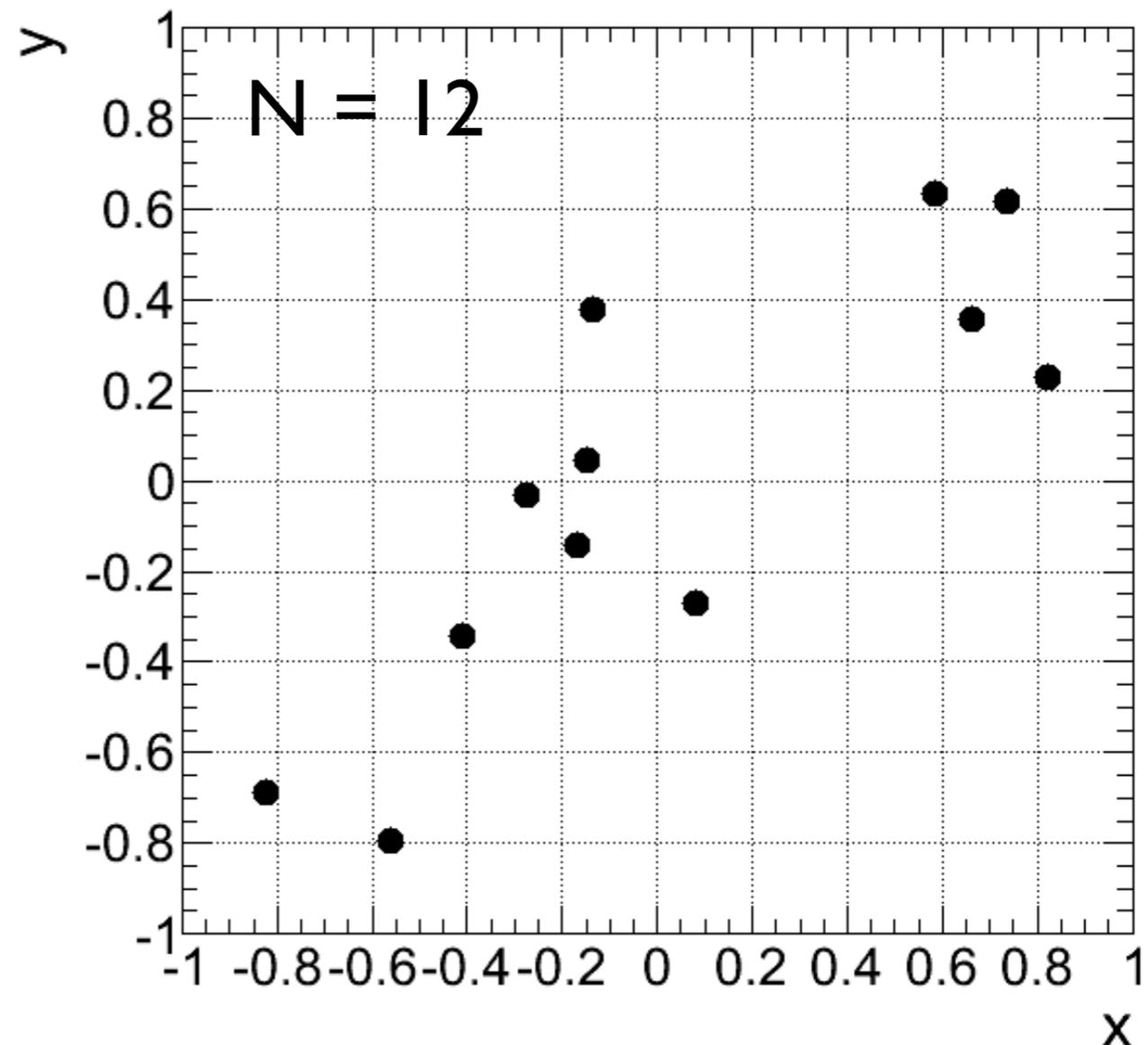
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

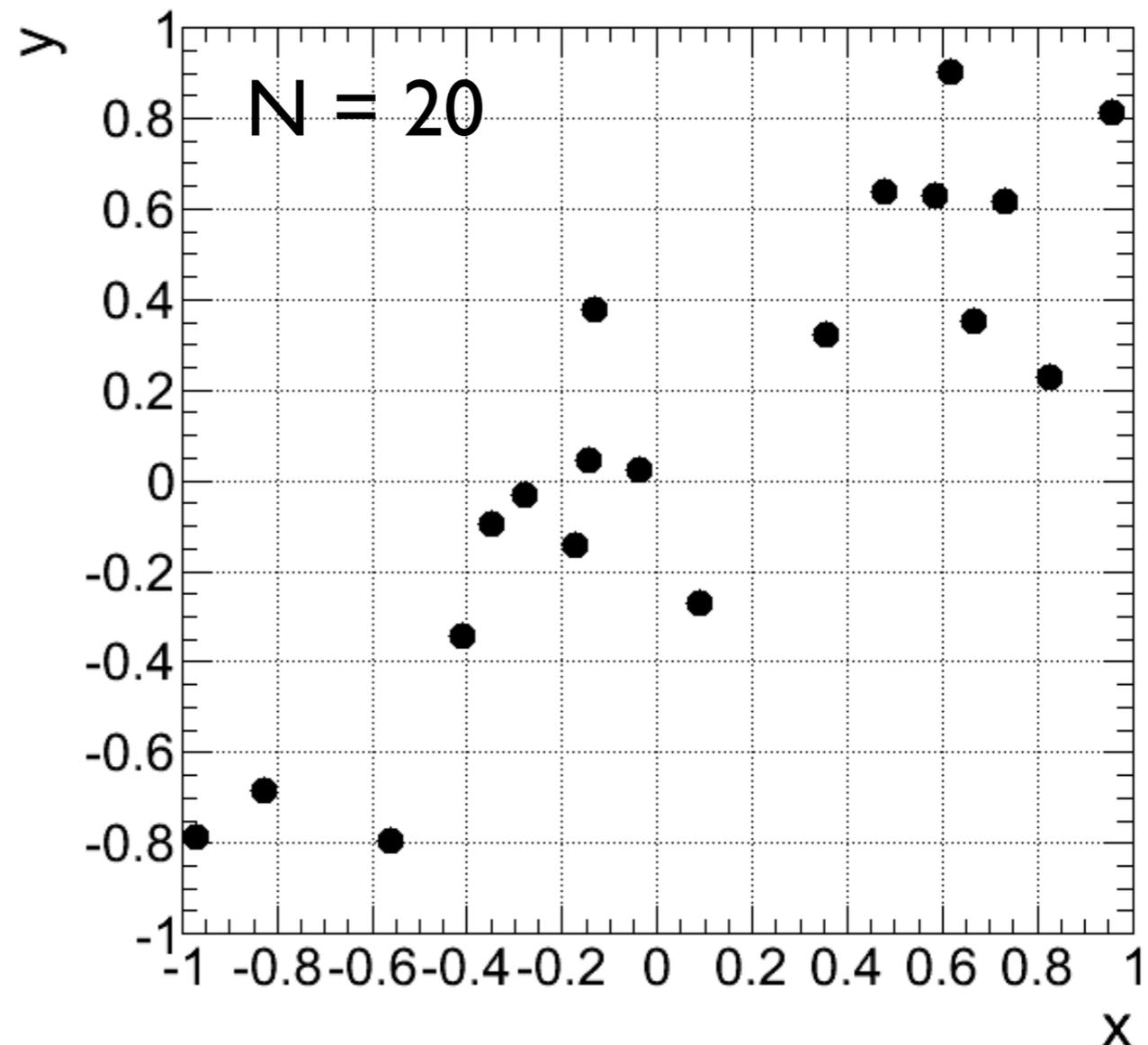
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

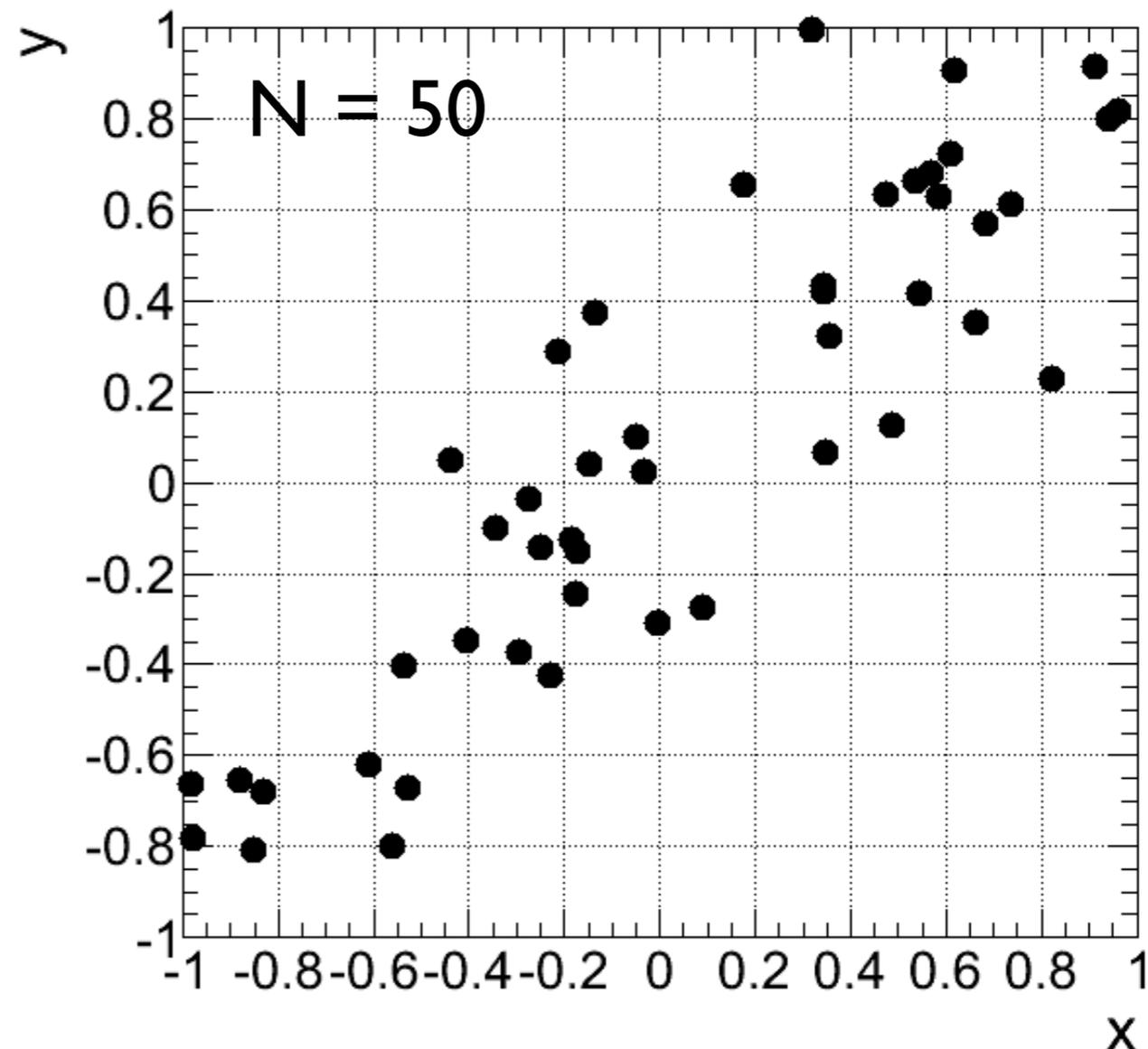
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

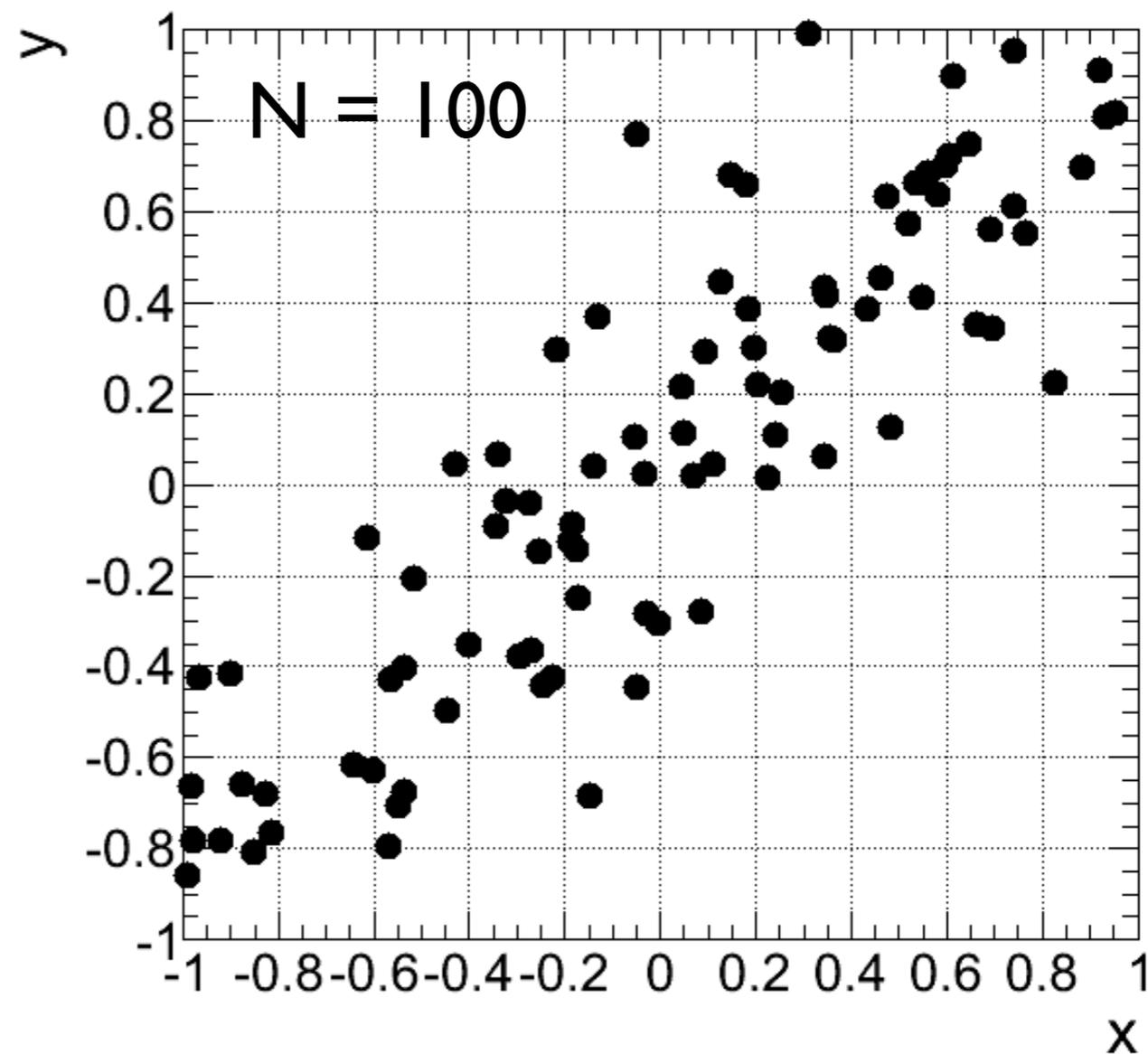
Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Representando duas variáveis

Diagrama de dispersão: Gráfico representando medidas em duas variáveis  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

Exemplo: Considere um conjunto de dados de duas variáveis  $(x, y)$



# Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis ( $\delta x_i$  e  $\delta y_i$ )

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

# Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis ( $\delta x_i$  e  $\delta y_i$ )

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

# Parâmetros de correlação

i) *Covariância*: média dos produtos dos desvios nas duas variáveis ( $\delta x_i$  e  $\delta y_i$ )

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \delta y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})}{N}\end{aligned}$$

Note que a expressão para a covariância pode ser simplificada por:

$$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$$

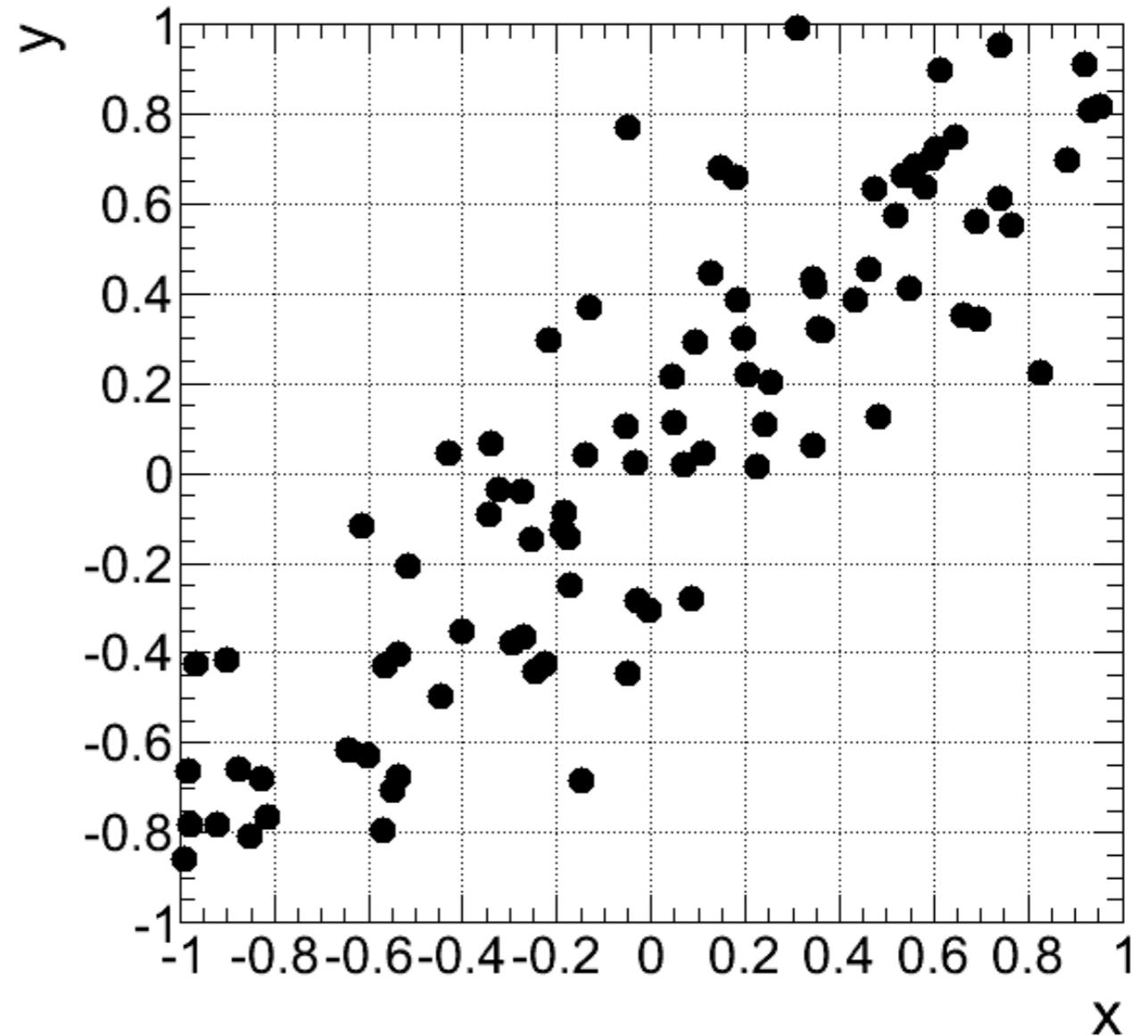
e que não importa a ordem das variáveis:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

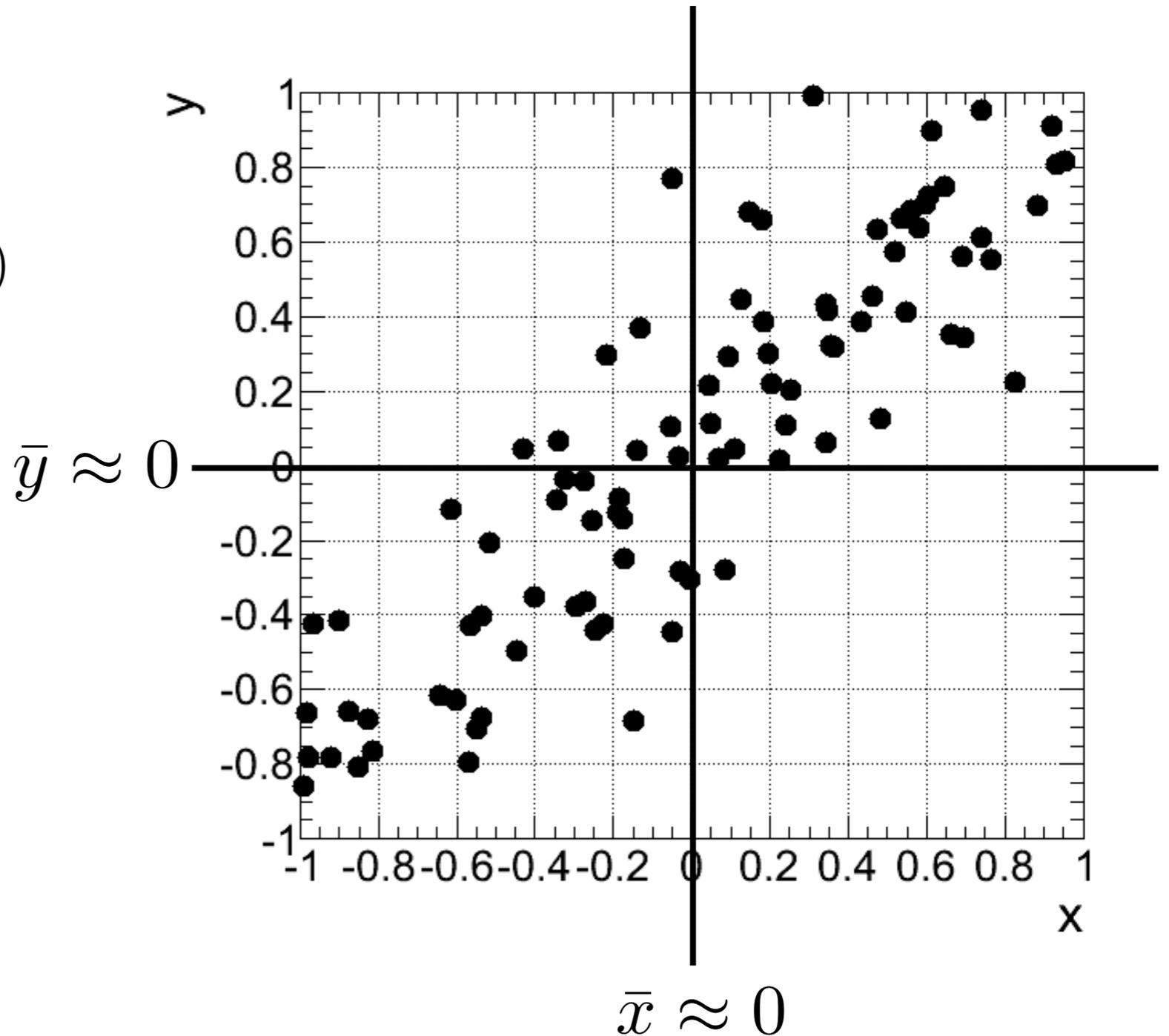
$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

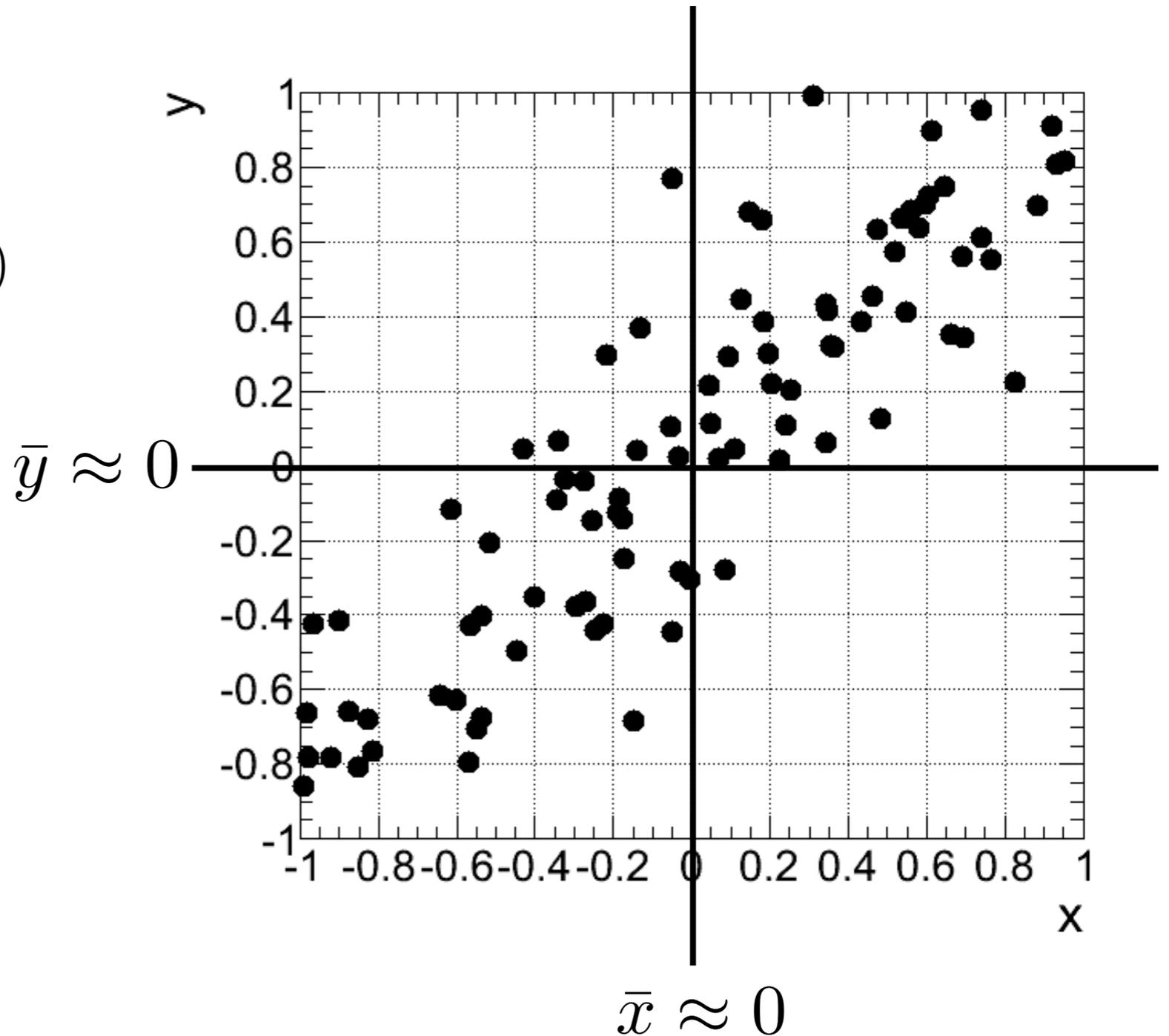


# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

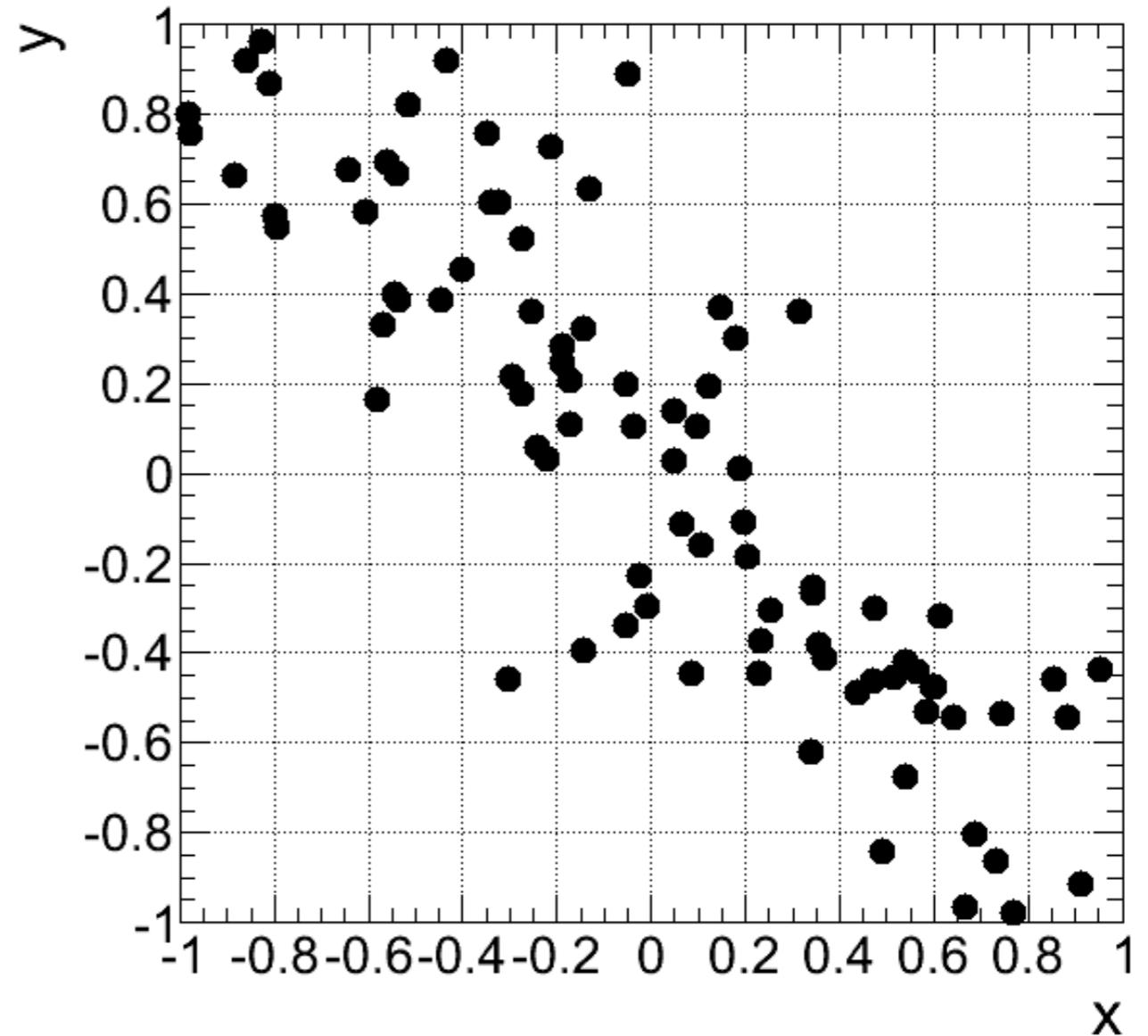
➔  $\sigma_{xy} > 0$



# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

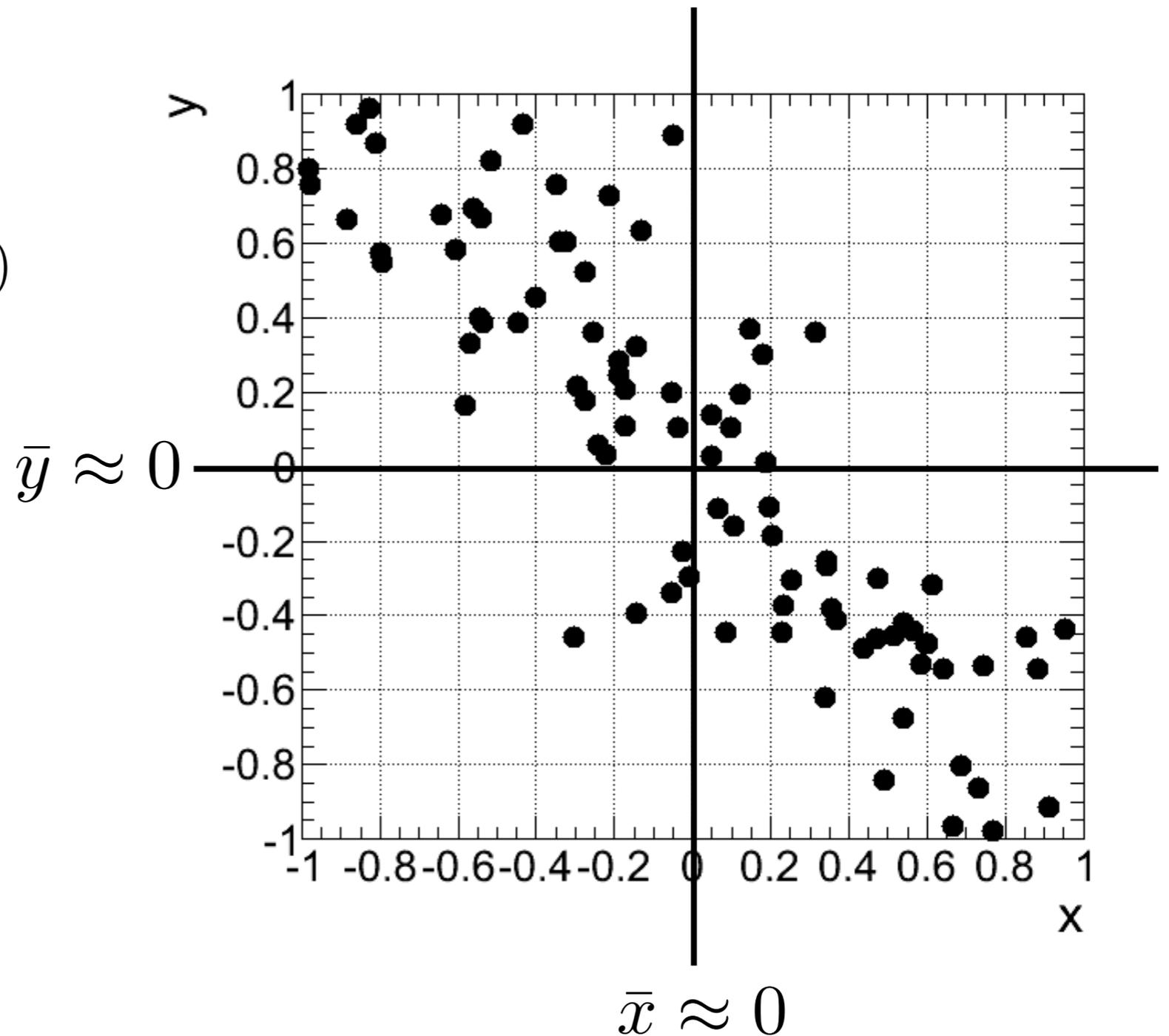
$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$



# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

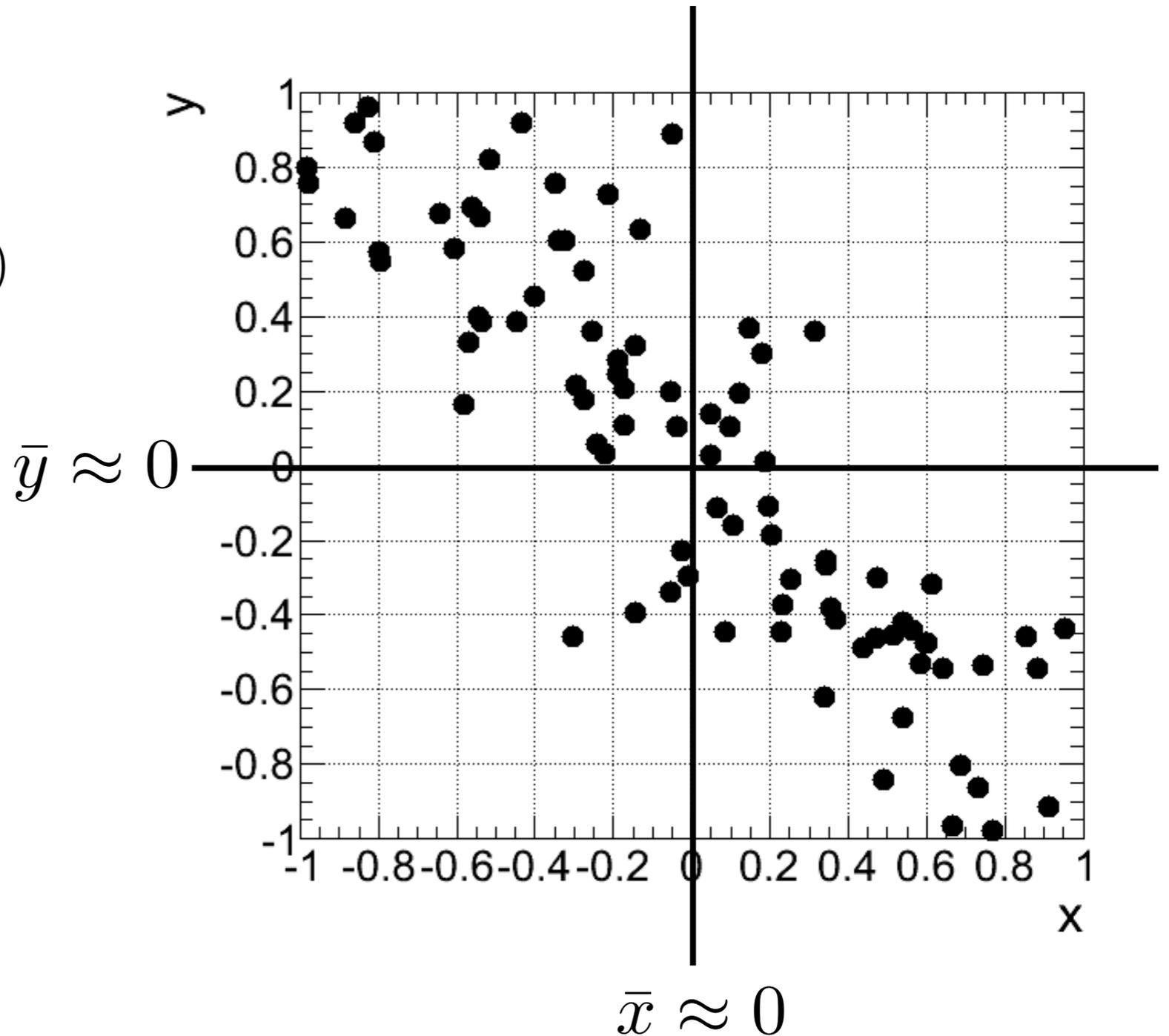


# Parâmetros de correlação: covariância

Covariância:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

➔  $\sigma_{xy} < 0$



# Parâmetros de correlação

ii) *Coeficiente de correlação linear de Pearson*: covariância entre duas variáveis, dividida por seus desvios padrão

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad -1 \leq r \leq 1$$

Correlação linear, perfeita e positiva:  $r = 1$

Correlação linear, perfeita e negativa:  $r = -1$

# Ferramentas para análise de dados

É possível utilizar pacotes como Excel™ e similares para representação, análise e visualização de dados.

Como veremos, há outras ferramentas com mais recursos, incluindo as linguagens de programação Python e R, e suas bibliotecas e extensões.

Podemos listar como vantagens em utilizar tais linguagens de programação como ferramenta para análise de dados:

- São grátis (possuem licença livre).
- São intuitivas e de rápida aprendizagem.
- Integram uma vasta biblioteca para computação científica e análise de dados.
- São "portáteis": o código escrito nestas linguagens pode ser processado em qualquer sistema ou plataforma.

# Atividade de aula - Idade, massa e altura

Estudante	Idade (anos)	Massa (kg)	Altura (cm)
1	21	78.0	175.0
2	19	64.0	174.0
3	25	83.0	159.0
4	19	59.2	154.0
5	21	71.0	177.0
6	18	70.0	184.0
7	20	60.0	159.0
8	20	55.0	163.0
9	19	45.0	190.0
10	20	120.0	190.0
11	25	67.0	181.0
12	20	64.0	178.0
13	20	69.0	173.0
14	20	83.0	174.0

# Extras