

# Física Geral

- **Grandezas**

Grandezas físicas possuem um valor numérico e significado físico.

O valor numérico é um múltiplo de um padrão tomado como unidade.

- Comprimento (m)
- Massa (kg)
- Tempo (s)
- Corrente elétrica (A)
- Quantidade da substância (mole)
- Temperatura (K)
- Intensidade luminosa (cd)

## • **Grandezas direcionais**

São aquelas que além do valor numérico dependem de especificação espacial para serem completamente definidas.

**Direção, sentido e módulo: grandezas vetoriais ou vetores.**

- Deslocamento
- Velocidade (quantidade de movimento)
- Aceleração (força)
- Torque
- Campo elétrico
- Campo magnético

## •Grandezas não direcionais

São aquelas completamente definidas apenas por um valor numérico.

**Grandezas escalares ou escalares.**

Exemplos:

- Temperatura
- Massa
- Intensidade luminosa
- Corrente elétrica
- Tempo
- Energia

## •Direção orientada

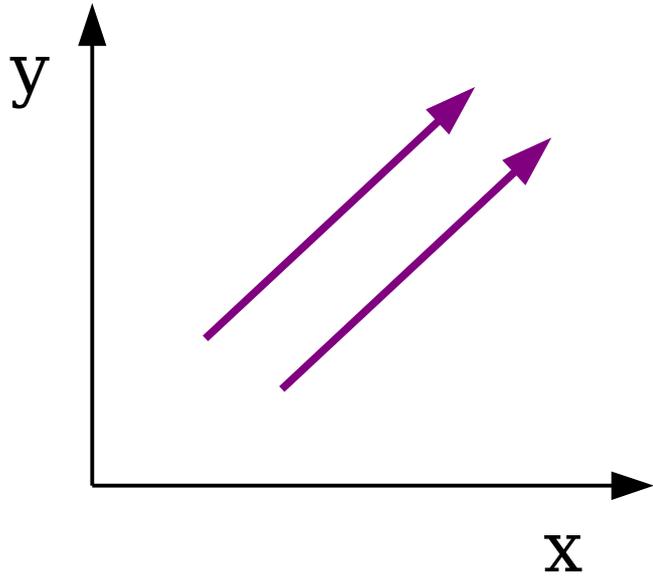
Convencionalmente, considera-se o deslocamento do ponto a para o ponto b, como positivo e do ponto b para o ponto a, negativo.



Segmento de reta orientada → eixo

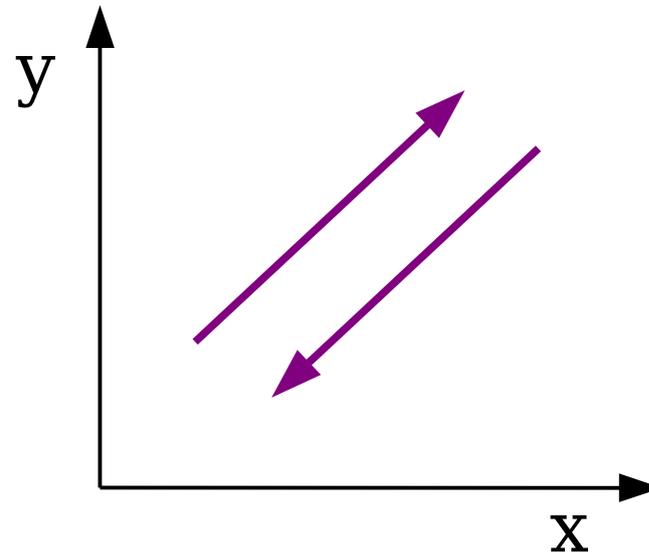


# Eixos coordenados orientados.



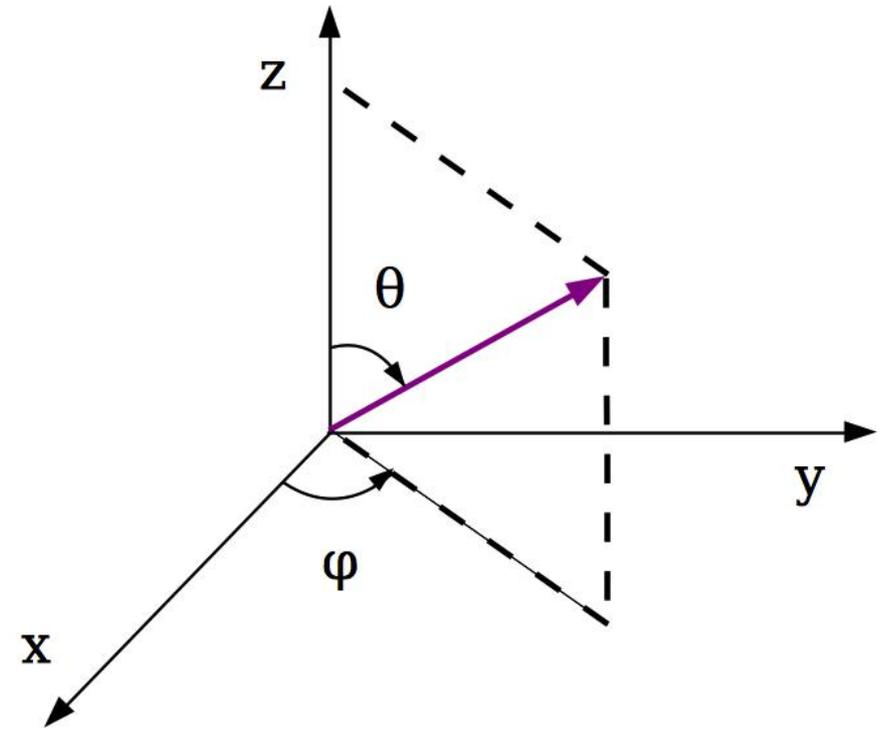
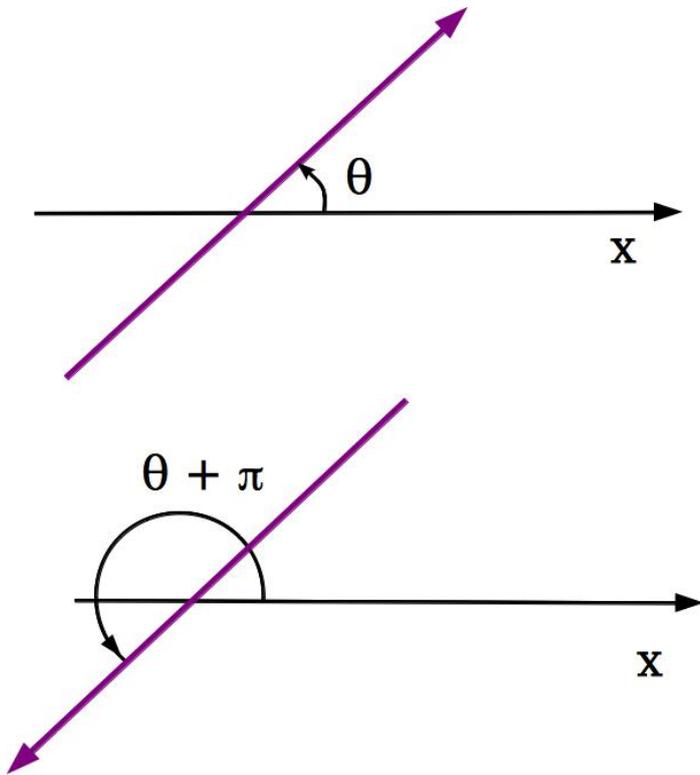
Mesmo sentido: direção orientada única

Sentidos opostos: direções orientadas em sentidos opostos



## Sistema de coordenadas no plano

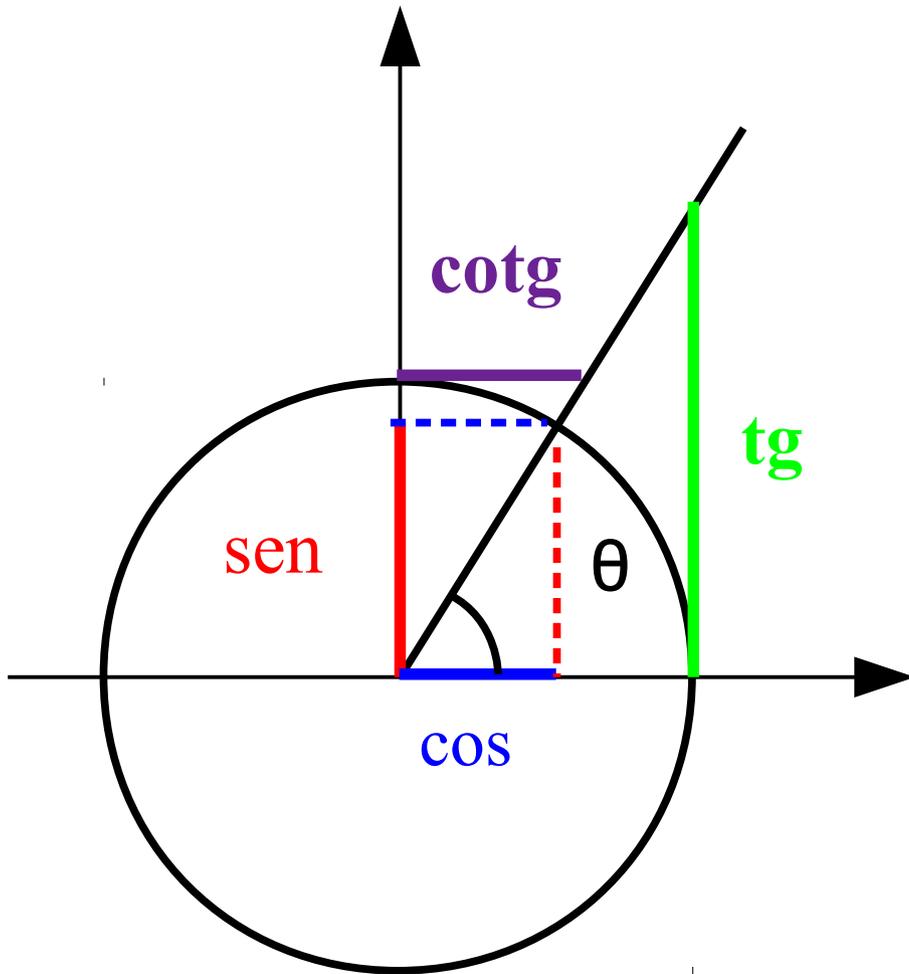
Espaço bidimensional, direção orientada definida pelo ângulo  $\theta$  com o eixo.



## Sistema de coordenadas no espaço tridimensional

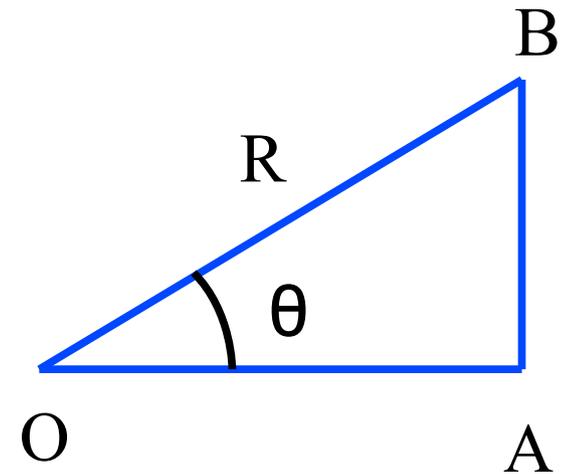
Espaço tridimensional, direção orientada definida pelos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$ .

# Círculo trigonométrico



Raio do círculo = 1

$$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$$



$$\text{sen } \theta = \frac{AB}{R} \Rightarrow AB = R \text{ sen } \theta$$

$$\text{cos } \theta = \frac{OA}{R} \Rightarrow OA = R \text{ cos } \theta$$

$$\text{Tg } \theta = \frac{AB}{OA}$$

## • Vetores

Um vetor pode ser representado em modo gráfico ou escrito.

Modo gráfico: segmento de reta orientado com a mesma direção e sentido que o vetor considerado e cujo comprimento é proporcional à magnitude do mesmo.



Modo escrito: letra maiúscula ou minúscula em negrito (**A**, **B**, **a**, **b**) ou em itálico com uma flexa sobre a letra ( $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ).

Módulo ou magnitude:  $A, B, a, b$  ou  $|\vec{A}|, |\vec{B}|, |\vec{a}|, |\vec{b}|$

Vetor unitário é um vetor cujo módulo é a unidade.

$$|\hat{\mathbf{u}}|=1 \text{ ou } |\mathbf{u}|=1$$

Qualquer vetor paralelo a um vetor unitário pode ser escrito como:

$$\mathbf{V} = \hat{\mathbf{u}} V \text{ ou } \vec{V} = \hat{\mathbf{u}} |\mathbf{V}|$$

Para vetores paralelos, podemos escrever:

$$\vec{V} = \hat{\mathbf{u}} V \text{ e } \vec{V}' = \hat{\mathbf{u}} V' \quad \text{com} \quad \hat{\mathbf{u}} = \frac{\vec{V}}{V} \text{ e definindo } \lambda = \frac{V'}{V}$$

Portanto podemos relacionar os dois vetores:

$$\vec{V}' = \lambda \vec{V}$$

# Operações com vetores

Força é uma grandeza vetorial, portanto operações como a soma de vetores, se aplica às forças produzindo um vetor resultante. Do ponto de vista físico, a resultante é uma força que deve produzir o mesmo efeito que o conjunto de forças aplicadas ao corpo produziam.

Por exemplo, duas forças  $F_1$  e  $F_2$ , que atuam em um corpo podem ser substituídas por uma única força (resultante),  $R$ , sendo estas forças  $F_1$  e  $F_2$  as componentes de  $R$ .

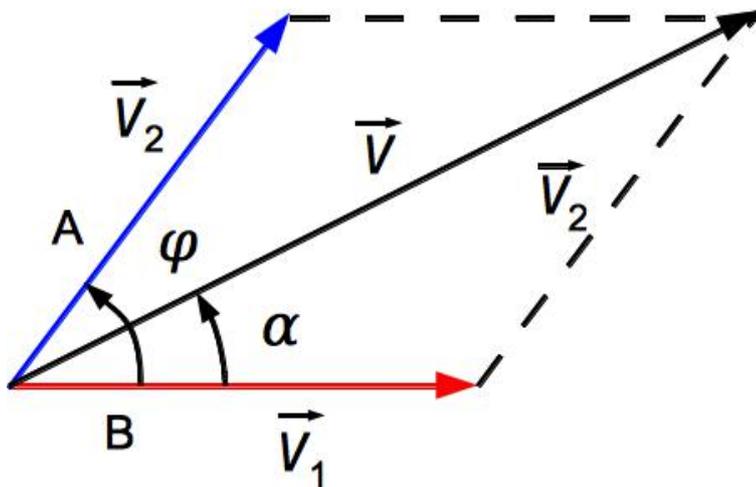
A resultante  $R$  é a soma dos vetores força  $F_1$  e  $F_2$ .

# Soma entre vetores

Esta operação pode ser realizada usando um método gráfico (regra do paralelogramo), um método trigonométrico ou um método analítico.

## • Método gráfico: regra do paralelogramo

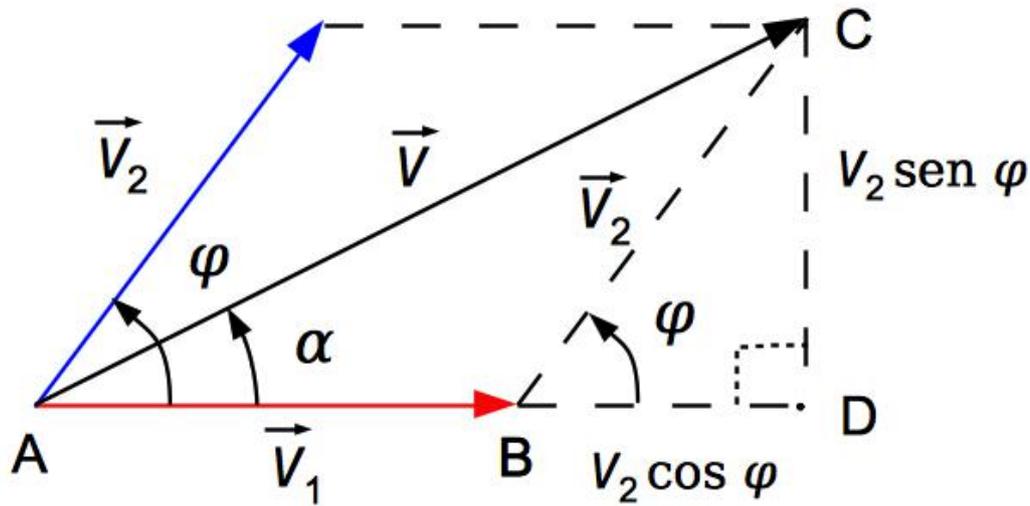
Método gráfico: a escala é escolhida tomando-se o comprimento de um segmento como unidade da intensidade do vetor e o paralelogramo é formado pelos dois vetores.



A diagonal adjacente aos lados A e B, representa o vetor resultante,  $V$ , soma dos vetores  $V_1$  e  $V_2$ .

- Método trigonométrico

O vetor soma dos dois vetores,  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ , é obtido usando-se a trigonometria. Vamos considerar o triângulo ACD da figura abaixo.



Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{AC}^2 = (\overline{AB} + \overline{BD})^2 + \overline{DC}^2$$

Reescrevendo em termos das componentes dos vetores

$$V^2 = (V_1 + V_2 \cos \varphi)^2 + (V_2 \sin \varphi)^2$$

Usando propriedades trigonométricas, rearranjamos a expressão para obter o módulo do vetor resultante  $V$ .

$$V^2 = V_1^2 + (V_2^2 \sin^2 \varphi + V_2^2 \cos^2 \varphi) + 2 V_1 V_2 \cos \varphi$$

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) + 2 V_1 V_2 \cos \varphi$$

### Lei dos cossenos

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 V_1 V_2 \cos \varphi}$$

## Direção do vetor resultante

Visto que a grandeza é um vetor, precisamos determinar também sua direção.

A direção do vetor  $V$ , pode ser determinada pelo ângulo  $\alpha$  entre ele e o vetor  $V_1$ .

A tangente de  $\alpha$  é dada por:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{DC}{AD} = \frac{V_2 \operatorname{sen} \varphi}{V_1 + V_2 \operatorname{cos} \varphi}$$

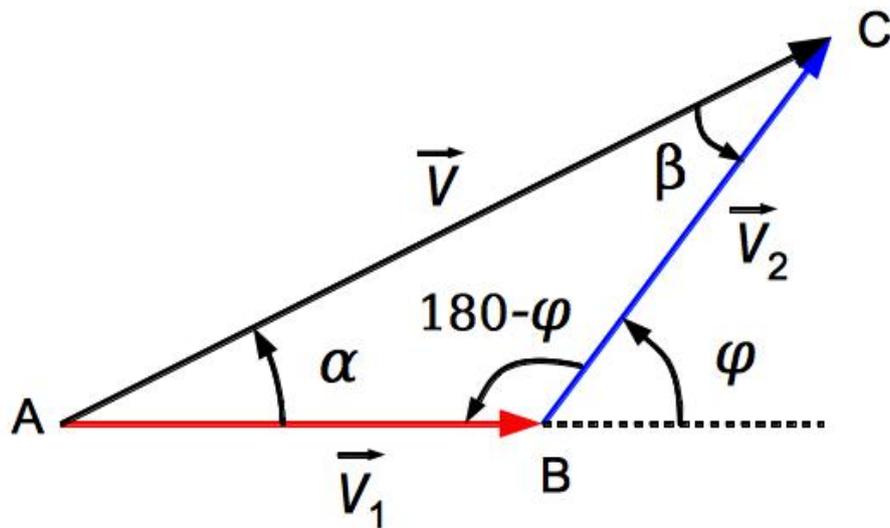
Portanto:

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{V_2 \operatorname{sen} \varphi}{V_1 + V_2 \operatorname{cos} \varphi}$$

## Direção do vetor resultante

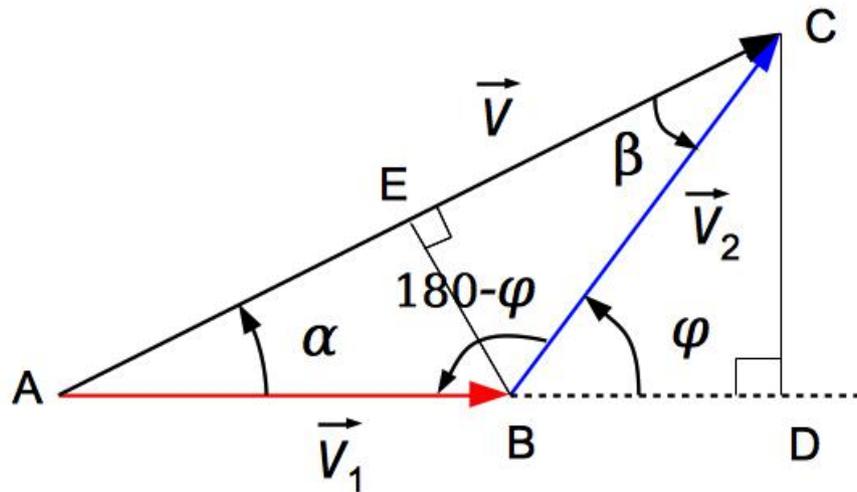
Outro método para determinar a direção do vetor resultante é usando a lei dos senos, isto é, a razão entre cada lado de um triângulo e o seno do ângulo oposto correspondente, é constante.

Considerando o triângulo ABC, formado pelos vetores  $\vec{V}_1$ ,  $\vec{V}_2$  e  $\vec{V}$ , temos:



$$\frac{\vec{V}_1}{\text{sen } \beta} = \frac{\vec{V}_2}{\text{sen } \alpha} = \frac{\vec{V}}{\text{sen}(180 - \varphi)}$$

Da figura podemos escrever:



$$CD = AC \operatorname{sen} \alpha = BC \operatorname{sen} \varphi$$
$$V \operatorname{sen} \alpha = V_2 \operatorname{sen} \varphi$$

$$\frac{V}{\operatorname{sen} \varphi} = \frac{V_2}{\operatorname{sen} \alpha} \quad (1)$$

O lado BE é comum aos triângulos ABE e CBE, então temos:

$$V_1 \operatorname{sen} \alpha = V_2 \operatorname{sen} \beta$$

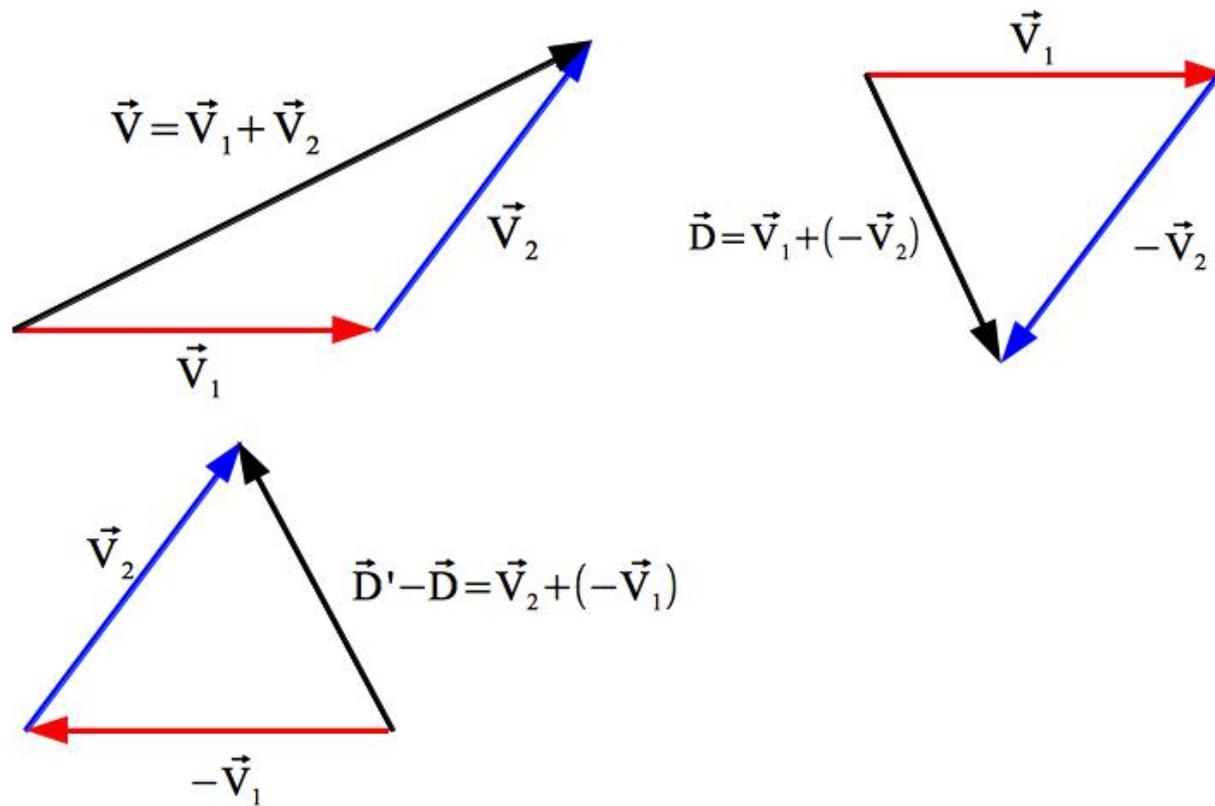
De (1) e (2), temos:

$$\frac{V_1}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{V_2}{\operatorname{sen} \alpha} \quad (2)$$

Lei dos senos

$$\frac{V}{\operatorname{sen} \varphi} = \frac{V_1}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{V_2}{\operatorname{sen} \alpha}$$

## Diferença entre vetores



*Observe que  $D' = -D$ , ou seja, a diferença entre vetores é anticomutativa*

Quando consideramos a diferença  $D = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ , observamos que o ângulo entre os vetores é  $\pi - \varphi$ .

Partindo da lei dos cossenos, e considerando o ângulo entre os dois vetores temos:

$$D = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 V_1 V_2 \cos(\pi - \phi)}$$

$$D = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 V_1 V_2 \cos \pi \cos \phi - \text{sen } \pi \text{ sen } \phi}$$

$$D = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2 \cos \phi}$$

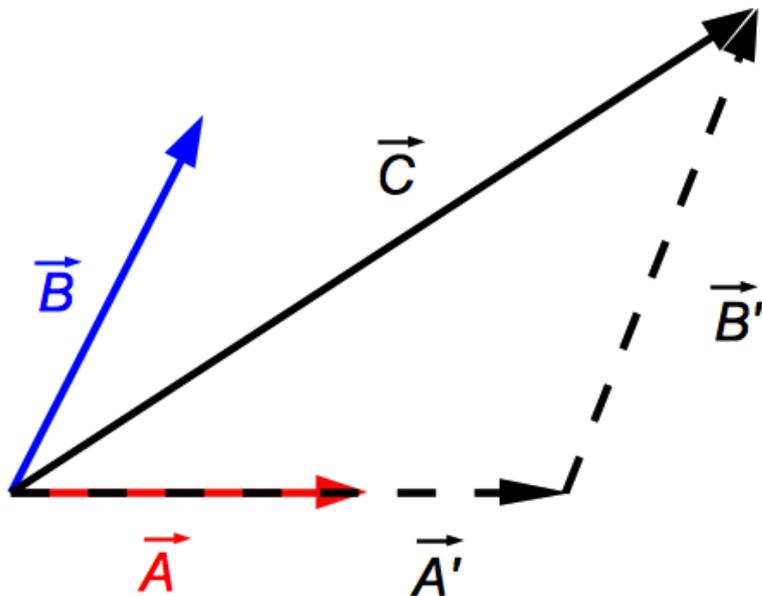
# Multiplicação de um vetor por um escalar

- $m\vec{A}$  vetor paralelo e de mesma direção que  $\vec{A}$ .
- Mesmo sentido de  $\vec{A}$  ( $m > 0$ )
- Módulo  $|m| |\vec{A}| = m A$ .

- Multiplicação de um vetor por um escalar

$$(m+n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A}$$

Vetores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{C}$  coplanares; **A** e **B** não são paralelos.



*Vetor **B** paralelo à  $\vec{B}'$*

*Vetor **A** paralelo à  $\vec{A}'$*

Vetor  $\vec{C}$  – combinação linear dos vetores **A** e **B**.

$$\vec{C} = m\vec{A} + n\vec{B}$$

$$\vec{B}' = n\vec{B}$$

$$\vec{A}' = m\vec{A}$$

Existe  $A'$  e  $B'$  ou  $(m$  e  $n)$ , tal que

$$\vec{C} = \vec{A}' + \vec{B}' = m\vec{A} + n\vec{B} \quad (1)$$

Suponha que existe outro par  $m'$  e  $n'$ , tal que

$$\vec{C} = m' \vec{A} + n' \vec{B} \quad (2)$$

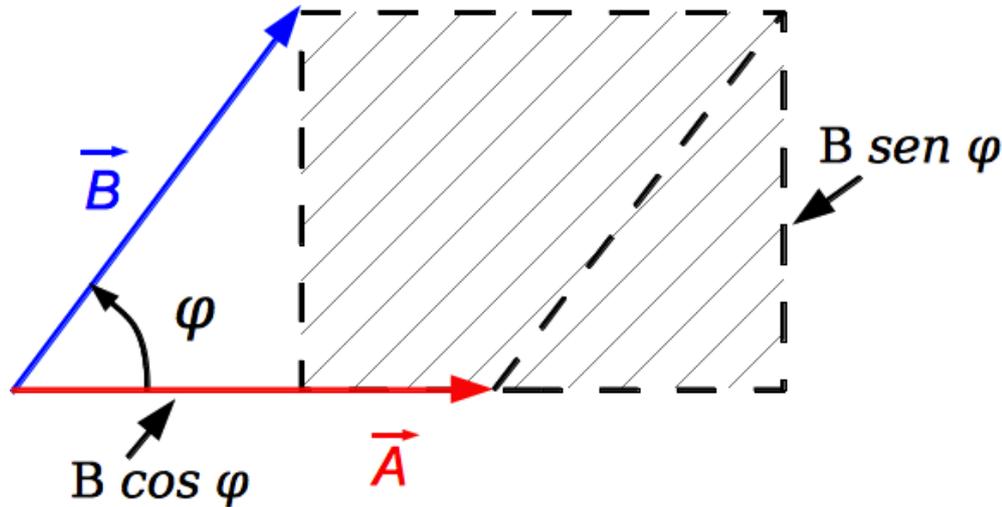
Subtraindo (1) de (2),

$$0 = (m - m') \vec{A} + (n - n') \vec{B}$$

Como por hipótese,  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  não são paralelos,

$$\begin{aligned} m - m' = 0 &\Rightarrow m = m' \\ n - n' = 0 &\Rightarrow n = n' \end{aligned}$$

# Produto escalar e produto vetorial



$B \sin \varphi$   $\longrightarrow$  projeção de  $B$  na direção ortogonal à  $A$ .

$B \cos \varphi$   $\longrightarrow$  projeção de  $B$  na direção de  $A$ .

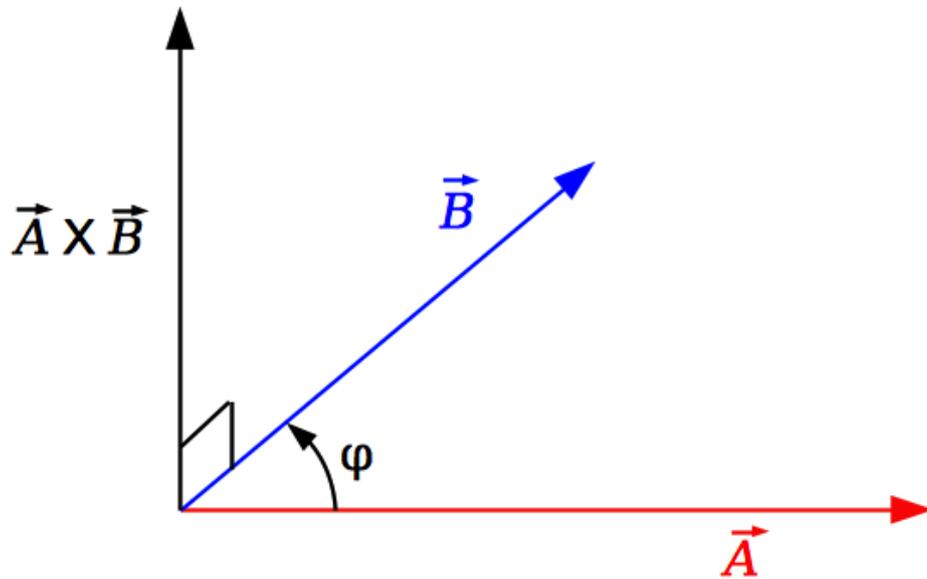
- Produto escalar de  $\vec{A}$  por  $\vec{B}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \varphi$$

(Projeção de  $B$  na direção de  $A$ )  $\times$  (módulo de  $A$ )

- Produto vetorial de  $\vec{A}$  por  $\vec{B}$

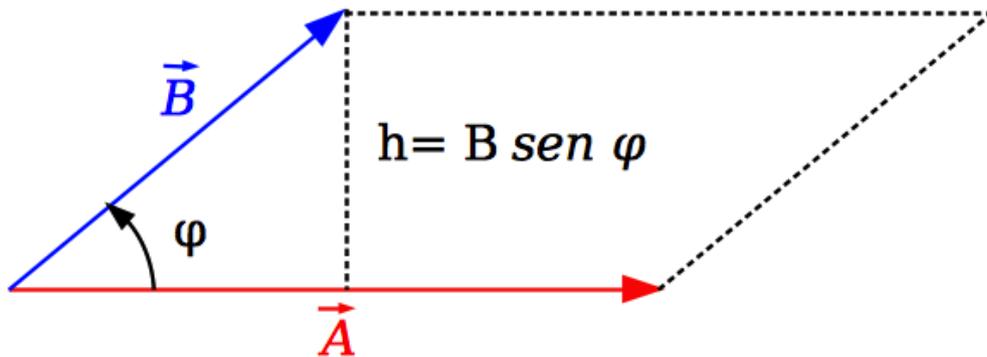
$\vec{A} \times \vec{B} \longrightarrow$  vetor cuja direção é perpendicular à  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  e cujo sentido é dado pela regra da mão direita.



$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \varphi$$

Módulo de  $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = (\text{projecção de } \mathbf{B} \text{ na direção ortogonal à } \mathbf{A}) \times (\text{módulo de } \mathbf{A})$ .

Área do paralelogramo  $S$ .



$$S = |\vec{A} \times \vec{B}|$$

# Operação com vetores (exemplos)

- Produto escalar

A energia potencial de um dipolo elétrico em um campo elétrico é dada pelo produto escalar entre o momento de dipolo elétrico e o campo elétrico.

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

O trabalho  $W$  realizado por uma força  $F$  que atua num corpo que se desloca de uma distância  $d$ , é dado pelo produto escalar entre a força e o vetor deslocamento.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$$

Sendo  $\theta$  o ângulo entre os vetores  $F$  e  $d$ .

# Operação com vetores (exemplos)

- Produto vetorial

Dipolo elétrico é constituído por um par de cargas elétricas de mesmo módulo, sinais contrários e separadas por uma distância  $d$ .

O torque  $\vec{\tau}$  sofrido pelo dipolo quando sujeito a um campo elétrico é dado pelo produto vetorial entre o momento de dipolo  $\vec{p} = q\vec{d}$  que é um vetor cuja direção é a do eixo do dipolo e sentido da carga negativa para a positiva e  $\vec{E}$  é o campo elétrico.

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

# Transformadas de Galileu

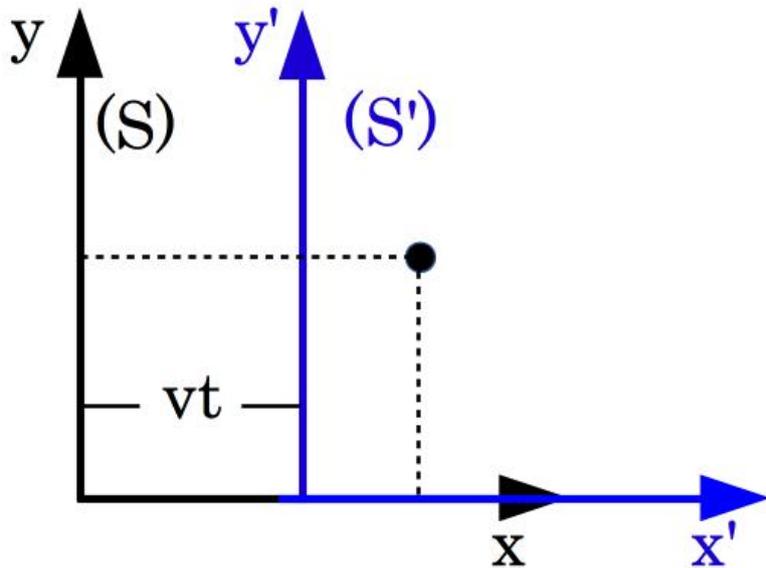
Já definimos grandezas vetoriais e a este ponto podemos nos perguntar como dois observadores, em um determinado tempo  $t$ , e em sistemas de referência diferentes medem por exemplo a posição de um objeto.

Consideramos então no plano  $xy$ , o sistema de referência  $S'$  que se move em relação ao sistema de referência  $S$ , com velocidade relativa  $v$  paralela ao eixo  $x$ .

No tempo  $t=0$ , as origens dos sistemas  $S$  e  $S'$  coincidem.

Vamos considerar que a velocidade  $v$  é muito menor que a velocidade da luz,  $c$ .

No tempo  $t$ , as coordenadas do corpo representado pela esfera da figura, podem ser determinadas em relação ao sistema  $S$  e  $S'$ :



$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

Para obter as coordenadas do centro de massa da esfera nos sistemas de referência  $S$  e  $S'$  aplicamos as transformação de Galileu.

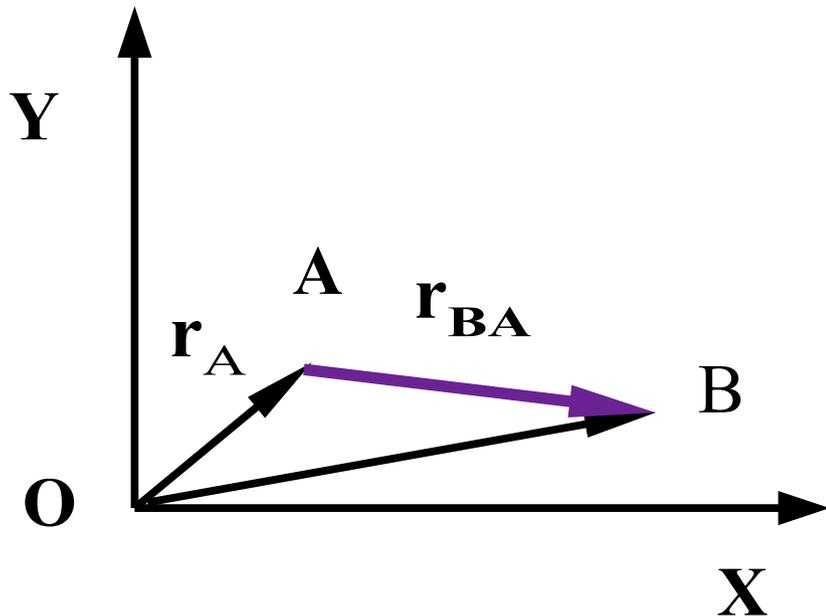
As transformadas de Galileu, aplicam-se somente aos casos que envolvem baixas velocidades. Em velocidades relativísticas, aplicam-se as chamadas Transformadas de Lorentz.

# Posição relativa

## Sistema de referência bidimensional

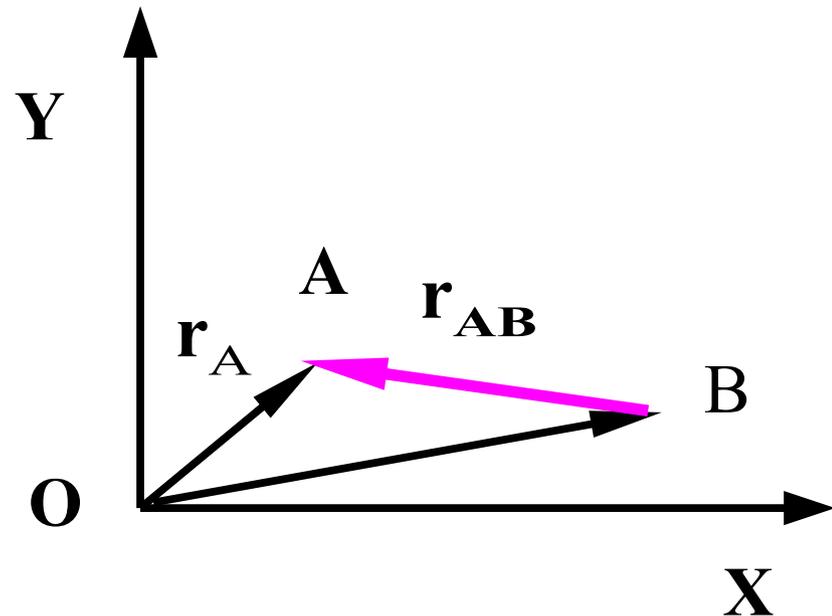
Posição do ponto B em relação ao ponto A: vetor posição  $\vec{r}_{BA}$

$$\vec{r}_{BA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$



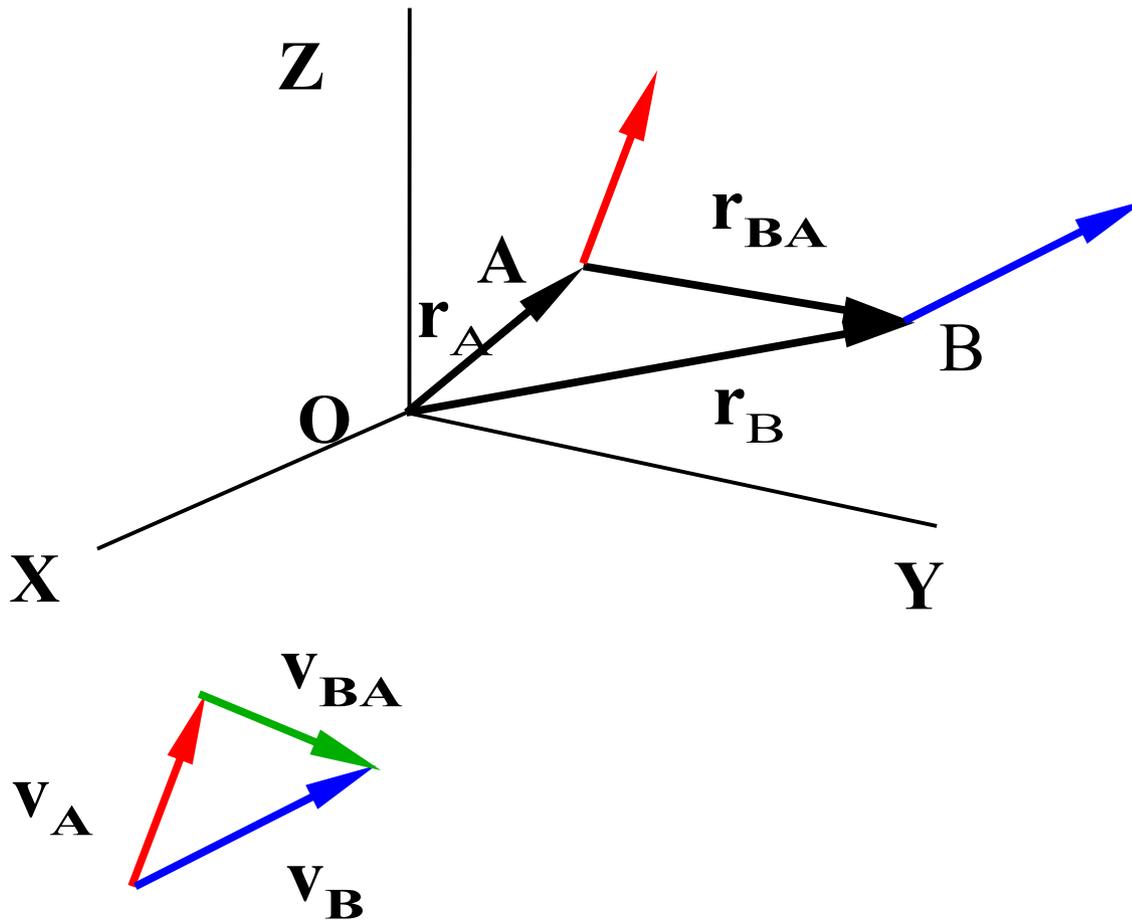
Posição do ponto A em relação ao ponto B: vetor posição  $\vec{r}_{AB}$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$



# Posição relativa/ velocidade relativa

## Sistema de referência tridimensional

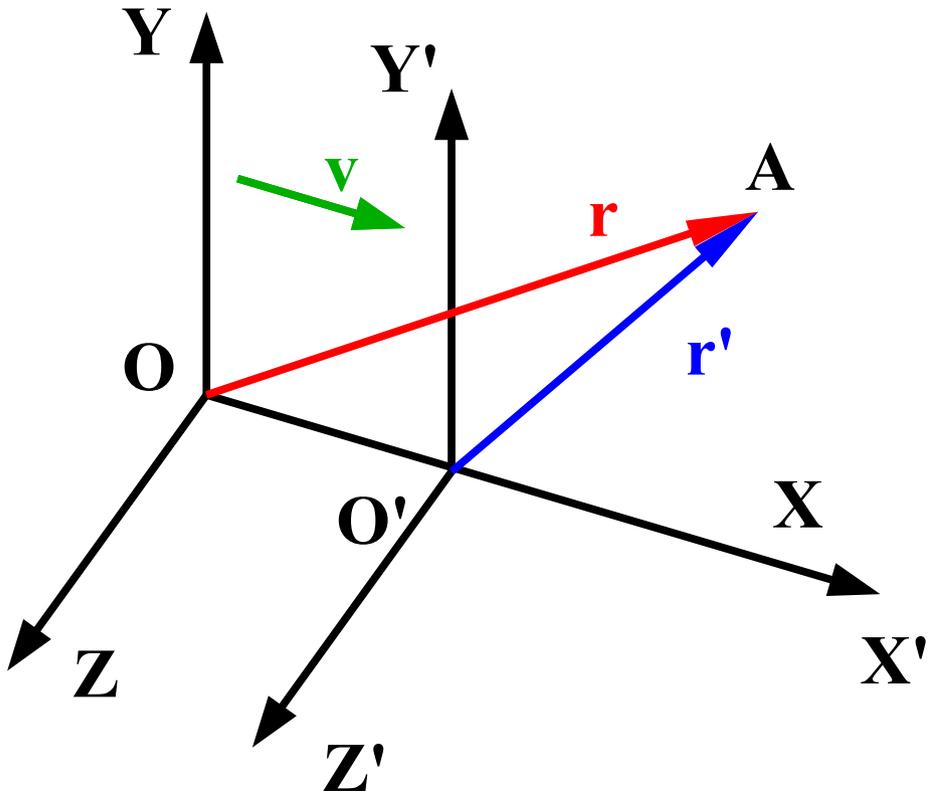


$$\vec{r}_{BA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_B}{dt} - \frac{d\vec{r}_A}{dt}$$

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$$

$$\vec{x}' = \vec{x} - \vec{v} t, \quad \vec{y}' = \vec{y}, \quad \vec{z}' = \vec{z}, \quad t' = t$$



Velocidade de A em relação à

O

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{u}_x \frac{dx}{dt} + \hat{u}_y \frac{dy}{dt} + \hat{u}_z \frac{dz}{dt}$$

Velocidade de A em relação à O'

$$\vec{V}' = \frac{d\vec{r}'}{dt} = \hat{u}_x \frac{dx'}{dt} + \hat{u}_y \frac{dy'}{dt} + \hat{u}_z \frac{dz'}{dt}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v} t \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v} \Rightarrow \vec{V}' = \vec{V} - \vec{v}$$

## • Bibliografia

- Alonso, M Finn, E. J, Física um curso universitário, vol 1, Ed. Edgard Blucher Ltda, 1972.
- Sears e Zemansky/Young, H. D. & Freedman, R. A. Física I, Addison Wesley, 2003.
- Hsu, P. Hsu, Applied Vector Analysis (Books for Professionals). HBJ, 1984.