Leis de Conservação

Em um sistema isolado, se uma grandeza ou propriedade se mantém constante em um intervalo de tempo no qual ocorre um dado processo físico, diz-se que há conservação da propriedade ou grandeza em questão, ou ainda que ela é invariante no tempo.

A energia de um sistema isolado pode sofrer transformação de tal forma que a quantidade total de energia seja conservada (energia eletromagnética - energia térmica, energia potencial – energia cinética, etc).

Um exemplo de outra grandeza que se conserva é a carga elétrica de um sistema isolado.

Considerando um sistema isolado, se atritamos dois objetos constituidos pelo mesmo material um deles pode terminar com excesso de cargas de um sinal e o outro com excesso de cargas de sinal oposto.

As leis de conservação são fundamentais em física e com base nelas, fenômenos que só podem ser estudados indiretamente são compreendidos e perfeitamente descritos.

Um exemplo de conservação de grandezas físicas é considerarmos um cubo de gelo isolado, de modo que não há perdas por evaporação ou ligação química.

Cubo de gelo de lado 2cm, volume V_g=8cm³, densidade ρ_g = 0,917 g/cm³. Neste caso, a massa do gelo é dada por,

$$\rho_g = \frac{m_g}{V_g} \Rightarrow \; m = \rho V_g \; = \; 8 \times 0{,}917$$

$$m_g = 7{,}336\,g$$

Se o gelo derrete e considerando que a densidade da água é definida como ρ_a=1g/cm^3, a massa da água não se altera pela mudança de estado, ou seja,

$$m_a = 7{,}336\,g$$

a massa se conserva.

O volume entretanto será dado por:

$$V_a = \frac{m_a}{\rho_a} = \frac{7{,}336}{1} = 7{,}336\,g/cm^3$$

Portanto o volume é uma grandeza que não se conserva.

•Energia e Momentum

Há muitas formas de energia como por exemplo, energia nuclear, energia elétrica, energia sonora, energia luminosa.

Quando você levanta um objeto que possui uma certa massa, várias formas de energia são envolvidas neste processo, energia química, térmica, cinética, potencial.

Em uma central nuclear, a energia produzida pela fissão nuclear, é transformada em energia térmica e no último estágio em energia elétrica.

Nos casos em que a energia total se conserva, aplica-se a lei de conservação de energia.

• Momentum ou quantidade de movimento

Momentum é uma medida da capacidade de parar um corpo ou partícula que se encontra em movimento.

Depende da massa e velocidade da partícula, é um grandeza vetorial e definida como:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Não é expresso por uma unidade específica. No SI: kg.m/s

É uma grandeza vetorial, com mesma direção e sentido que a velocidade do corpo.

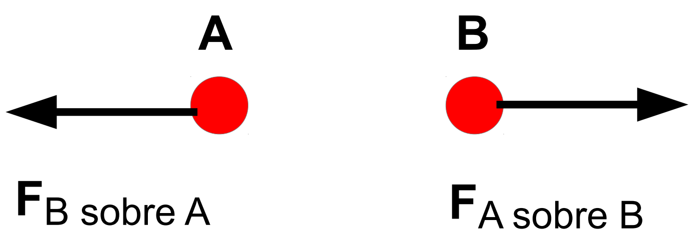
Se a massa m não varia com o tempo, podemos derivar ambos os lados da expressão p e obter:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}, \quad \text{então temos,} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

2ª Lei de Newton

Considere um sistema isolado (ausência de forças externas) com os corpos de massa m_A e m_B.

Par ação-reação: $\mathbf{F}_{A \text{ sobre } B} = - \mathbf{F}_{B \text{ sobre } A}$



Pela 2a Lei de Newton:

$$\vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{P}_B}{dt}$$

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = \frac{d\vec{P}_A}{dt}$$

Logo,

$$\vec{F}_{A\,sobre\,B} + \vec{F}_{B\,sobre\,A} = \frac{d\vec{P}_B}{dt} + \frac{d\vec{P}_A}{dt} = \frac{d\left(\vec{P}_A + \vec{P}_B\right)}{dt} \rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

O momentum total de um sistema **(P**), se conserva desde que as forças externas (por exemplo força de atrito) sejam nulas ou desprezíveis, ou seja o sistema seja isolado.

Lei de conservação do momentum: a soma do momenta de todos os objetos envolvidos em um processo é a mesma antes e depois do processo concluido.

$$p_f = p_i$$

- A conservação do momentum em colisões

As leis de conservação podem fornecer informações sobre vários aspectos físicos do sistema sem a necessidade de conhecermos detalhes das forças envolvidas nas colisões.

Chamamos colisões, qualquer interação entre corpos e que ocorre em um intervalo de tempo muito curto.

Geralmente as forças de interação são muito maiores que as forças externas, portanto podemos considerar o sistema como isolado.

Tipos de colisões:

- Elásticas => conservação do momentum linear e da energia cinética.

- Inelástica => conservação do momentum linear e não conservação da energia cinética.

Exemplo: Um corpo de massa m_1 = 3kg se move com velocidade v_1 = 4 m/s, quando colide com um corpo de massa m_2 = 1kg que está em repouso, resultando em um corpo composto. Qual a sua velocidade imediatamente após a colisão?

Momentum inicial, $p_i = (3\,kg \times 4\,m/s) + (1\,kg \times 0\,m/s) = 12\,kg\,m/s$

Momentum final, $p_f = (3\,kg + 1\,kg)\,v_f$

Pela conservação de momentum, $12 = 4\,v_f \Rightarrow v_f = 3\,m/s$

Observe que não precisamos saber nada sobre os detalhes do processo de colisão para obter a velocidade final.

- Colisões elásticas

Vamos examinar a colisão entre duas partículas de massa m_1 e m_2, com velocidades iniciais v_{1i} e v_{2i} e velocidades finais v_{1f} e v_{2f}.

Pela conservação de energia,

$$E_{1i}+E_{2i}=E_{1f}+E_{2f}$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2+\frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2=\frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$$

$$m_1 v_{1i}^2+m_2 v_{2i}^2=m_1 v_{1f}^2+m_2 v_{2f}^2$$

$$m_1\left(v_{1i}^2-v_{1f}^2\right)=m_2\left(v_{2f}^2-v_{2i}^2\right) \quad (1)$$

Pela conservação de momentum:

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \quad (2)$$

Lembrando que $(a^2 - b^2) = (a + b).(a - b)$ e aplicando a (1), temos:

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

Substituindo a equação (2) na equação acima temos:

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \quad (3)$$

Assim, se conhecemos as velocidades iniciais das partículas, pelas equações (2) e (3), podemos determinar as velocidades finais das partículas envolvidas na colisão.

Da equação (3), temos:

$$v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i}$$

Então substituindo na equação (2),

$$m_1 \left(v_{1i} - v_{2f} - v_{2i} + v_{1i} \right) = m_2 \left(v_{2f} - v_{2i} \right)$$

$$m_1 \left(2 v_{1i} - v_{2f} - v_{2i} \right) = m_2 \left(v_{2f} - v_{2i} \right)$$

$$-(m_1 + m_2)v_{2f} = (m_1 - m_2)v_{2i} - 2m_1 v_{1i}$$

$$(m_1 + m_2)v_{2f} = (m_2 - m_1)v_{2i} + 2m_1 v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} v_{2i} + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} v_{1i}$$

Mostre que:

$$v_{1f} = \frac{2\,m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

- Velocidades relativas entre as partículas que colidem

Colisão elástica

De (3),

$$v_{2f} - v_{1f} = -(v_{2i} - v_{1i}) \quad (4)$$

Note que este resultado foi obtido considerando que não há qualquer perda de energia cinética das partículas envolvidas na colisão (colisão perfeitamente elástica).

Nas colisões perfeitamente elásticas, a velocidade relativa de afastamento das partículas após a colisão é igual à velocidade relativa de aproximação das partículas antes da colisão.

$$r = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}}$$

Colisões perfeitamente elásticas, $r = 1$

Fisicamente é difícil encontrar colisões perfeitamente elásticas. Normalmente há perdas devido à forças dissipativas (atrito, deformações, etc.).

- Colisões parcialmente elásticas

Nestas colisões, a velocidade relativa final é menor que a velocidade relativa inicial.

$$r < 1$$

- Colisões perfeitamente inelásticas

Após a colisão, a velocidade relativa é nula; as partículas se deslocam com a mesma velocidade.

$$r = 0$$

Há conservação do momentum, portanto:

$$p_i = p_f \Rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = \left(m_1 + m_2\right) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

A energia cinética do centro de massa do sistema de partículas permanece constante mesmo em colisões inelásticas, quando forças externas ao sistema são desprezíveis.

Nas colisões perfeitamente inelásticas, após a colisão, a velocidade relativa é nula e as partículas se movem com a energia do centro de massa.

- Impulso

Nas colisões a força de interação cresce, atinge um valor máximo e torna-se nula em um pequeno intervalo de tempo.

Sabendo que a força é variável no intervalo de tempo dt, o impulso I da força é um vetor definido como:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\,dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt$$

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$$

A força constante que proporciona o mesmo impulso que a força variável no intervalo de tempo Δt, é a força média.

Exemplo: Um ovo de massa m = 50g cai de uma mesa de altura h = 1m, no chão. (a)Calcule o impulso exercido pelo chão sobre o ovo. (b)Com a hipótese do ovo percorrer 2cm (que é aproximadamente a metade do menor diâmetro de um ovo comum) depois de entrar em contato com o chão, estime o tempo de colisão e a força média exercida pelo chão sobre o ovo.

(a) Quando o ovo está a um metro do chão, ele possui uma energia potencial gravitacional que se transformará completamente em energia cinética quando ele alcançar o chão. Por conservação de energia temos:

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h \rightarrow v = \sqrt{2 g h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81\, m/s^2 \times 1\, m = 19{,}6\, m^2/s^2} \rightarrow v = 4{,}4\, m/s$$

Esta velocidade é a velocidade inicial de interação com o chão. Podemos portanto calcular o momento inicial, que tem sentido para baixo:

$$p_i = m\,v = 0{,}05\,\mathrm{kg} \times 4{,}4\,\mathrm{m/s} \;=\; 0{,}22\,\mathrm{kg\,m/s}$$

O momento final é zero, portanto o módulo da variação do momento com sentido positivo é dada por:

$$\Delta p = 0{,}22\,\mathrm{kg\,m/s}$$

Finalmente o impulso exercido pelo chão sobre o ovo tem sentido positivo e módulo:

$$I = 0{,}22\,\mathrm{kg\,m/s} \quad \text{ou} \quad 0{,}22\,\mathrm{N\,s}$$

(b)Primeiro consideramos que a velocidade média durante a colisão é dada pela média aritmética da variação de velocidade, ou seja:

$$\bar{v} = \frac{\Delta v}{2} = 4{,}4 \frac{m/s}{2} = 2{,}2\, m/s$$

Logo o tempo médio de interação será:

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{\bar{v}} = \frac{0{,}02\, m}{2{,}2} m/s = 0{,}009\, s = 9ms$$

A força média é dada por:

$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0{,}22\, kg.m/s}{0{,}009\, s} \approx 24N$$

Note que esta força equivale a aproximadamente 50 vezes o peso do ovo.

O que ocorreria se ao invés do ovo cair no chão ele caísse em uma almofada, partindo da mesma altura da queda no chão?

Estando na mesma altura, a velocidade adquirida pelo ovo ao tocar a superfície é a mesma nos dois casos, portanto o impulso é também o mesmo nos dois casos.

Quando o ovo cai na almofada, ela sofre deformação e o tempo de interação desta colisão é muito maior que o tempo de interação da colisão do ovo com o chão.

A força média é dada por: $\bar{F}=\frac{\Delta\,\bar{p}}{\Delta\,t}$

Assim, $I=\Delta\,\bar{p}=\bar{F}\,\Delta\,t$

Como o impulso é o mesmo, porém o tempo de interação é maior, a força de interação é menor.

Portanto neste caso o ovo tem chance de continuar intacto após a queda.

•Trabalho e Energia

Trabalho é uma grandeza física que tem significado completamente diferente daquele ligado ao nosso cotidiano.

Definido como: $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ (produto escalar)

Portanto a componente da força ao longo da trajetória do movimento efetua trabalho.

Se um corpo sofre um deslocamento Δx, sob a ação de uma força constante F,

$$W = F \cos\theta \, \Delta x = F_x \, \Delta x$$

No SI, o trabalho é expresso por:

$$1\,J = 1\,N.\,m = \frac{1\,Kg\,m^2}{s^2}$$

Ao levantar um tijolo de 2,0kg até 1,5m de altura o trabalho realizado é:

$$W = 2\,kg\,.\,9{,}8\,m/s^2\,.\,1{,}5\,m$$

$$w = 29{,}4 \quad J$$

Trabalho entre dois sistemas – transferência de energia.

Exemplo: trabalho quando uma pessoa empurra um corpo.

Transferência de energia química da pessoa para energia cinética do corpo e energia térmica,devido à força de atrito.

Para o caso em que a força e o deslocamento, estão no mesmo sentido, o trabalho é positivo.

Ao deslocar um corpo verticalmente para cima, você executa um trabalho positivo, enquanto que a força da gravidade executa um trabalho negativo.

Quando um corpo é deslocado sobre uma superfície, a força normal não executa nenhum trabalho, porque ela será sempre perpendicular ao deslocamento do corpo.

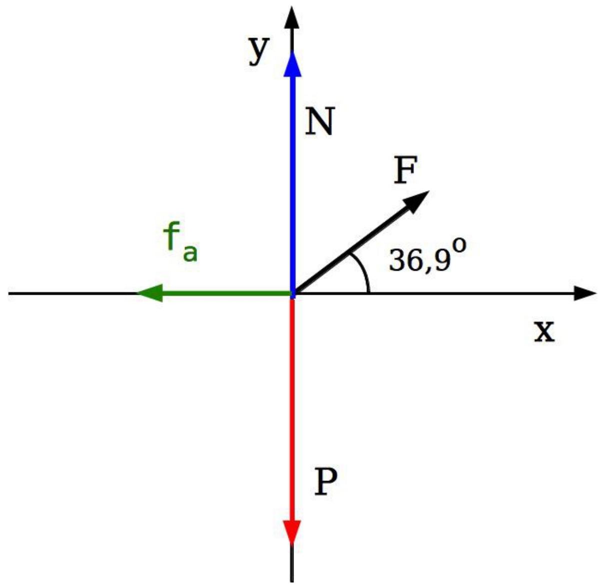
- Trabalho realizado por diversas forças

Soma dos trabalhos realizados por cada uma das forças envolvidas no problema.

$$W_T = W_1 + W_2 + ... + W_n$$

Os trabalhos realizados por cada uma das forças pode ser positivo ou negativo, depende do sentido da força e do deslocamento.

Exemplo: Um caminhão está ligado por meio de uma corda que tem peso desprezível, a uma carga de peso P=14700N e a puxa por 20m ao longo de um terreno horizontal. A força de atrito entre as superfícies é f_a=3500N. A força constante F=5000N exercida pelo caminhão sobre a carga, faz um ângulo de 36,9o com a horizontal. Calcule o trabalho que cada força realiza sobre a carga e o trabalho realizado por todas as forças.



Somente a componente horizontal da força F e a força atrito fa, realizam trabalho.

O trabalho realizado pela força F, é:

$$W_F = F\cos\theta \;\; x = (5000\,\mathrm{N})(\cos 36{,}9)(20\,\mathrm{m}) = 80000\,\mathrm{N.m}$$

$$W_F = 80\,\mathrm{kJ}$$

O trabalho realizado pela força de atrito, é dado por:

$$W_{f_a} = -(3500\mathrm{N})(20\mathrm{m}) = 70000\mathrm{Nm}$$

$$W_{f_a} = -70\mathrm{kJ}$$

Portanto o trabalho total realizado por todas as forças que atuam na carga é dado por:

$$W_{total} = W_F + W_{f_a} = (80 - 70)\,\mathrm{kJ} = 10\mathrm{kJ}$$

Resolva o exemplo determinando o trabalho realizado pela resultante de todas as forças que atuam sobre a carga.

- Trabalho realizado pela força gravitacional

Suponha um objeto de massa m, lançado verticalmente para cima com velocidade inicial v_o, alcançando uma certa altura representada pelo vetor deslocamento $\vec{d}$.

Quando o objeto percorre todo o deslocamento d.

Na subida, a força gravitacional tem sentido contrário ao deslocamento, portanto realiza um trabalho negativo,

$$W_{F_g} = \vec{F}_g \;.\; \vec{d} = mg\,d\cos 180^0 = -mgd$$

Na descida, a força gravitacional realiza um trabalho positivo,

$$W_{F_g} = \vec{F}_g \;.\; \vec{d} = mg\,d\cos 0^0 = +\,mgd$$

• Relação entre trabalho e energia cinética

Supondo que uma partícula se move sob a ação de uma força F resultante, constante, no sentido positivo do eixo x, percorrendo uma distância d entre os pontos 1 e 2, com velocidade v_1 e v_2.

Como a aceleração é constante entre os pontos 1 e 2,

$$v_2^2 = v_1^2 + 2ad \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

Usando a segunda Lei de Newton e substituindo a expressão para a aceleração temos:

$$F = ma = m.\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \quad \Rightarrow \quad Fd = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Fd é o trabalho realizado pela força F.

Portanto o trabalho realizado pela força resultante é igual ao trabalho total realizado sobre a partícula e é igual à variação da energia cinética da partícula.

Teorema trabalho-energia: $W_{total} = E_{c_2} - E_{c_1} = \Delta E_c$

Conservação de energia no caso do corpo arremessado para cima.

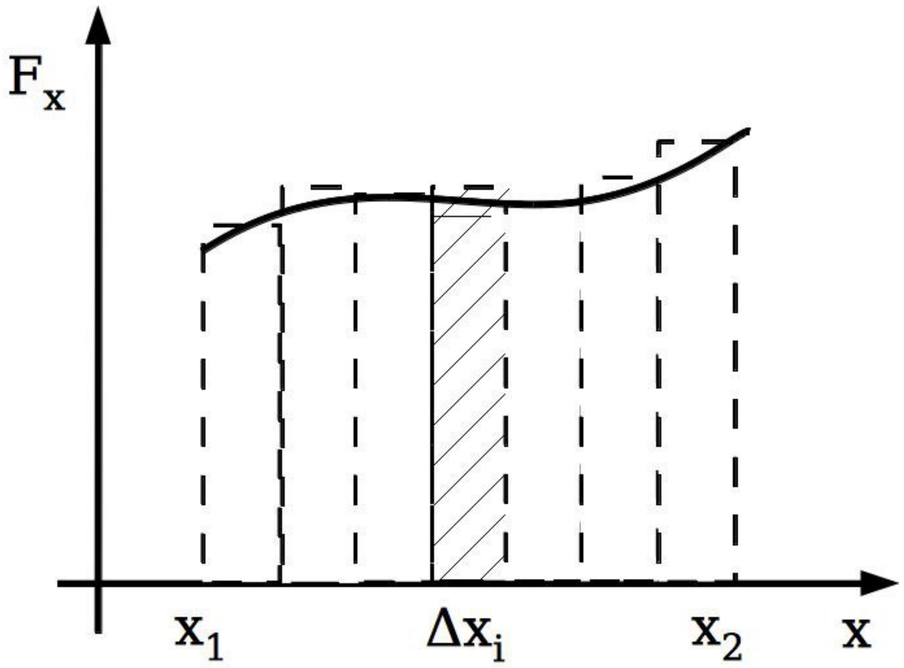
- Quando o corpo sobe

A energia cinética do corpo diminui, F_g realiza trabalho negativo sobre o corpo durante a subida.

- Quando o corpo desce

A energia cinética do corpo aumenta, F_g realiza trabalho positivo sobre o corpo durante a subida.

- Trabalho realizado por uma força variável



$$W = \lim_{\Delta x_1} \sum_i F_x \Delta x_i$$

$$w = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx$$

Área subentendida pela Curva de F_x contra x

Força sobre uma mola: F = kx (Lei de Hooke)

onde k é a constante da mola e x o alongamento.

Trabalho realizado por uma força F aplicada a uma mola, quando o alongamento varia de zero a um valor máximo, X, é dado por:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \quad \Rightarrow \quad W = \int_0^X kx \, dx$$

$$W = \frac{1}{2} k \left(X^2 - 0^2 \right) = \frac{1}{2} k X^2$$

O teorema trabalho-energia, é válido mesmo quando a força não é constante.

•Potência

Taxa de variação com o tempo do trabalho realizado por uma força aplicada a um corpo.

Potência média: $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Potência instantânea: $P = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta W}{\Delta t} \right) = \frac{dW}{dt}$

Unidade de potência no SI: watt (W)

$1\,W = 1\,J/s$

Quilowatt-hora: trabalho realizado em 1 h quando a potência é de 1 kW

A potência também pode ser expressa em função da força aplicada ao corpo e da sua velocidade.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cos\phi\, dx}{dt} = F\cos\phi \frac{dx}{dt} = F\cos\phi\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

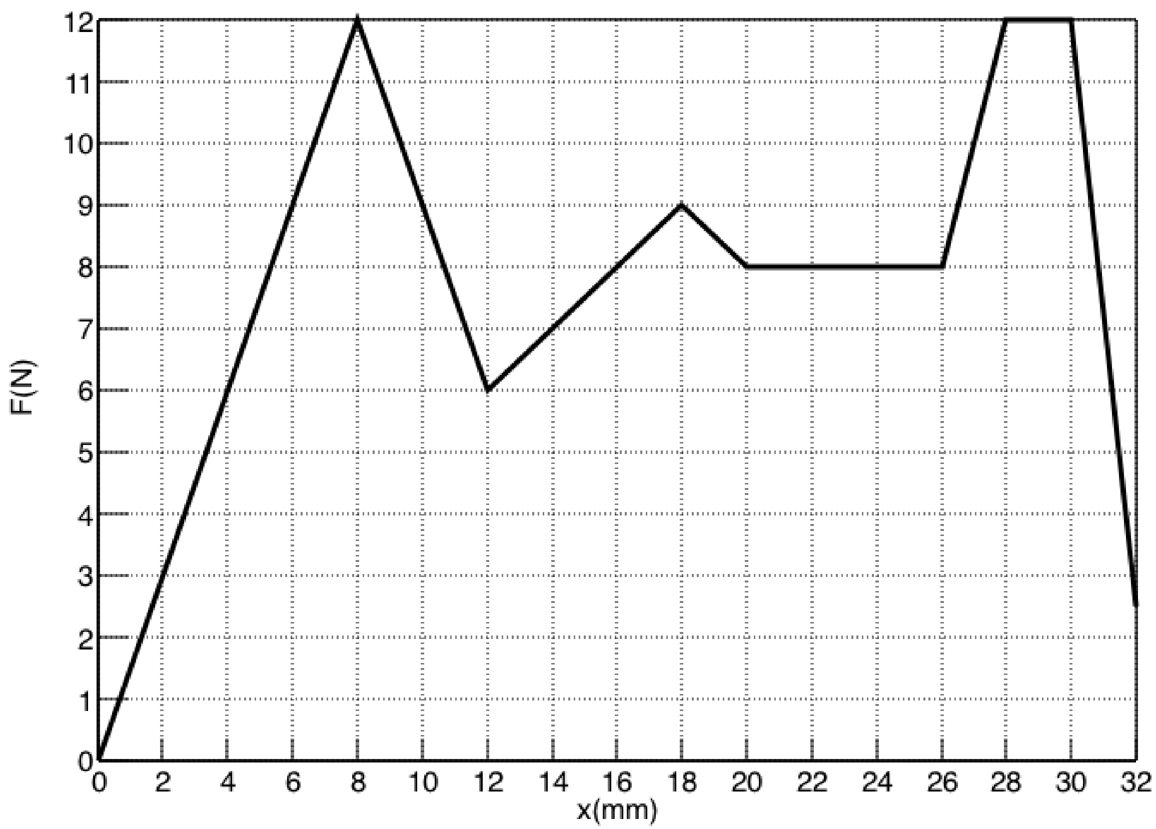
$$P = F\, v \cos\phi$$

$$P = \vec{F}.\vec{v}$$

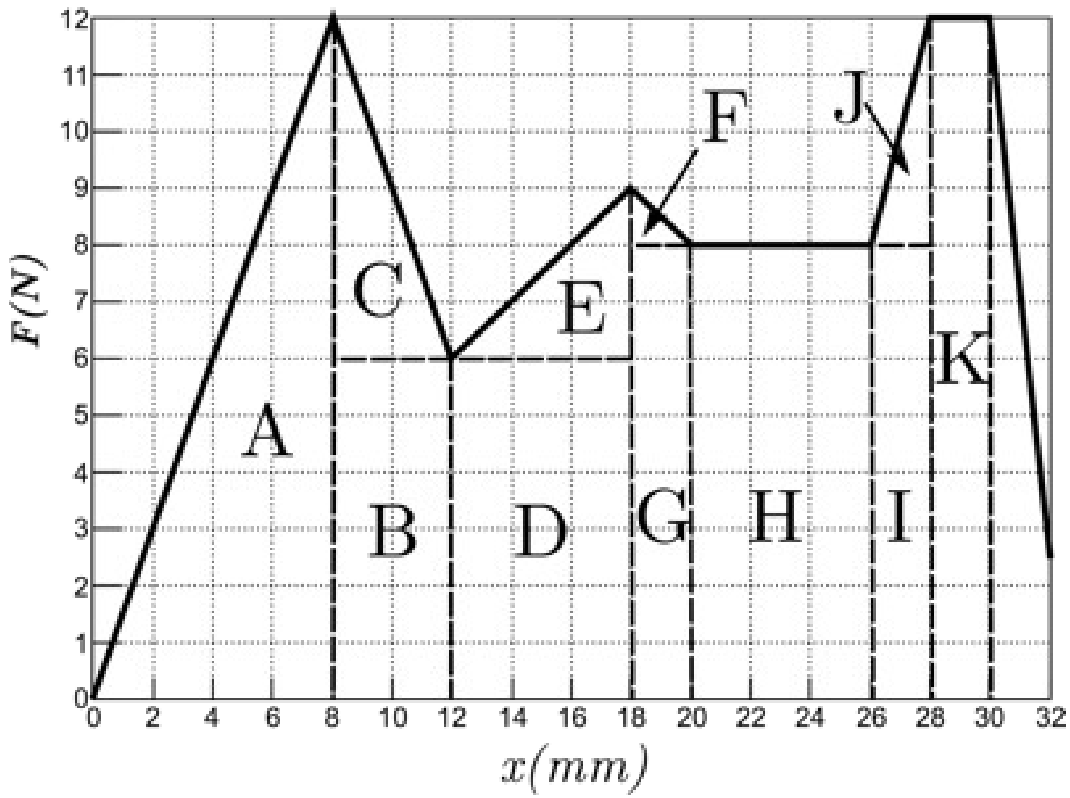
P então é a potência instantânea desenvolvida pela força F.

Sendo φ, o ângulo que a força faz com o eixo x.

Calcular o trabalho realizado pela força que varia conforme a figura abaixo, durante o deslocamento de $x_i = 0$ à $x_f = 0{,}030$m.



Sugestão: Considere a área sob a curva como constituida pelos setores identificados pelas letras de A à K, conforme figura abaixo.



- **Bibliografia**

- Sears e Zemansky/ Young H. D., Freedman R. A. Física I Mecânica, 12ª Edição, São Paulo, Pearson Education do Brasil Ltda.
- Alonso M., Finn E. J. Física um Curso Universitário volume 1 – Mecânica, 1972, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda.
- Tipler P., Mecânica, volume 1, 3ª edição, Rio de Janeiro, LTC
- Hewitt P. G. Fundamentos de Física Computacional, 2009, Porto Alegre, Editora Bookman.