

Forças em equilíbrio

Conforme discutimos no capítulo anterior, segundo o entendimento científico atual, existem quatro forças fundamentais.

Cotidianamente você lida com forças e quase nunca questiona que tipo de força está agindo sobre você ou que tipo de força você está exercendo sobre os objetos à sua volta.

Quando a ação de uma força sobre um objeto é devido a aplicação da mesma por meio de contato direto, como por exemplo ao empurrarmos um objeto, a força é de contato; quando a ação da força sobre o objeto é à distância, a força é de longo alcance.

Provavelmente você já experimentou a ação tanto de forças de contato quanto de forças de longo alcance.

Por exemplo, um bastão de plástico eletrizado, pode atrair pequenos pedaços de papel, dois ímãs, podem se repelir ou se atrair mutuamente. Estes fenômenos são devidos a forças eletromagnéticas, forças de longo alcance.

Por exemplo quando empurramos ou puxamos um objeto deslocando-o sobre uma superfície, exercemos uma força de contato. Neste caso, estão envolvidas forças eletromagnéticas (força de atrito, força química) e gravitacionais (força peso).

As forças que atuam diretamente nos sistemas com os quais interagimos, são manifestações das forças fundamentais, geralmente das forças gravitacionais ou eletromagnéticas.

Por exemplo a força de atrito tem origem nas interações entre as moléculas dos corpos que estão em contato, sendo assim oriunda de interações eletromagnéticas.

Tratamos analiticamente os efeitos destas forças por meio de leis que descrevem perfeitamente os fenômenos físicos observados sem entretanto lançar mão da sua origem.

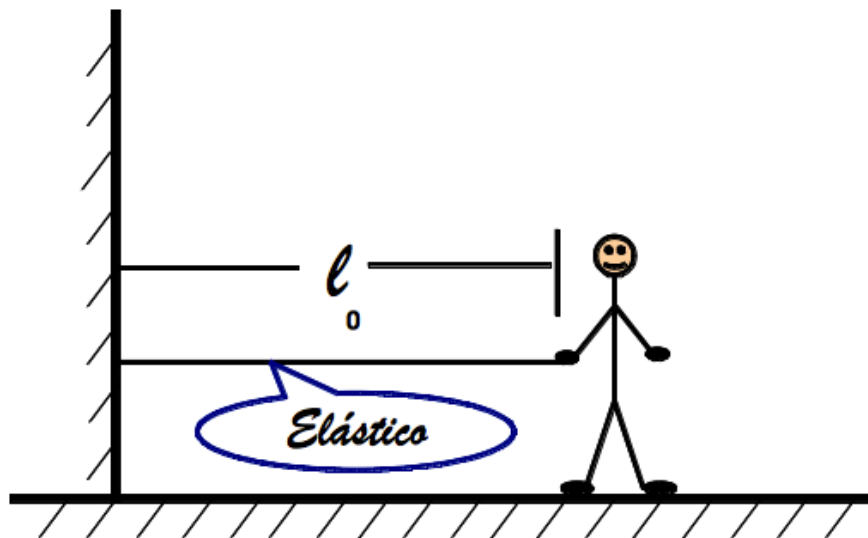
Do ponto de vista da mecânica, as ações que provocam alterações no movimento ou nas dimensões de um corpo, são descritas como forças ou pressões, tensões, compressões, trações, torções ou fricções, etc.

Dependendo da natureza dos fenômenos que lhes dão origem, são classificadas também como elétricas, magnéticas, gravitacionais, elásticas, acústicas, dissipativas, etc.

• *Forças em equilíbrio*

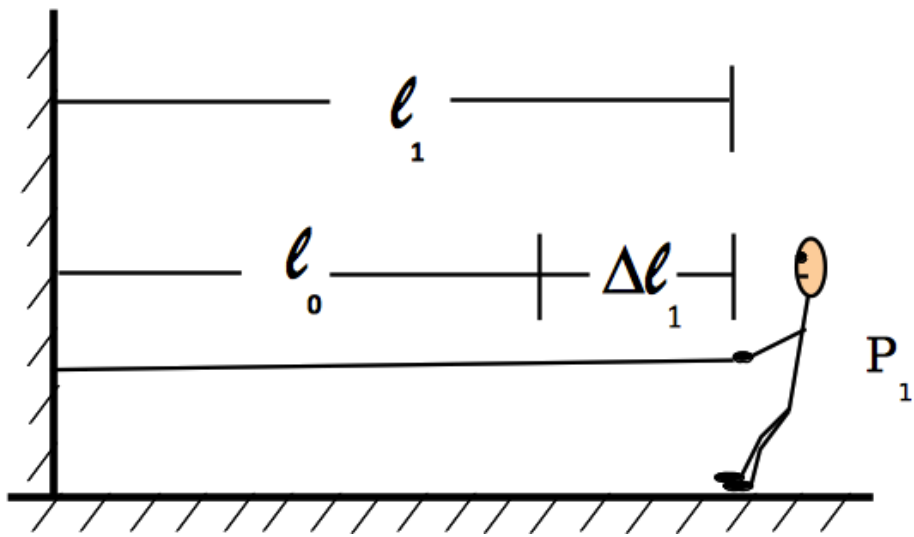
♦ *Intensidade de uma força*

Se duas ações provocam deformações iguais em um corpo elástico (capaz de retornar à sua forma e dimensões iniciais, uma vez cessada a ação deformadora), diz-se que o corpo foi submetido à forças de mesma intensidade, direção e sentido.



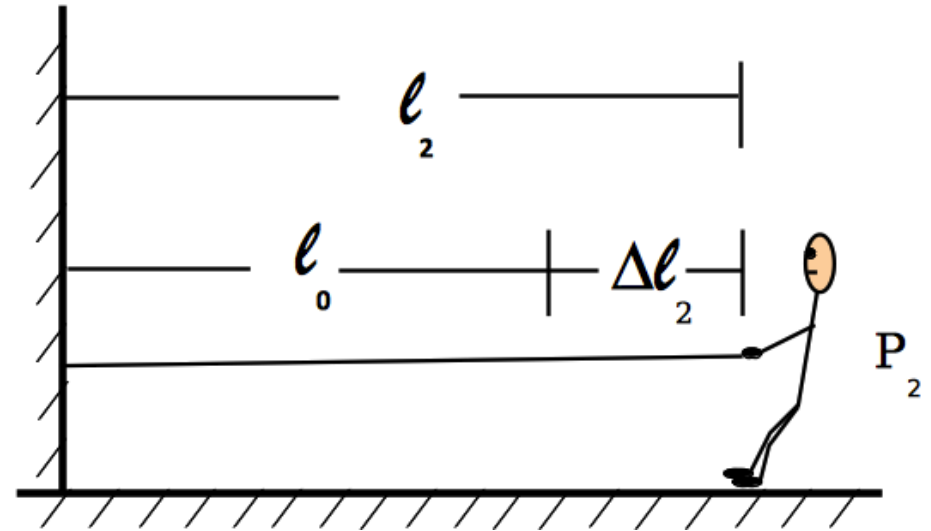
Na figura, uma pessoa segura um elástico de comprimento inicial

l_0 .



Deformação $\Delta \ell_1$, devido à aplicação da força F_1 .

Deformação $\Delta \ell_2$, devido à aplicação da força F_2 .



Se as deformações causadas pelas forças F_1 e F_2 , são iguais,

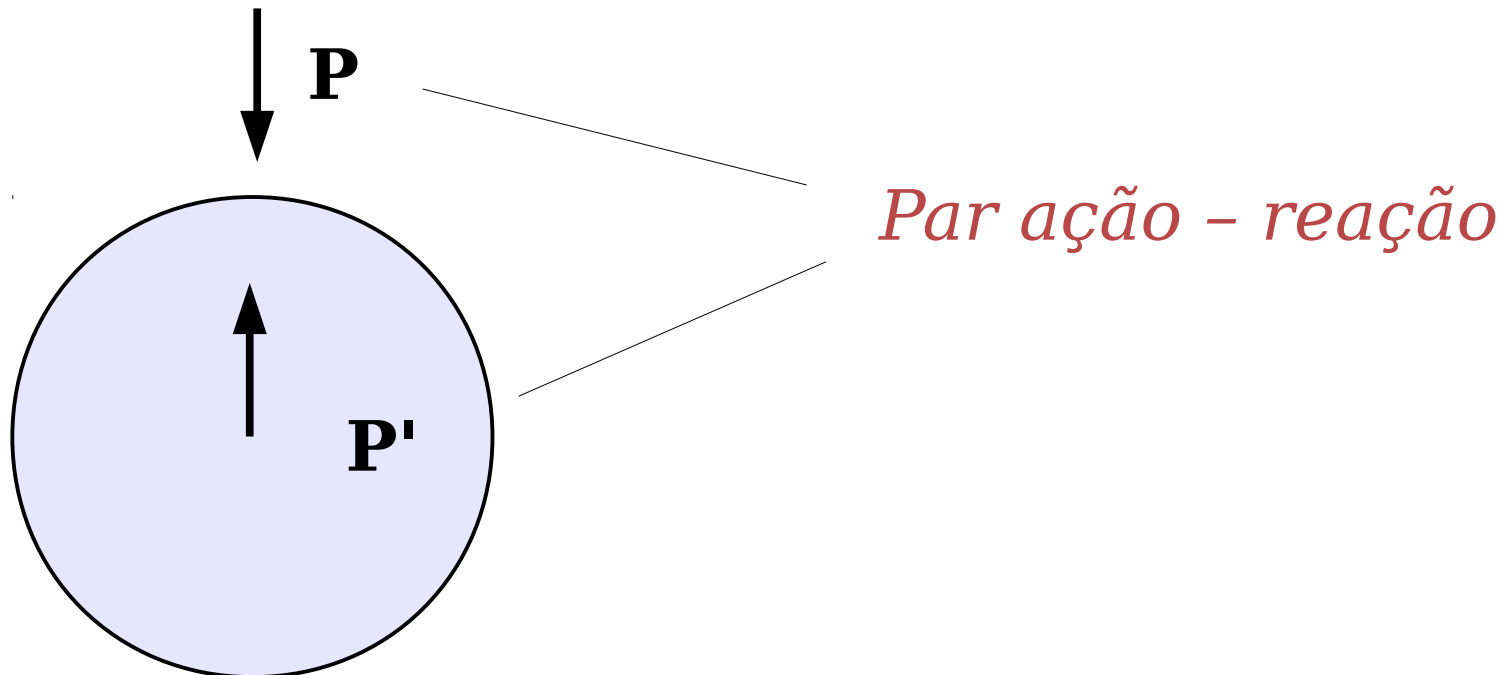
$$\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 \Rightarrow F_1 = F_2$$

Sendo F_1 e F_2 , forças aplicadas por P_1 e P_2 sobre o corpo elástico.

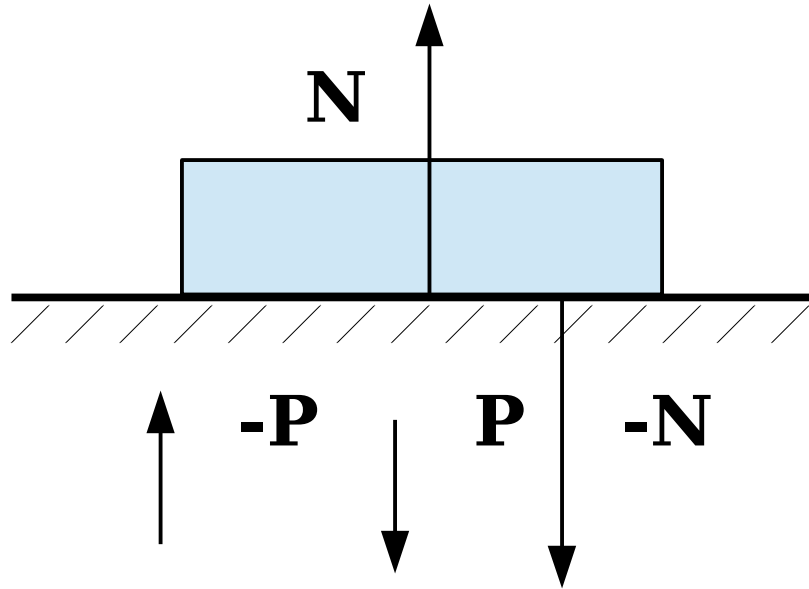
♦ Forças de ação e reação

Peso p de um corpo

Nas vizinhanças da superfície terrestre, $p = mg$, sendo g a aceleração local da gravidade.



Corpo de peso P apoiado em uma superfície.



Em um par ação-reação as forças atuam em corpos distintos.

Primeira Lei de Newton: equilíbrio

Terceira Lei de Newton: forças de ação e reação

$$N = -N ; P = -P$$

- **Sobre a força normal**

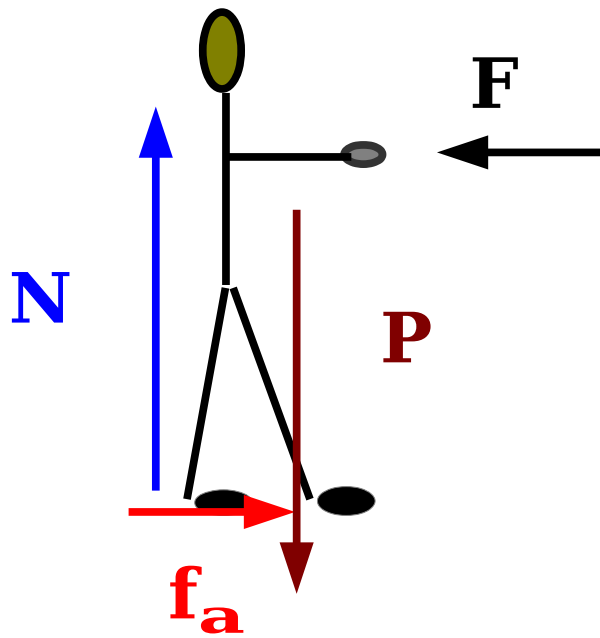
A força normal é uma força de reação à compressão exercida por um corpo quando este encontra-se em contato com uma superfície.

Portanto força normal não constitui um par ação-reação com a força peso.

Note também que a força peso é uma força de longo alcance, é uma interação proveniente da ação do campo gravitacional enquanto que a força normal é uma força de contato, proveniente da interação com o campo eletromagnético.

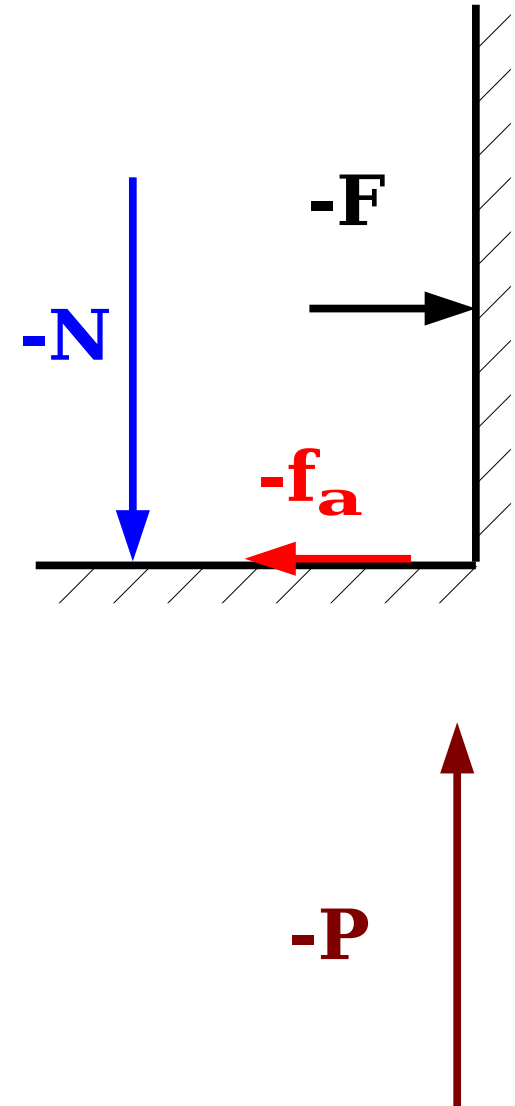
Uma pessoa sobre uma superfície empurra uma parede

Forças que agem sobre a pessoa



Forças de reação

$$\begin{aligned} N &= -N \\ P &= -P \\ F &= -F \\ f_a &= -f_a \end{aligned}$$

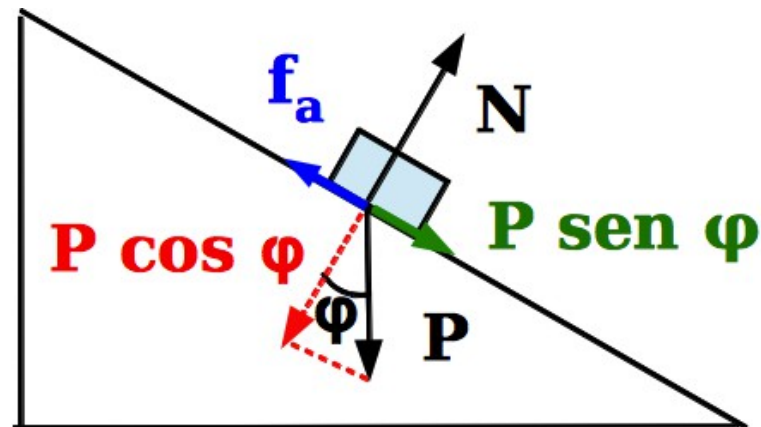


Observe as linhas de ação das forças!

Há dois tipos de forças apresentadas aqui que queremos destacar com mais detalhes: a força normal e a força de atrito.

Força normal: costuma ser confundida com uma força de reação à força peso. Vejamos como entender que esta interpretação não é correta.

Considere um objeto sobre um plano inclinado em repouso, conforme a figura.



Observe que o módulo da força normal é igual à projeção da força peso na direção perpendicular à face inclinada do plano.

As forças de ação e reação agem em corpos diferentes.

Força de atrito: a força de atrito atua em várias situações do nosso cotidiano. Por exemplo, quando corremos em uma pista, há atrito entre nossos pés e o chão o que impede que deslizemos.

Se empurrarmos um objeto pesado que se encontra sobre uma superfície, precisamos exercer uma força mínima para que ele comece a se mover, chamada **força de atrito estático**, f_e . Nesta condição, eminência de movimento, a f_e assume seu valor máximo.

A força que precisamos fazer para manter o objeto em movimento é menor que a força para iniciar o movimento. Ela é chamada **força de atrito cinético f_c** .

A força de atrito é um fenômeno complexo que tem origem em interações moleculares e a rigor não é constante.

Verifica-se experimentalmente que a força de atrito está relacionada com a força normal pela expressão:

$$f = \mu N$$

Onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético e μ_e , o coeficiente de atrito estático.

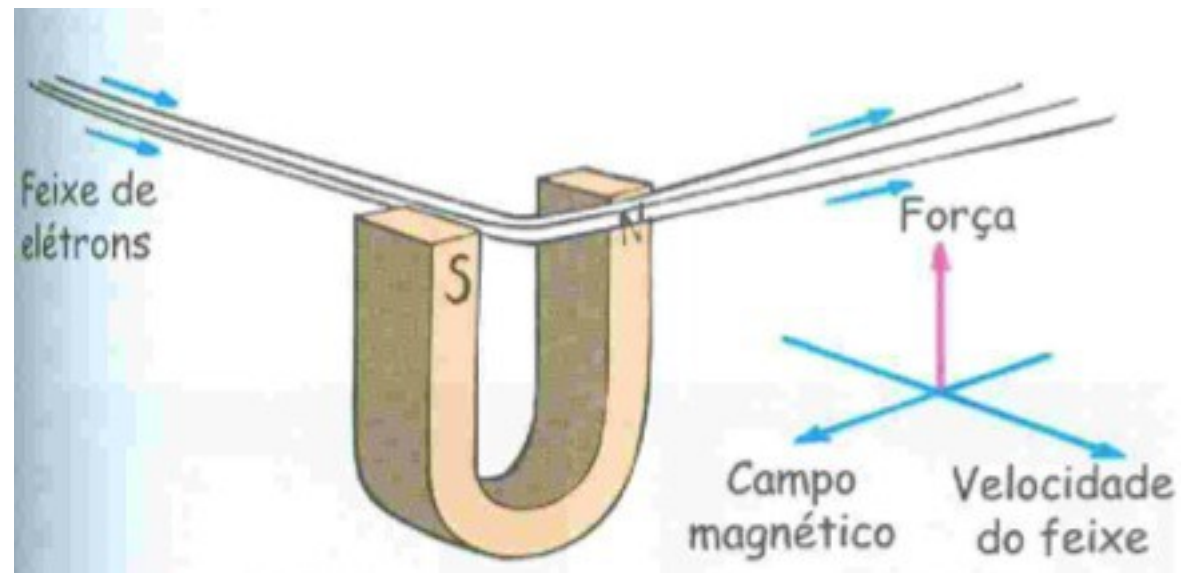
O coeficiente de atrito cinético é geralmente menor que o coeficiente de atrito estático e a força de atrito pode depender da velocidade e de outros fatores (polimento, material, etc).

Força elétrica, magnética e gravitacional

- $F_E = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ onde $K = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2$

- $F_G = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ onde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

- $\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B}$



Considere a Terra como uma esfera homogênea de massa M e raio R .

Para um corpo de massa m , que encontra-se a uma altura h da superfície terrestre, o peso será dado por:

$$P = G \frac{M m}{(R + h)^2}$$

Se o corpo encontra-se próximo à superfície terrestre, $h \ll R$, portanto

$$P = \frac{GM}{R^2} m$$

onde $g = \frac{GM}{R^2}$

- **O conceito de inércia**

O conceito de inércia, foi estabelecido por Galileu, através de suas observações experimentais.

Galileu observou que um corpo que encontra-se em movimento tende a permanecer em movimento, sem a necessidade de uma força para mantê-lo neste estado.

Esta propriedade é chamada de inércia. A inércia é uma propriedade física da matéria, uma medida da quantidade de matéria contida nele e portanto está ligada à sua massa. Os corpos mais massivos, possuem maior inércia.

Observe que massa e peso são grandezas distintas.

A massa de um corpo é uma propriedade física independente do valor da aceleração da gravidade do local em que o corpo se encontra.

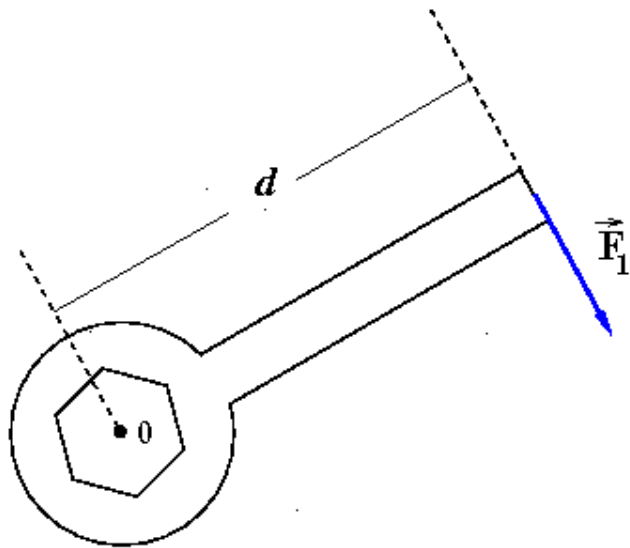
O peso de um corpo é dependente do valor da aceleração da gravidade do local em que o corpo se encontra. O peso é a força exercida sobre o corpo pela ação da atração gravitacional.

◆ **Momento (ou torque) de uma força**

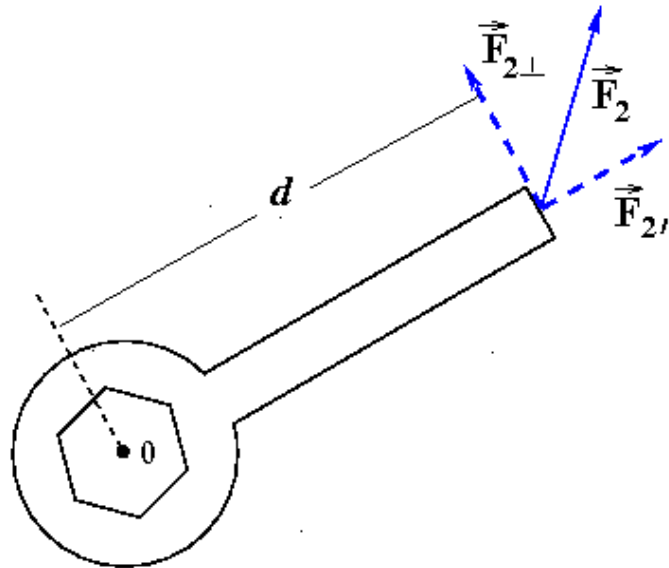
- O efeito de uma força sobre um corpo, depende do ponto de aplicação.
- Forças aplicadas em corpos rígidos (*não deformáveis – distância entre dois pontos quaisquer é invariante*) podem provocar translações e rotações.

Considere um corpo pivotado que pode girar em torno de um ponto fixo.

Efeito da força aplicada no braço da chave pivotada

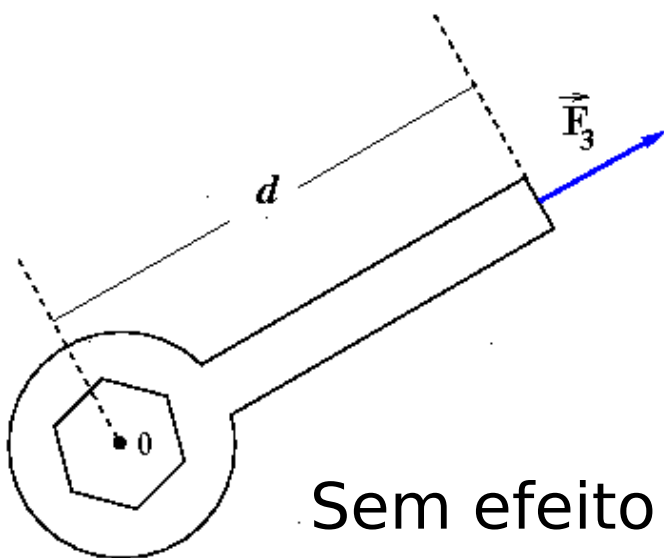


Efeito máximo



Torque (axial) em relação ao eixo perpendicular ao plano da figura ou em relação ao ponto 0.

Efeitos contrários - rotações opostas



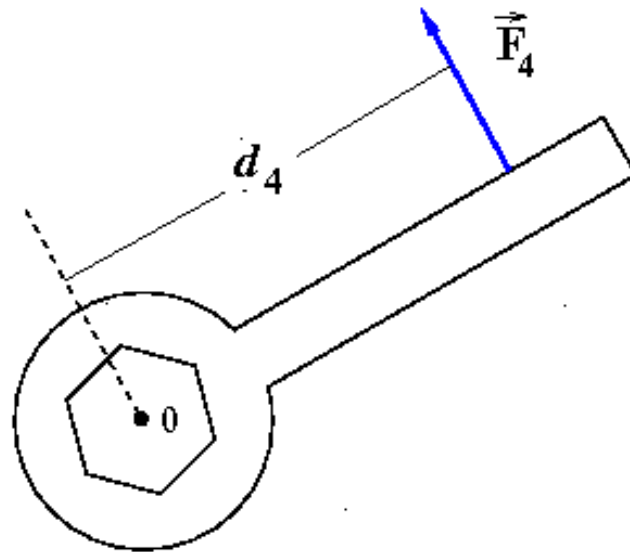
Sem efeito

$$\vec{F}_{2\perp} d$$

$$\vec{F}_1 d$$

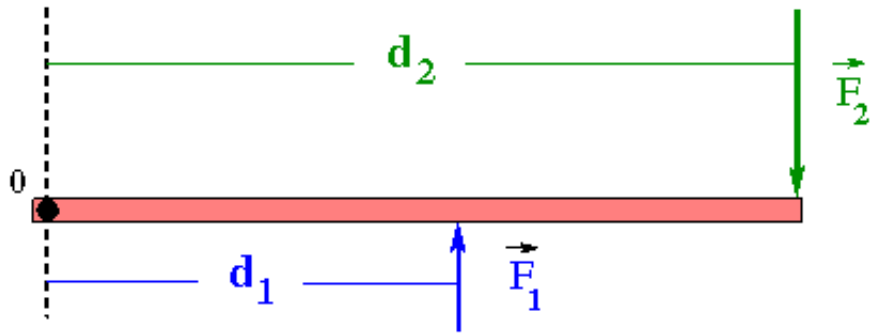
$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4|$$

- Torque máximo \Rightarrow força na direção perpendicular ao eixo de rotação
- Torque nulo \Rightarrow linha de ação da força passa pelo eixo de rotação
- A intensidade do torque depende da distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação



Efeito da força aplicada na barra articulada

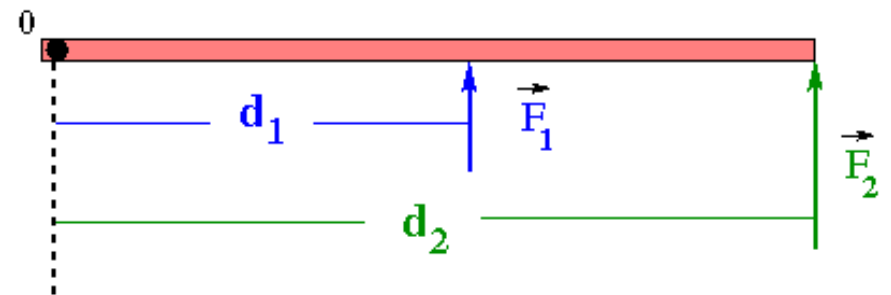
Rotações em sentidos opostos



$$\tau = F_2 d_2 - F_1 d_1 \quad (F_2 > F_1)$$

Rotações no mesmo sentido

$$\tau = F_2 d_2 + F_1 d_1 \quad (F_2 > F_1)$$



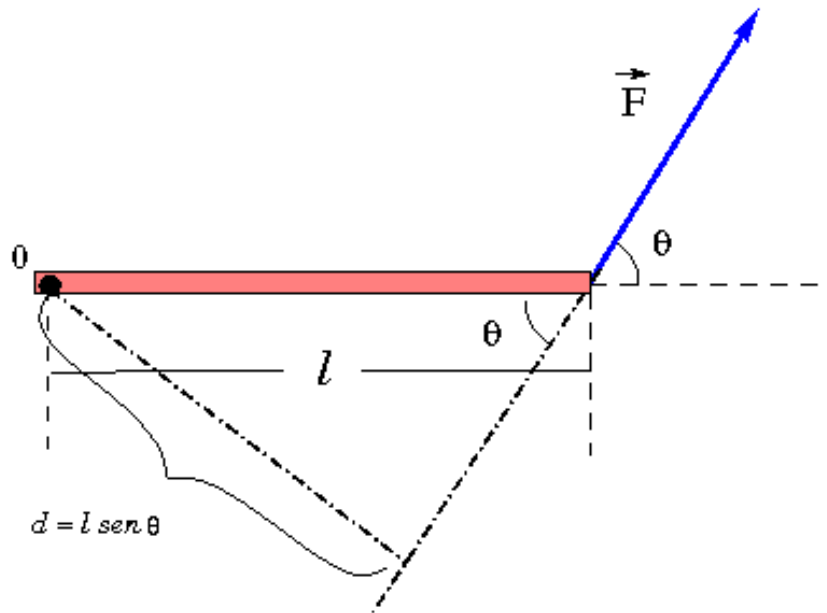
Torque de F em relação ao eixo de rotação ou ao ponto de articulação

(Projeção da força F na direção perpendicular à barra) \times (l)

$$\tau = (F \operatorname{sen} \theta) \cdot l$$

Braço da alavanca: distância perpendicular entre a linha de ação da força e o eixo de rotação.

$$\tau = (l \operatorname{sen} \theta) \cdot F$$



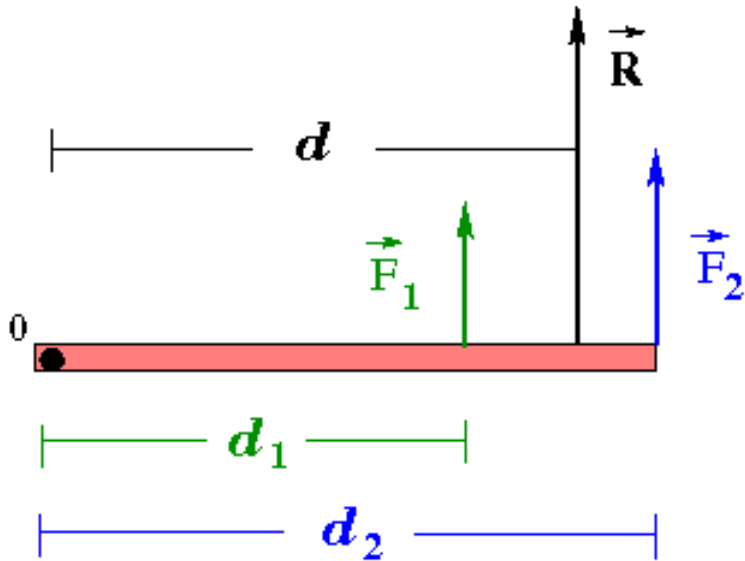
τ é positivo se o sentido de rotação for dextrógiro e negativo se for levógiro.

Torque em relação à um ponto 0 .

$$\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

Perpendicular ao plano que contém \mathbf{r} e \mathbf{F} .

Forças paralelas



O efeito de rotação em torno do eixo 0, produzido pela resultante é igual à soma dos efeitos de rotação em torno do mesmo eixo, produzidos pelas forças F_1 e F_2 .

Resultante

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Torque

$$R d = d_1 F_1 + d_2 F_2$$

Ponto de aplicação da resultante

$$d = \frac{d_1 F_1 + d_2 F_2}{R}$$

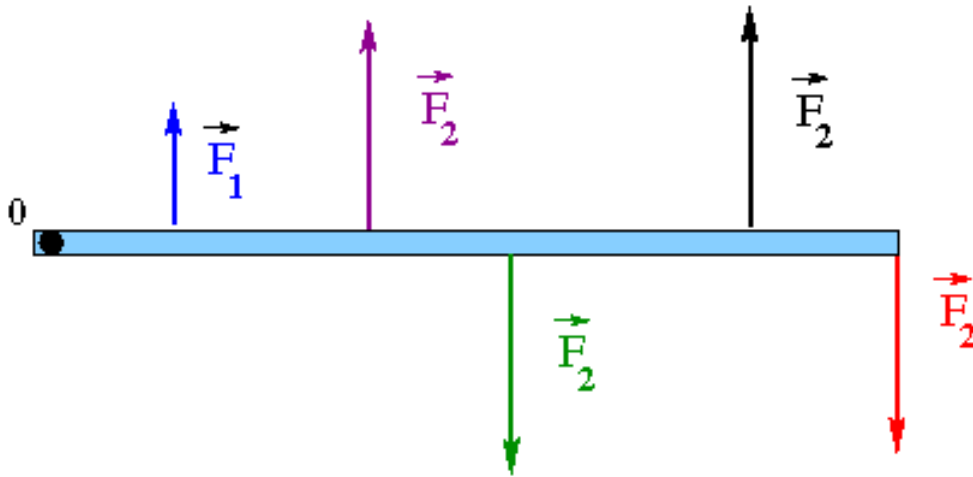
◆ Equilíbrio de um corpo rígido sob a ação de forças paralelas

Condições de equilíbrio

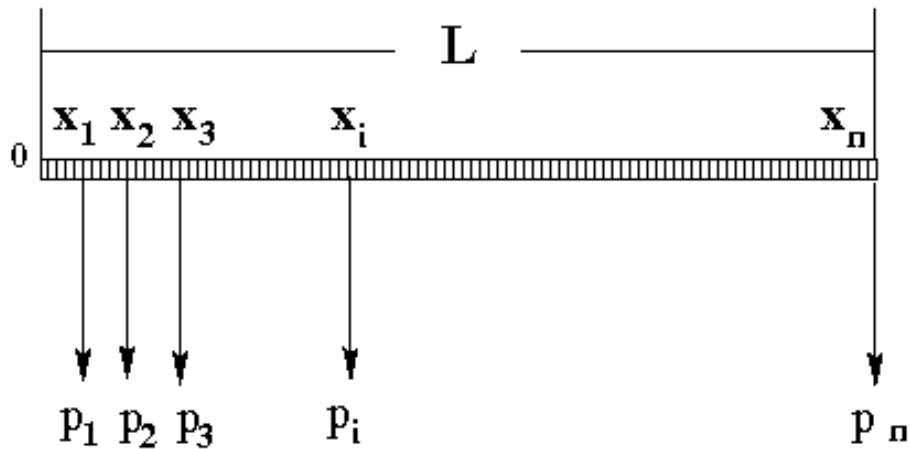
Resultante nula: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$

(independente do Ponto de aplicação)

Torque total nulo: $\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \dots + \vec{\tau}_n = 0$



◆ Centro de gravidade e centro de massa



p_1, p_2, \dots, p_n , pesos pontuais;
 x_1, x_2, \dots, x_n posições dos pesos em relação ao ponto 0 .

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^{i=n} p_i$$

$$\tau = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_i p_i + \dots + x_n p_n = x_G P$$

$$x_G = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{P}$$

Considerando uma barra homogênea:

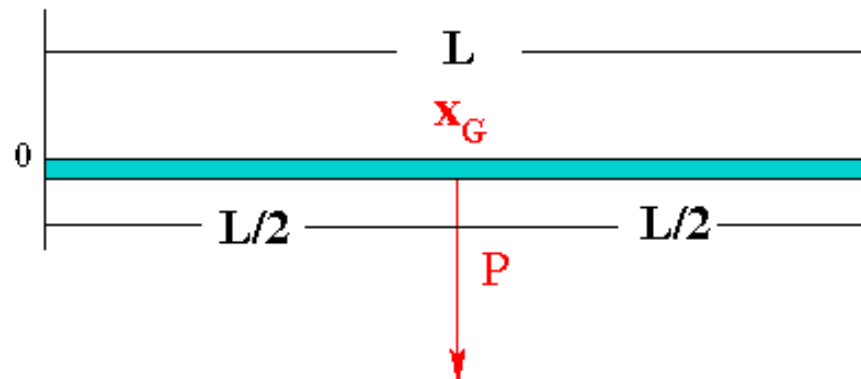
$$p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n$$

$$x_G = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) p_i}{n p_i}$$

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

($x_G \rightarrow$ ponto médio da barra homogênea)

O peso de uma barra homogênea pode ser considerado como aplicado no ponto médio da barra.



$$p_i \propto m_i$$

Para corpos homogêneos:

$$m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n$$

$$x_{CM} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Exemplos

1) Um satélite de massa m gira em uma órbita circular em torno de um planeta de massa M , com período de revolução T . A distância entre os centros do planeta e do satélite é d . Determine a massa do planeta.

O satélite é atraído pelo planeta pela força,

$$F = G \frac{M m}{d^2}$$

A força F , pode também ser expressa por,

$$F = m a_c$$

Portanto
$$a_c = \frac{GM}{d^2} \quad (1)$$

Como o satélite gira em órbita circular a aceleração centrípeta é dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{d}$$

onde $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi d}{T}$

Logo: $a_c = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$ (2)

Combinando (1) e (2), obtemos, $\frac{GM}{d^2} = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$

E finalmente, $M = \frac{4\pi^2 d^3}{G T^2}$

• **Bibliografia**

- Sears e Zemansky/ Young H. D., Freedman R. A. Física I Mecânica, 12ª Edição, São Paulo, Pearson Education do Brasil Ltda.
- Alonso M., Finn E. J. Física um Curso Universitário volume 1 - Mecânica, 1972, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda.
- Hewitt P. G. Fundamentos de Física Conceitual, 2009, Porto Alegre, Editora Bookman.