

# Física Geral - Laboratório (2014/1)

Propagação de erros e medida de resistores em  
série e em paralelo



# Medidas indiretas - Propagação de erros

## □ Propagação de erros

$$u = f(x, y)$$

Estimativa da grandeza associada (medida indireta)

Medidas de duas grandezas  $x$  e  $y$ :  
 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$

# Medidas indiretas - Propagação de erros

## □ Propagação de erros

$$u = f(x, y)$$

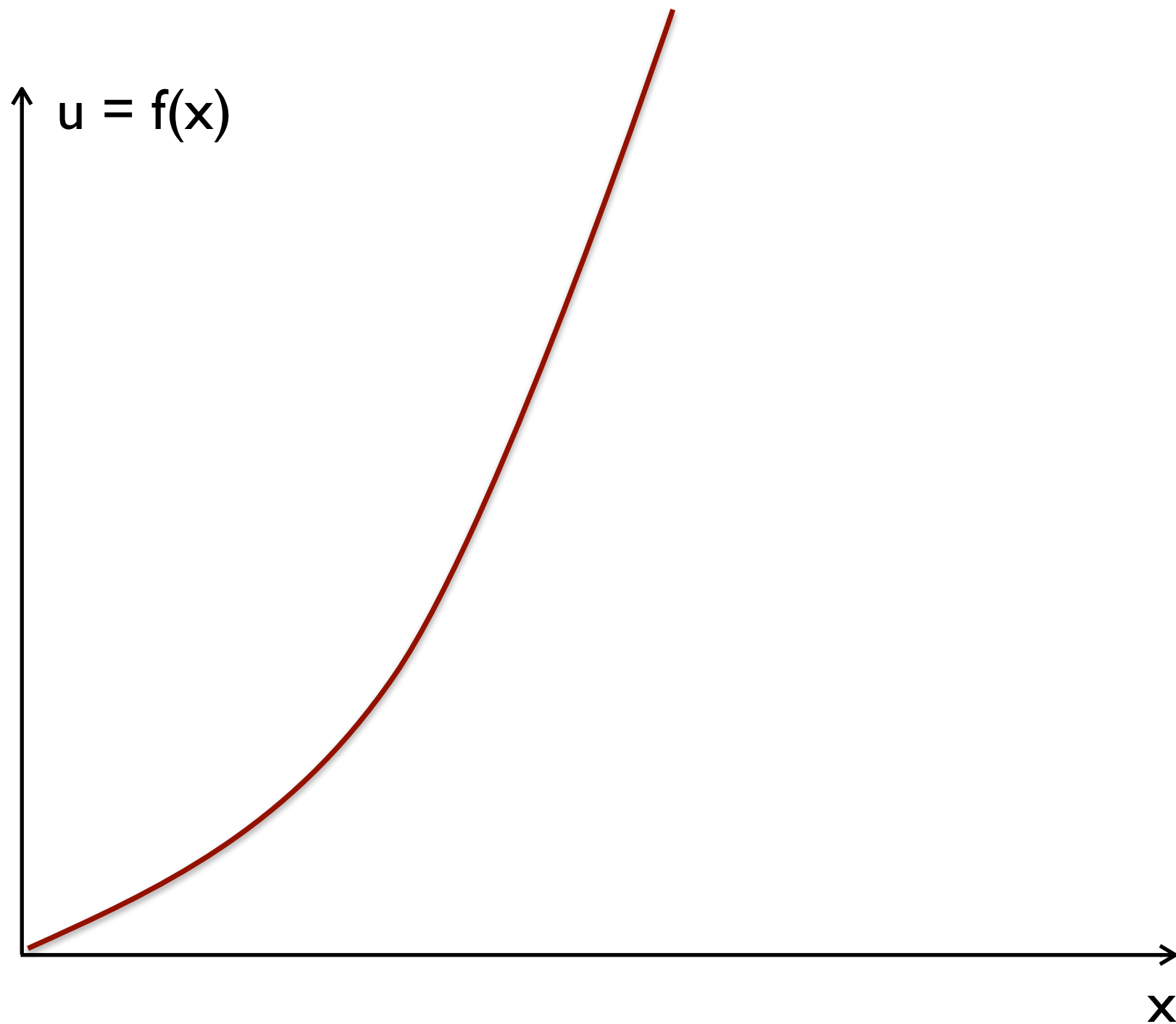
Estimativa da grandeza associada (medida indireta)

Medidas de duas grandezas  $x$  e  $y$ :

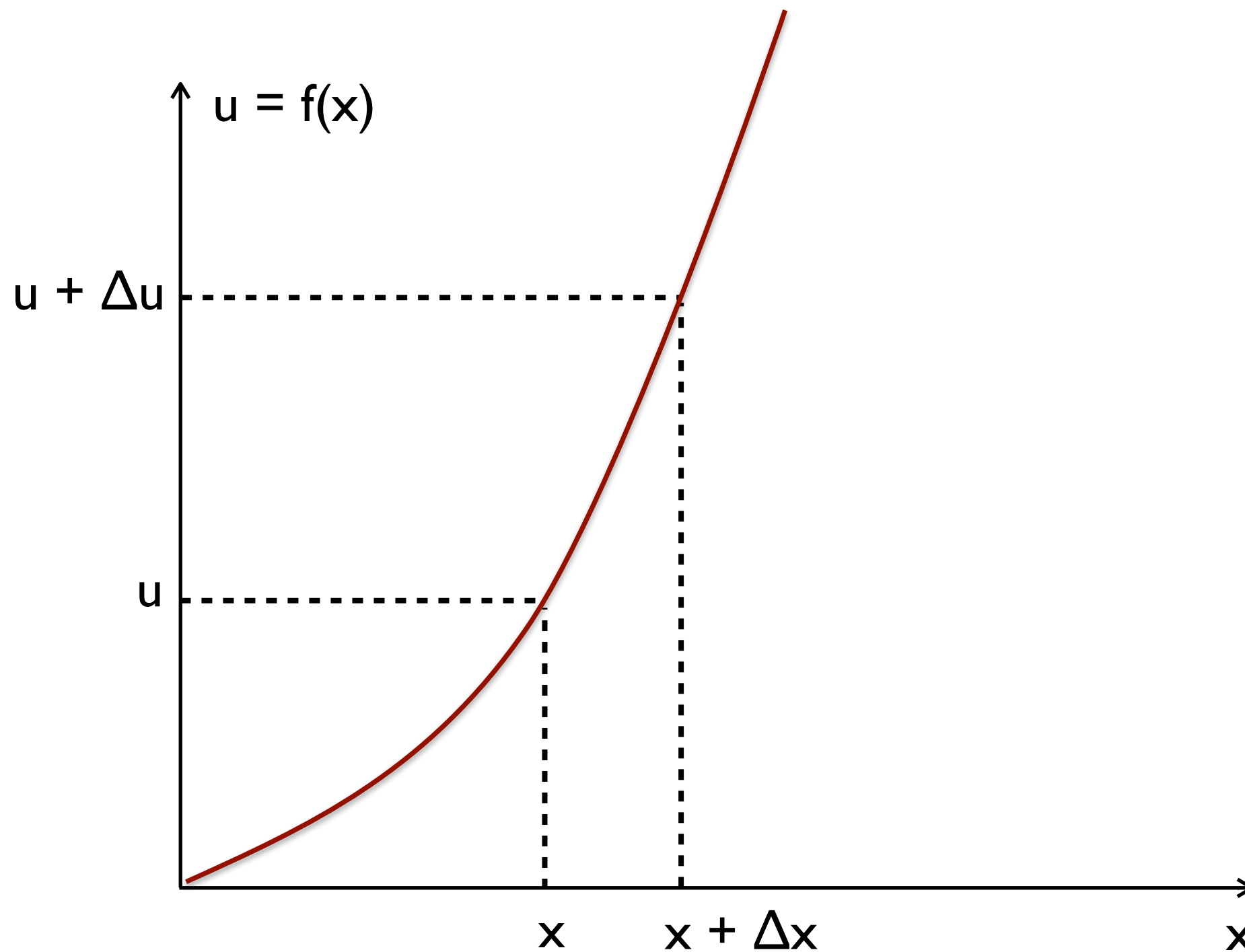
$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$$

Queremos obter:  $\bar{u} \pm \sigma_{\bar{u}}$

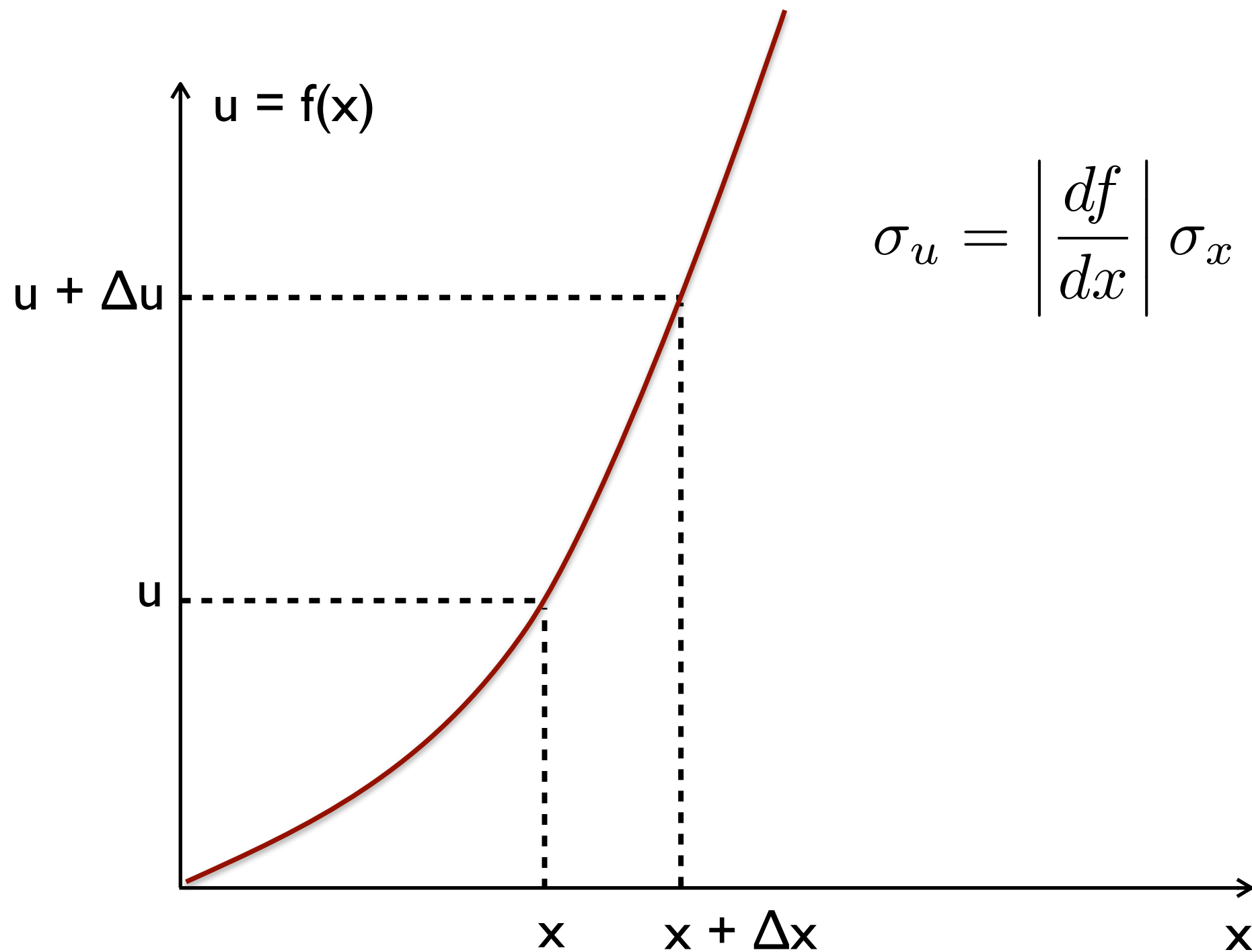
# Medidas indiretas - Propagação de erros



# Medidas indiretas - Propagação de erros



# Medidas indiretas - Propagação de erros



# Propagação de erros

Em geral:  $u = f(x, y)$

$$\sigma_{\bar{u}}^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \Big|_{(\bar{x}, \bar{y})} \sigma_{\bar{x}}^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \Big|_{(\bar{x}, \bar{y})} \sigma_{\bar{y}}^2 + \frac{2}{N} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) \Big|_{(\bar{x}, \bar{y})} \sigma_{xy}$$

---

$$\bar{u} = f(\bar{x}, \bar{y})$$

i)  $u = x \pm y \quad \longrightarrow \quad \sigma_{\bar{u}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2 + \sigma_{\bar{y}}^2 \pm 2r\sigma_{\bar{x}}\sigma_{\bar{y}}}$

ii)  $u = xy$   
ou  $\longrightarrow \quad \frac{\sigma_{\bar{u}}}{|\bar{u}|} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} \right)^2 \pm 2r \left( \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} \right) \left( \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} \right)}$

$u = x/y$

# Propagação de erros

$$u = \alpha x \Rightarrow \sigma_{\bar{u}} = |\alpha| \sigma_{\bar{x}}$$

$$u = \frac{\alpha}{x} \Rightarrow \sigma_{\bar{u}} = \frac{|\alpha|}{\bar{x}^2} \sigma_{\bar{x}}$$

Exercícios:

i)  $u = x^2$

ii)  $u = (x \cdot y) / (x + y)$

iii)  $u = x + y + z$

iv)  $u = xy + z$

v)  $p = kl$

vi)  $I = V/R$

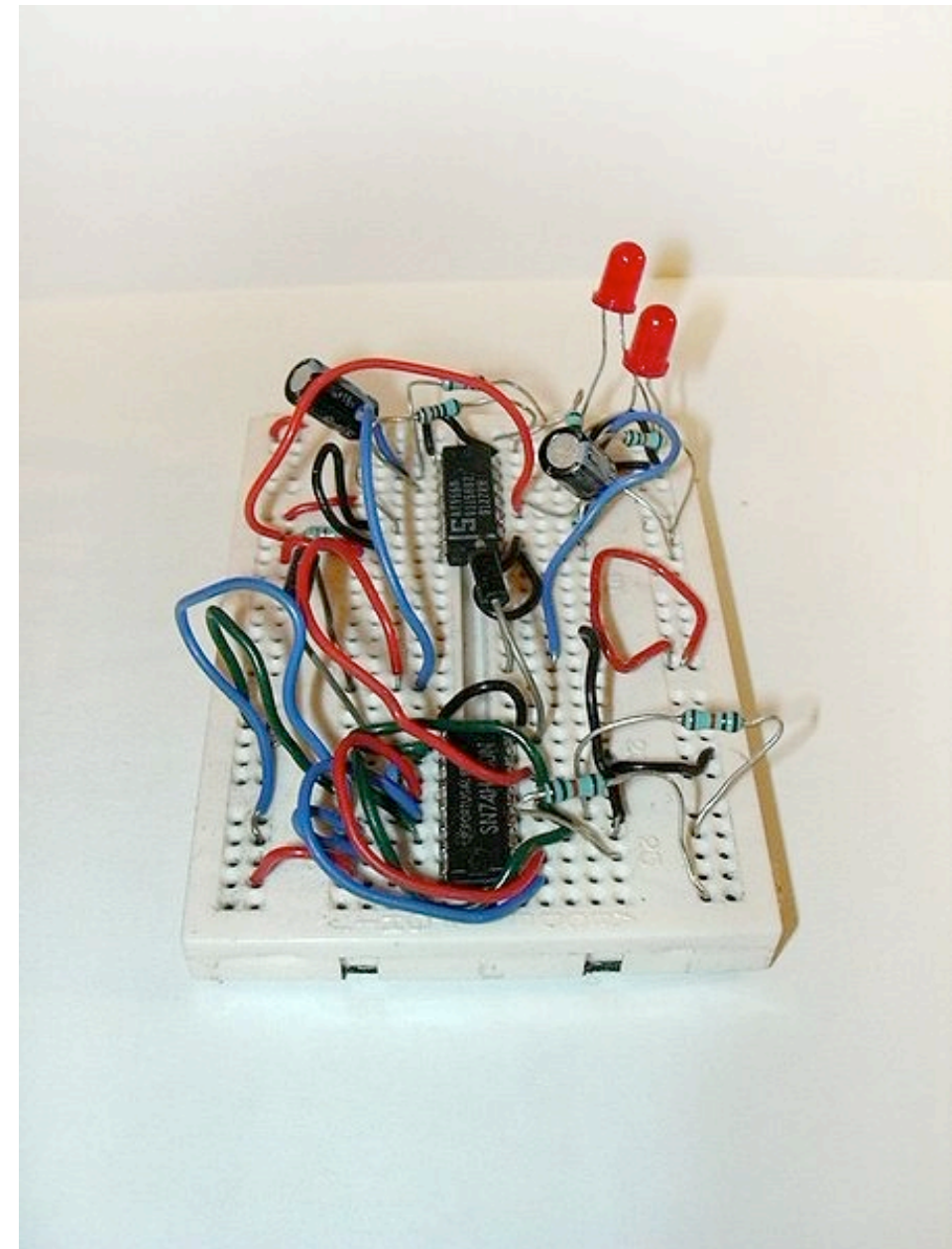
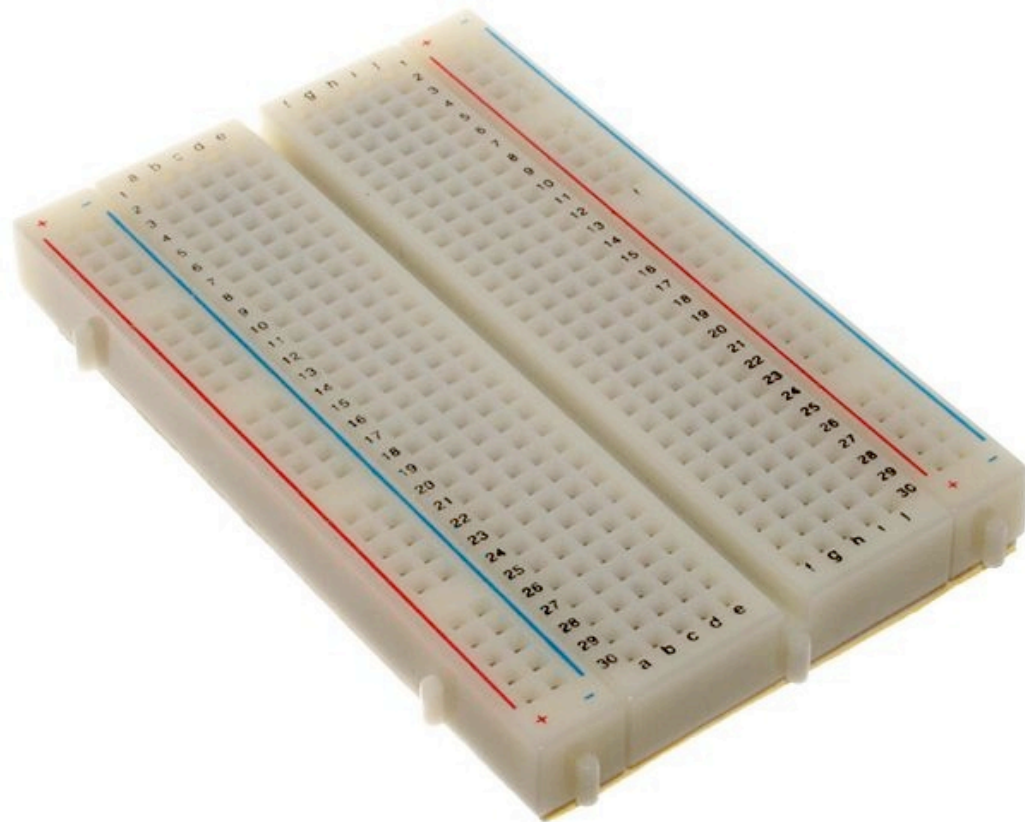
vii)  $v = \sqrt{2gh}$

viii)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$



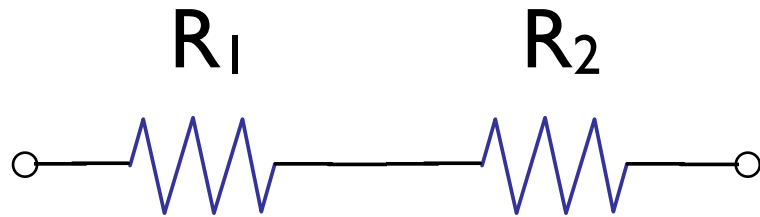
# Montagem experimental

“Protoboard”



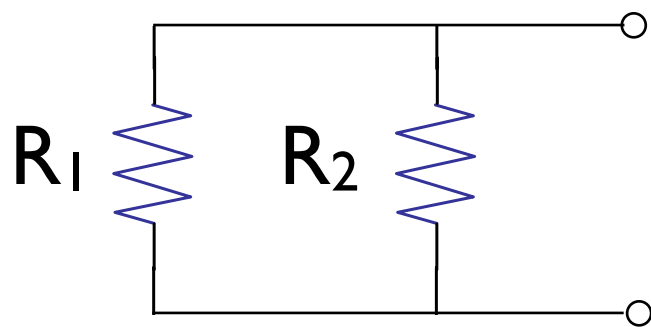
# Resistores em série e paralelo

Resistores em série:



$$R_S = R_1 + R_2$$

Resistores em paralelo:

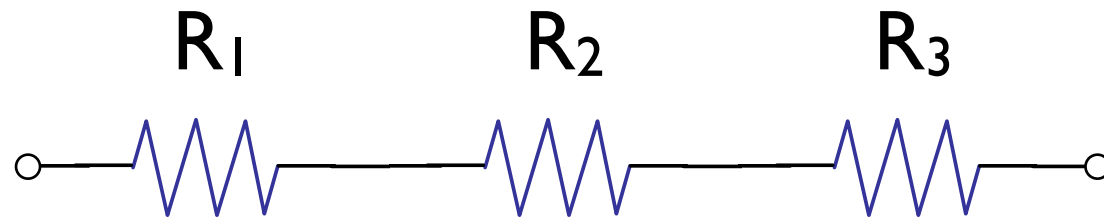


$$1/R_P = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$R_P = (R_1 \cdot R_2)/(R_1 + R_2) = "R_1 // R_2"$$

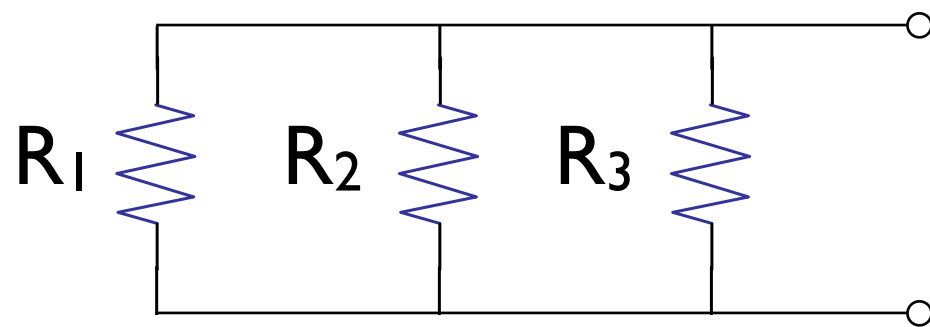
# Resistores em série e paralelo

Resistores em série:



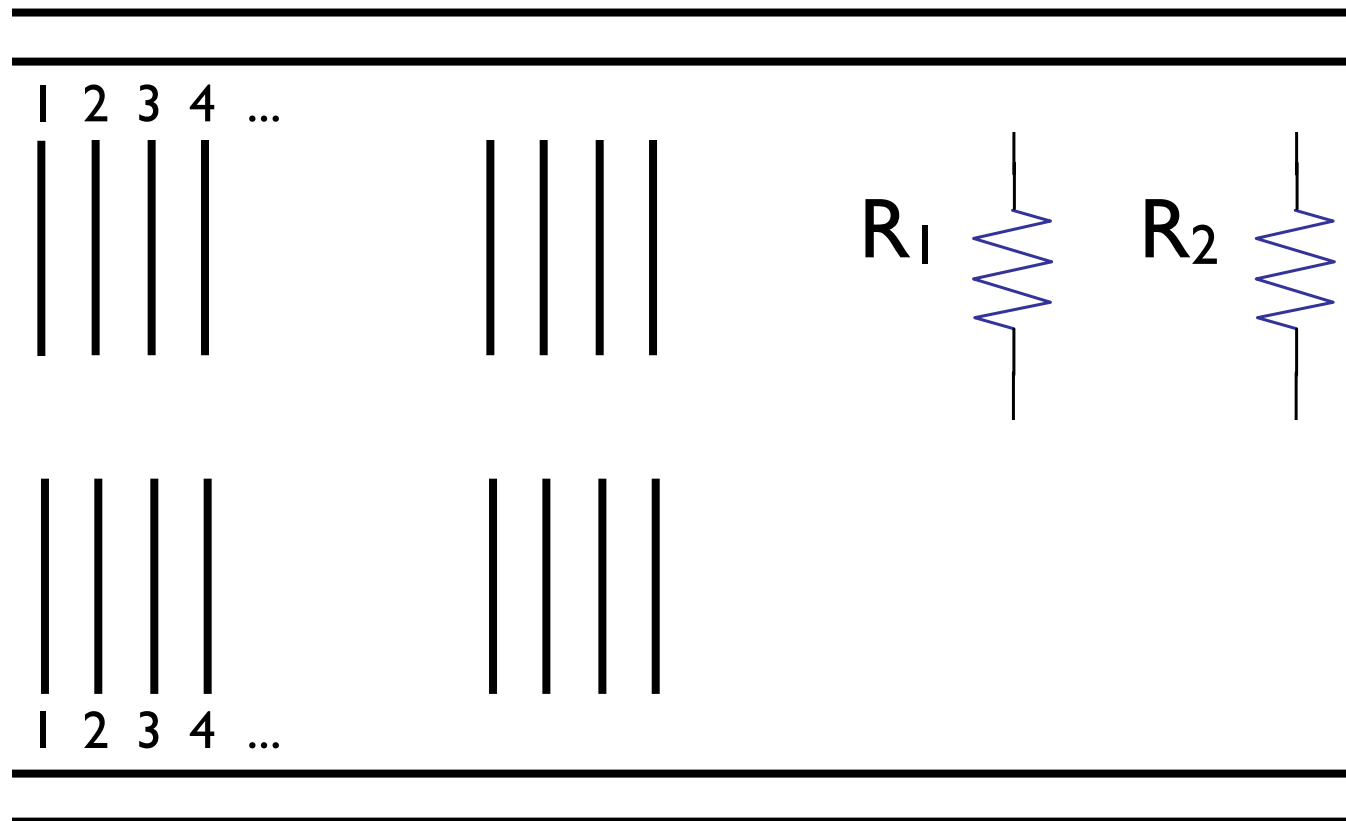
$$R_S = R_1 + R_2 + R_3$$

Resistores em paralelo:

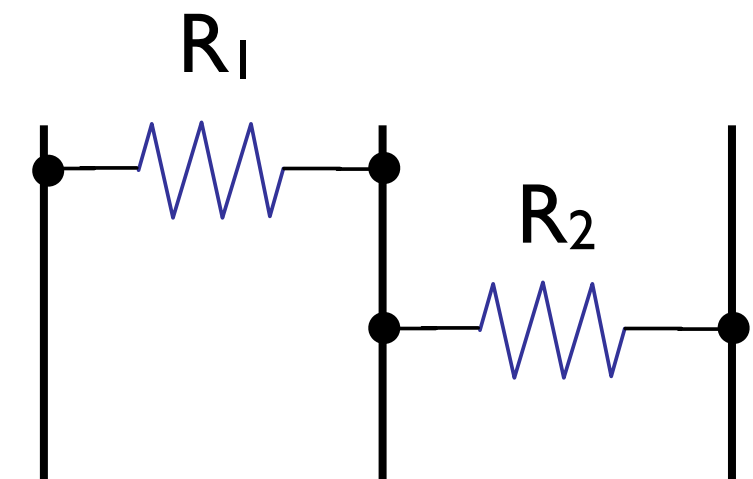


$$R_P = (R_1 // R_2) // R_3$$

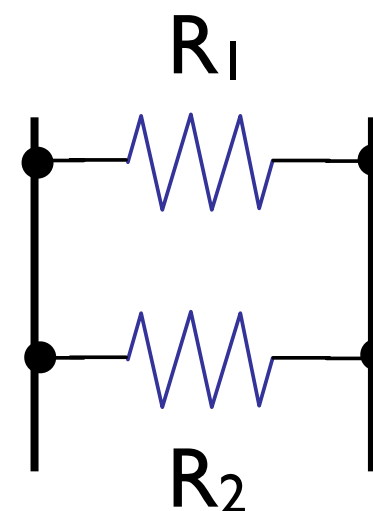
# Montagem experimental



Resistores em série:

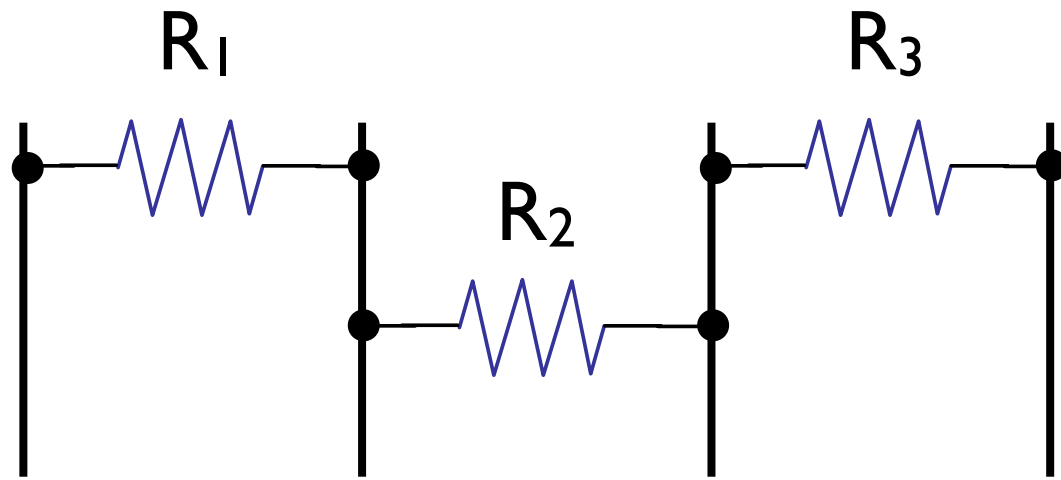


Resistores em paralelo:

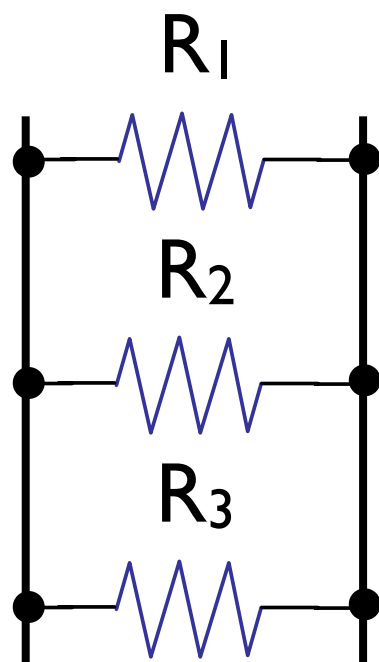


# Montagem experimental

Resistores em série:



Resistores em paralelo:



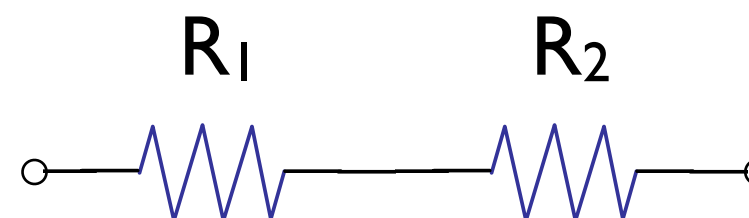
# Atividade de aula

1 - Determinar os valores de dois resistores a partir da medição com um multímetro digital → Obter  $R_1 \pm \sigma_{R1}$  e  $R_2 \pm \sigma_{R2}$

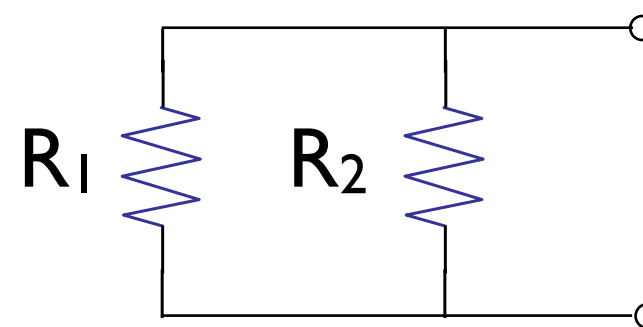
- Utilize a escala de maior precisão

- Compute a incerteza (Tipo B) a partir das especificações do multímetro

2 - Montar um circuito com os dois resistores em série e medir a resistência equivalente → Obter  $R_S \pm \sigma_{RS}$



3 - Montar um circuito com os dois resistores em paralelo e medir a resistência equivalente → Obter  $R_P \pm \sigma_{RP}$



# Atividade de aula

4 - A partir das medidas de resistência dos dois resistores independentemente:  $R_1 \pm \sigma_{R1}$  e  $R_2 \pm \sigma_{R2}$

- Calcular a resistência equivalente dos resistores em série  
( $R_S = R_1 + R_2$ )
- Calcular a resistência equivalente dos resistores em paralelo  
( $1/R_P = 1/R_1 + 1/R_2$ )

5 - Analisar a compatibilidade entre a medida direta (2 e 3) e indireta (4) da resistência equivalente dos resistores em série e paralelo

Trabalho em forma de relatório:

- Introdução, objetivo e descrição da experiência
- Cálculos e análise dos resultados
- Conclusão

# Multímetro digital

Display digital de “3  
1/2” dígitos:

$d_{1/2}$	$d_3$	$d_2$	$d_1$
-----------	-------	-------	-------

Número de  
“contagens”: 0 - 1999

Funções:

Medição de tensão contínua (DC - V)

Medição de tensão alternada (AC - V)

Medição de corrente contínua (DC - A)

Medição de resistência ( $\Omega$ )

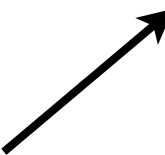
Possivelmente: Teste de continuidade,  
testes de diodos e transistores,...





# Multímetro digital: Incerteza da medida

Um multímetro digital possui especificações fornecidas pelo fabricante que determinam o limite de erro ( $L$ ) para uma medida, da forma:

$$L = a\% (\text{leitura}) + b \text{ dígito} \quad \sigma_B = \frac{L}{2}$$


Mais uma vez podemos considerar o limite de erro correspondendo a um nível de confiança de  $\sim 95\%$  ( $\sigma = L/2$ )

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 4 dígitos)
2 k $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 M $\Omega$	10 k $\Omega$	$\pm$ (3,0% leitura + 3 dígitos)

**Minipa ET-1100**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	0,1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 k $\Omega$	0,01 k $\Omega$ = 10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
200 k $\Omega$	0,1 k $\Omega$ = 100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 5 dígitos)
20 M $\Omega$	0,01 M $\Omega$ = 10 k $\Omega$	$\pm$ (1,0% leitura + 5 dígitos)

**Minipa ET-1110A**

# Multímetro digital: Incerteza da medida

Especificações para medição de resistência (limites de erro):

Escala	Resolução	Precisão (Limite de erro)
200 $\Omega$	100 m $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 $\Omega$	1 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
20 k $\Omega$	10 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
200 k $\Omega$	100 $\Omega$	$\pm$ (0,8% leitura + 2 dígitos)
2000 k $\Omega$	1 k $\Omega$	$\pm$ (1% leitura + 2 dígitos)

**Multitoc DT830B**

# Como ler o código de cores de um resistor



COR	1ª Banda	2ª Banda	3ª Banda	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	1 $\Omega$	
Castanho	1	1	1	10 $\Omega$	$\pm$ 1%
Vermelho	2	2	2	100 $\Omega$	$\pm$ 2%
Laranja	3	3	3	1K $\Omega$	
Amarelo	4	4	4	10K $\Omega$	
Verde	5	5	5	100K $\Omega$	
Azul	6	6	6	1M $\Omega$	
Violeta	7	7	7	10M $\Omega$	
Cinza	8	8	8		
Branco	9	9	9		
Dourado					$\pm$ 5%
Prateado					$\pm$ 10%

Cor	Código
Preto	0
Castanho	1
Vermelho	2
Laranja	3
Amarelo	4
Verde	5
Azul	6
Violeta	7
Cinza	8
Branco	9

Castanho	$\pm$ 1%
Vermelho	$\pm$ 2%
Dourado	$\pm$ 5%
Prata	$\pm$ 10%



Precisão