Física Geral - Laboratório (2013/1)

Aula 4: Estimativas e erros em medidas diretas (II)

Resumo: estimativa do valor esperado

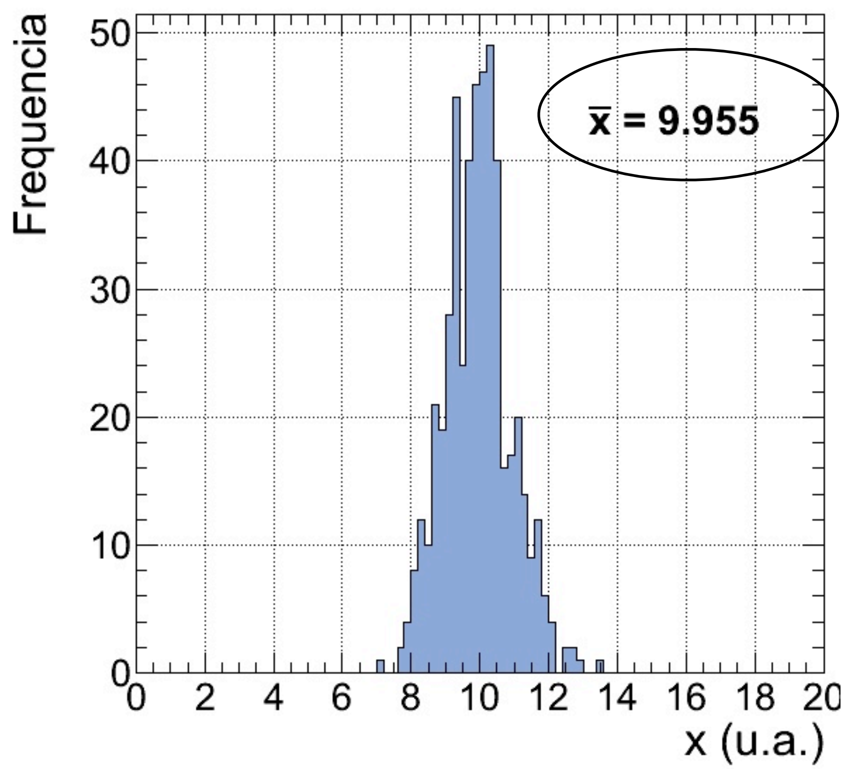
$$\boxed{\textit{estimativa do valor esperado} \;\pm\; \textit{erro (unidade)}}$$

$$\bar{x} \qquad\qquad\qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

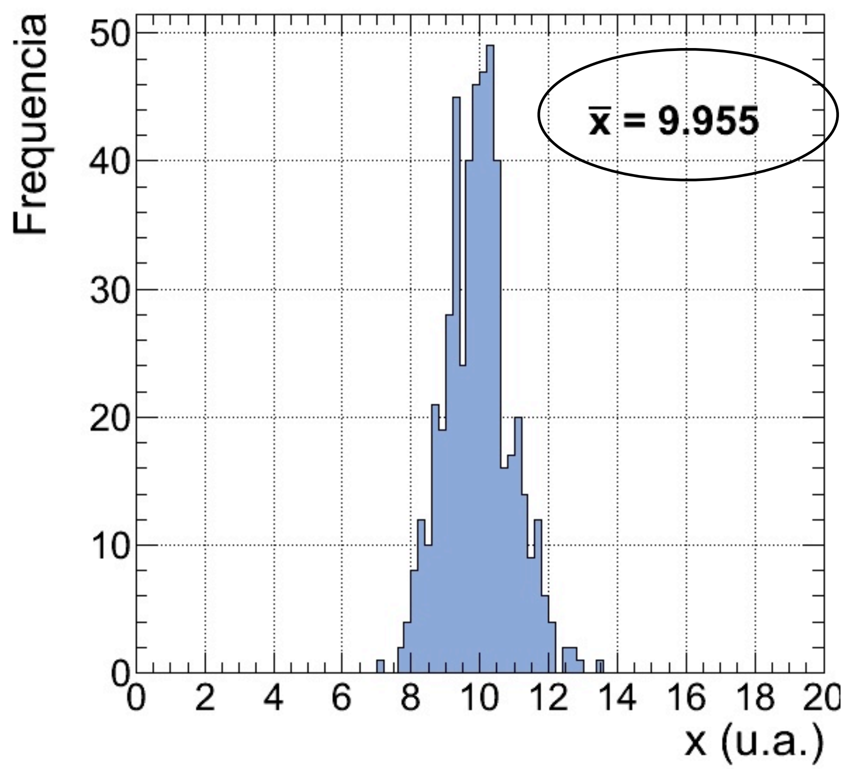
Estimativa do erro de cada medida $\longrightarrow$ $$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

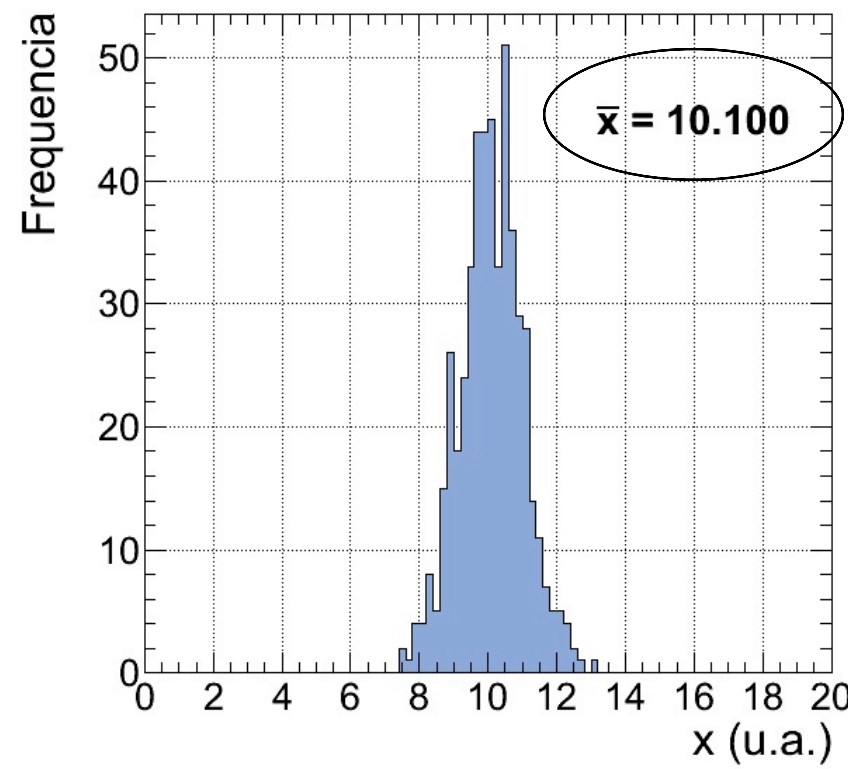
Estimativa do erro da média $\longrightarrow$ $$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Resumo: Erro da média

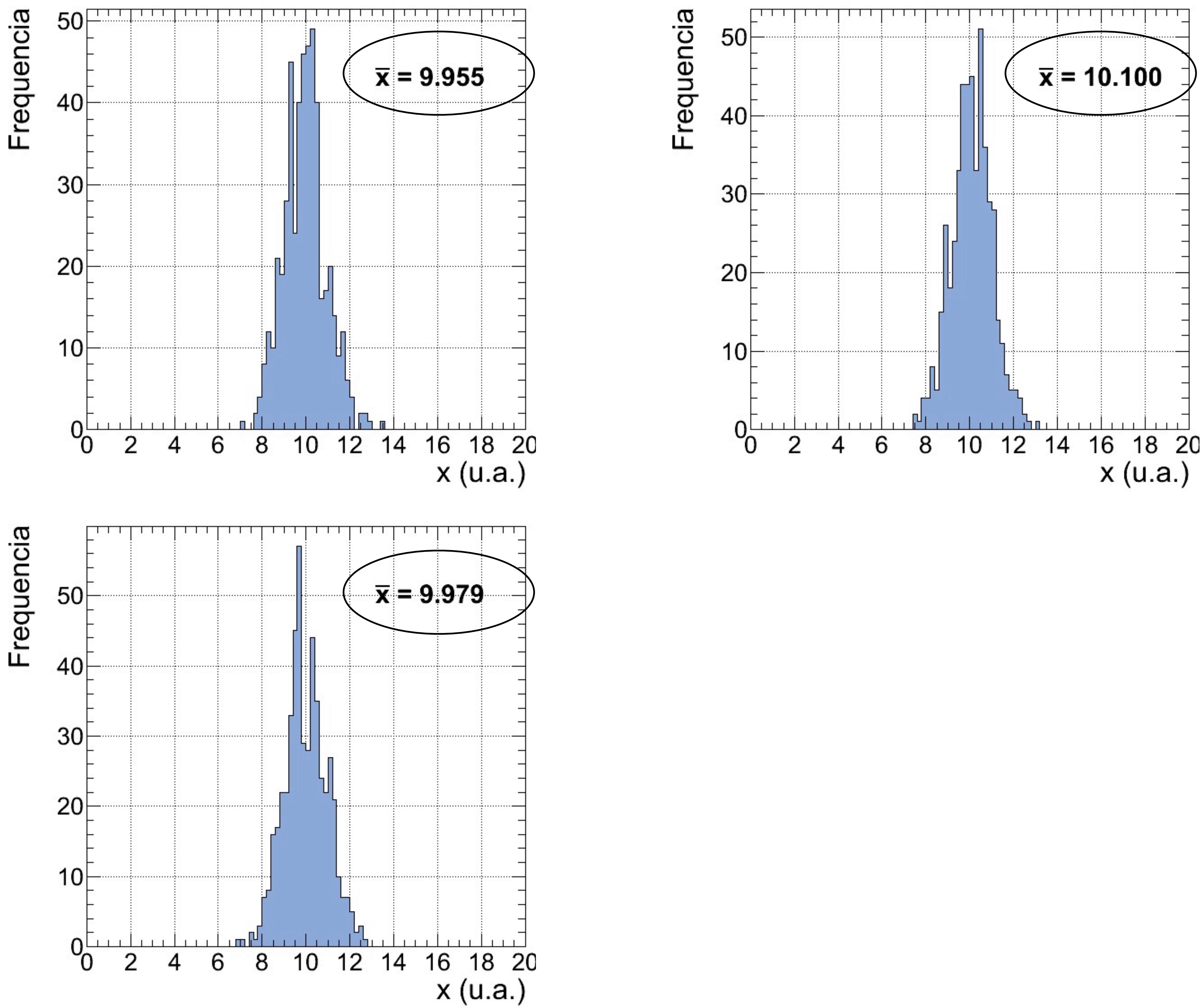


Resumo: Erro da média

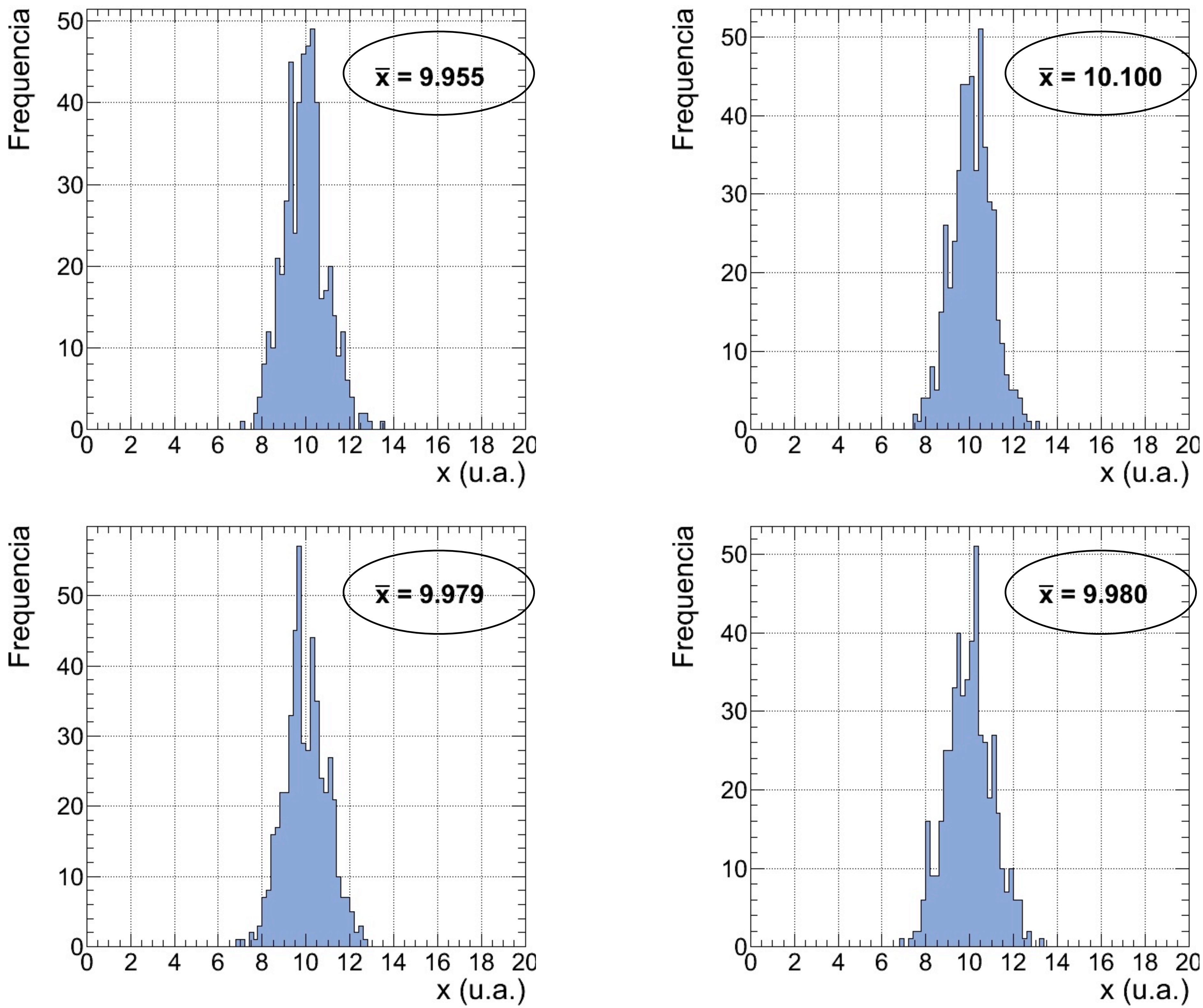




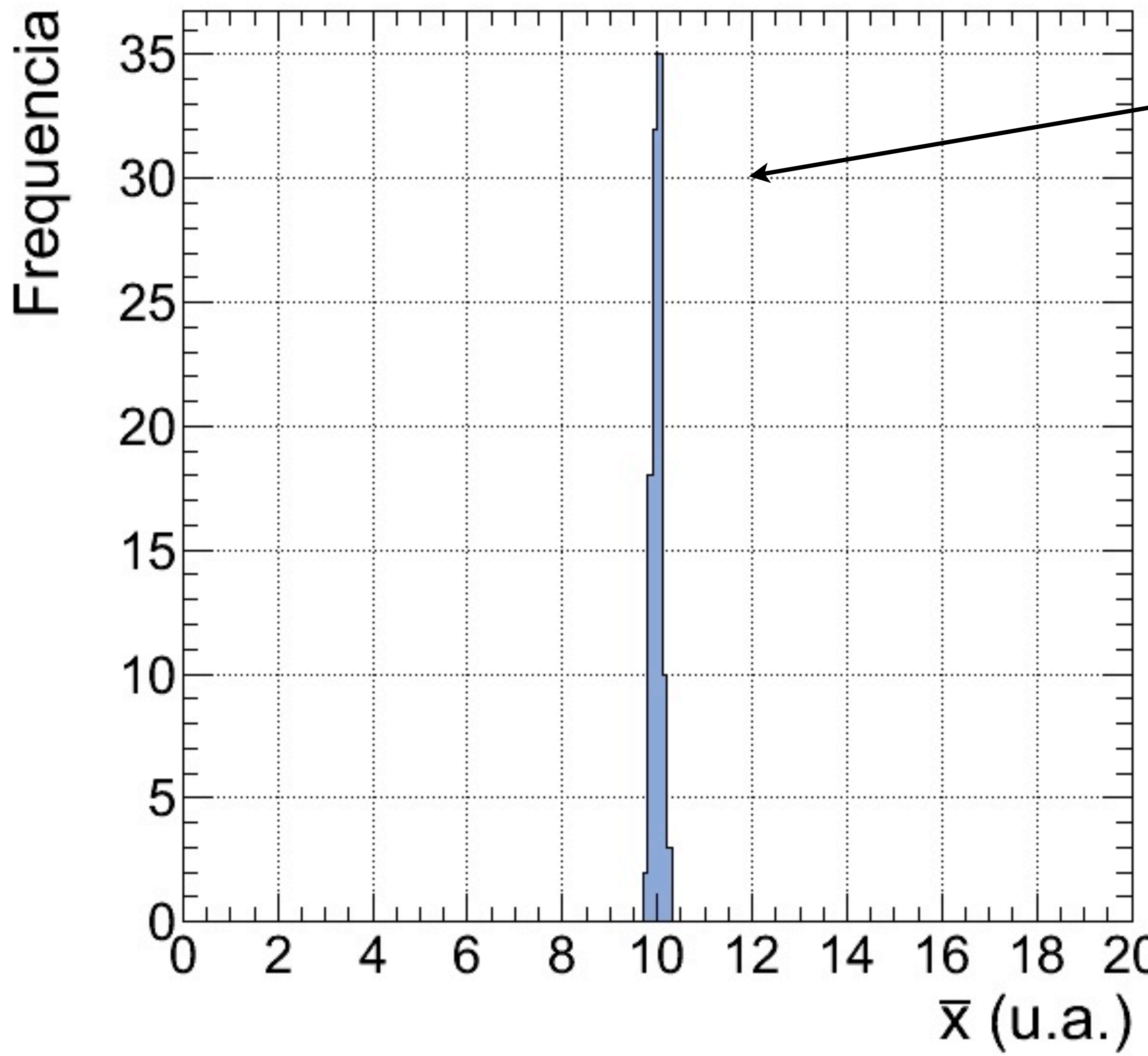
Resumo: Erro da média



Resumo: Erro da média



Resumo: Erro da média



Distribuição das médias de 100 "experimentos", cada um com 100 medidas

Exercício (3.7.2): Dado um conjunto de medidas da aceleração da gravidade *g*:

$$\{9{,}90;\ 9{,}68;\ 9{,}57;\ 9{,}72;\ 9{,}80\}\ (\text{m/s}^2)$$

Determine a estimativa padrão para a aceleração da gravidade

Exercício (3.7.2): Dado um conjunto de medidas da aceleração da gravidade *g*:

$$\{9{,}90;\ 9{,}68;\ 9{,}57;\ 9{,}72;\ 9{,}80\}\ (\mathrm{m/s^2})$$

Determine a estimativa padrão para a aceleração da gravidade

i) A melhor estimativa para o valor esperado é a média: $\bar{x} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} x_i$

→ Média: 9,734

Exercício (3.7.2): Dado um conjunto de medidas da aceleração da gravidade *g*:

$$\{9{,}90;\ 9{,}68;\ 9{,}57;\ 9{,}72;\ 9{,}80\}\ (\mathrm{m/s^2})$$

Determine a estimativa padrão para a aceleração da gravidade

i) A melhor estimativa para o valor esperado é a média: $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$

→ Média: 9,734

ii) A estimativa padrão para a incerteza é dada por: $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$

→ Erro padrão: 0,0556417

Exercício (3.7.2): Dado um conjunto de medidas da aceleração da gravidade *g*:

$$\{9{,}90;\ 9{,}68;\ 9{,}57;\ 9{,}72;\ 9{,}80\}\ (\mathrm{m/s^2})$$

Determine a estimativa padrão para a aceleração da gravidade

i) A melhor estimativa para o valor esperado é a média: $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$

→ Média: 9,734

ii) A estimativa padrão para a incerteza é dada por: $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$

→ Erro padrão: 0,0556417

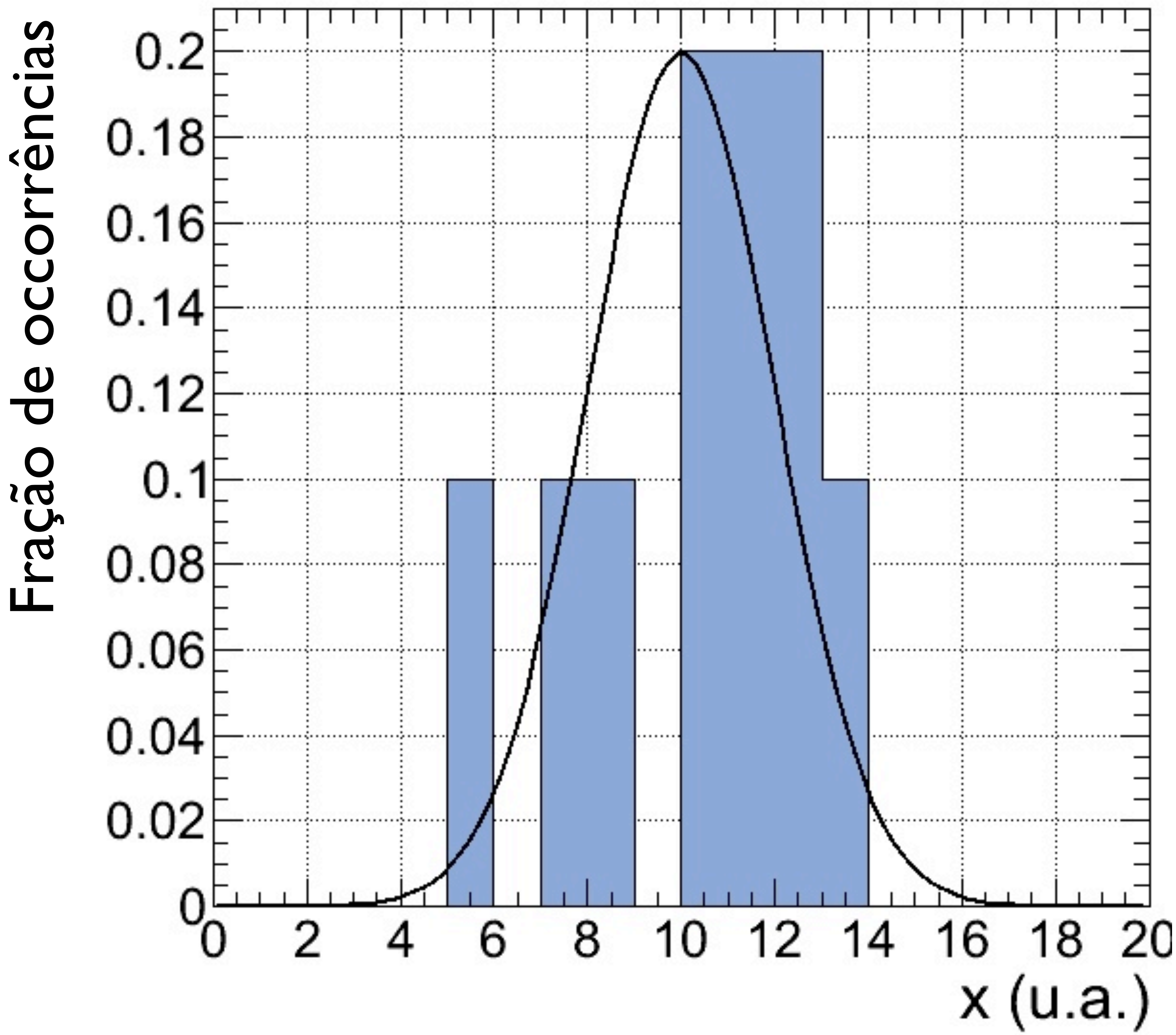
iii) Representamos o erro com um algarismo significativo e a medida com o mesmo número de casa decimais:

→ Estimativa padrão para o resultado da medição:

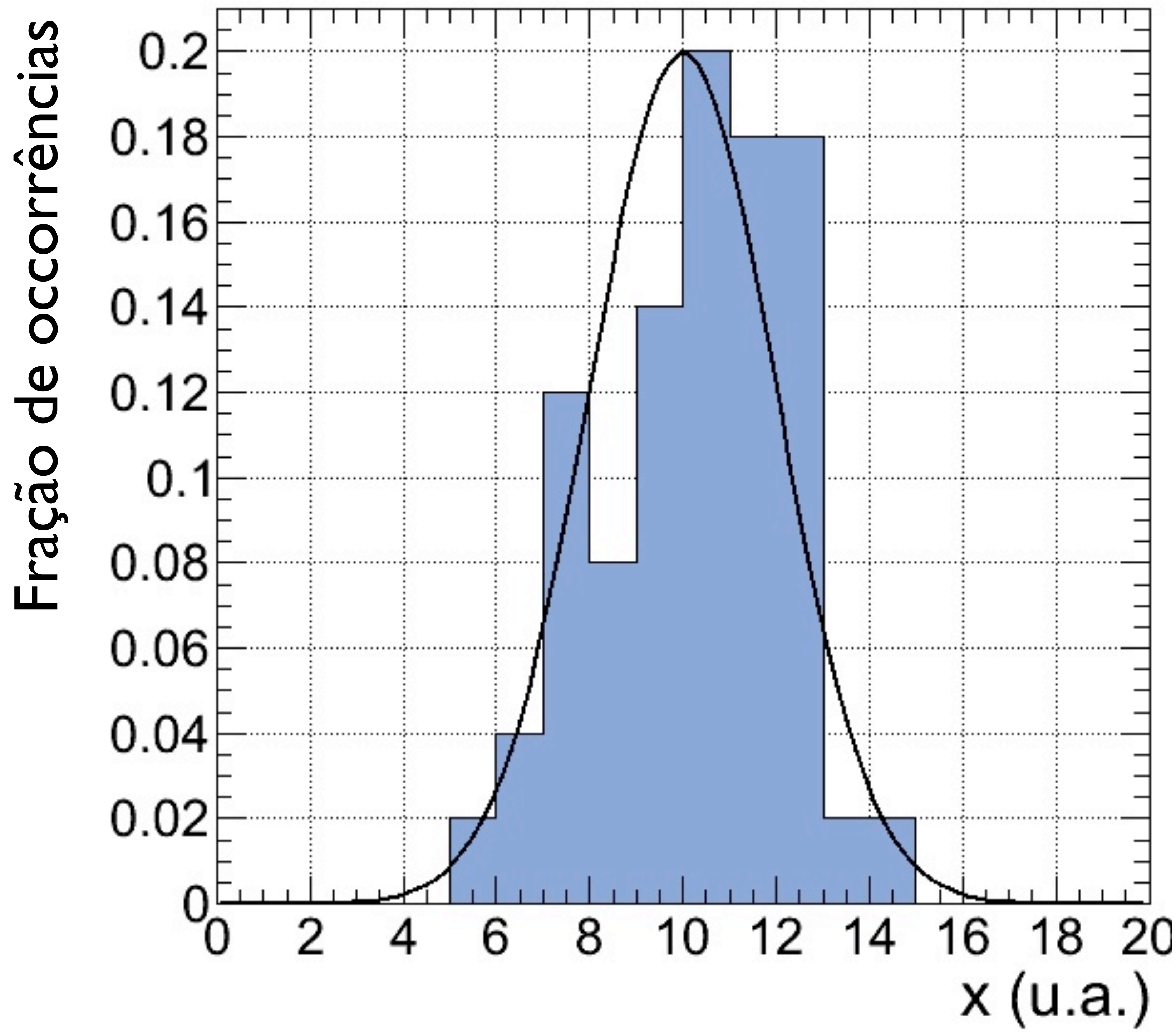
$$(9{,}73 \pm 0{,}06)\ \mathrm{m/s^2}$$

Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss

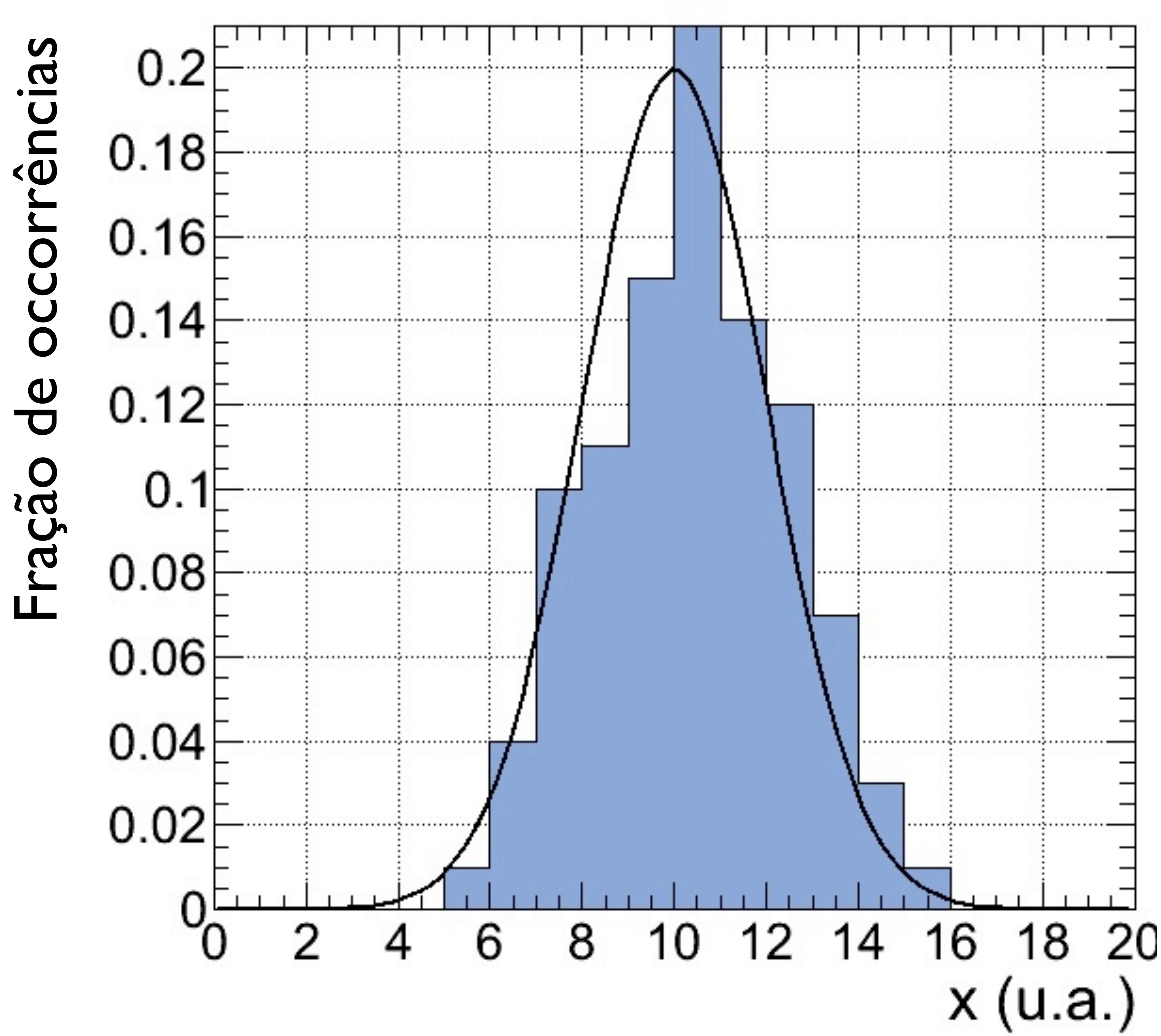
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



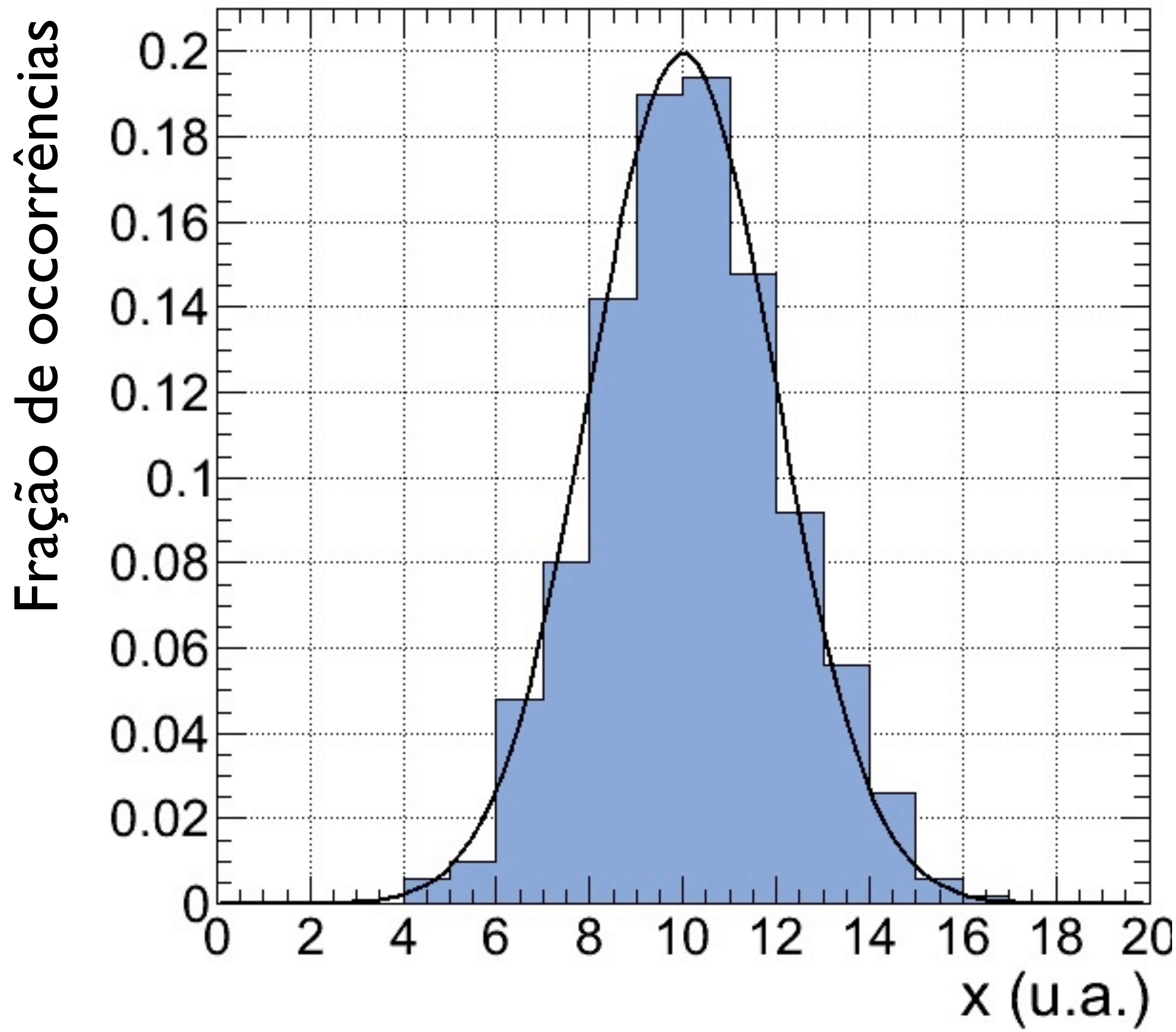
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



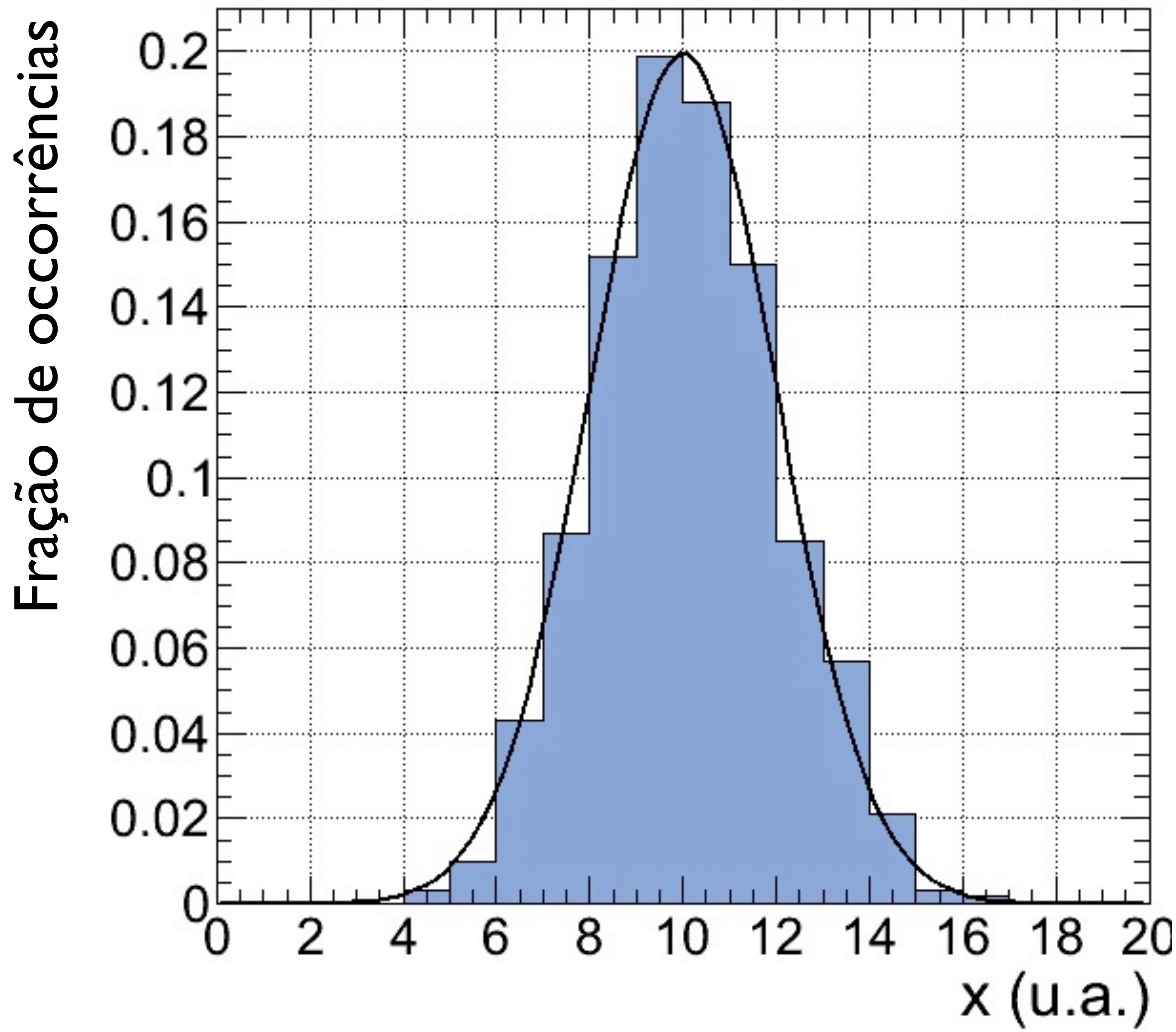
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss

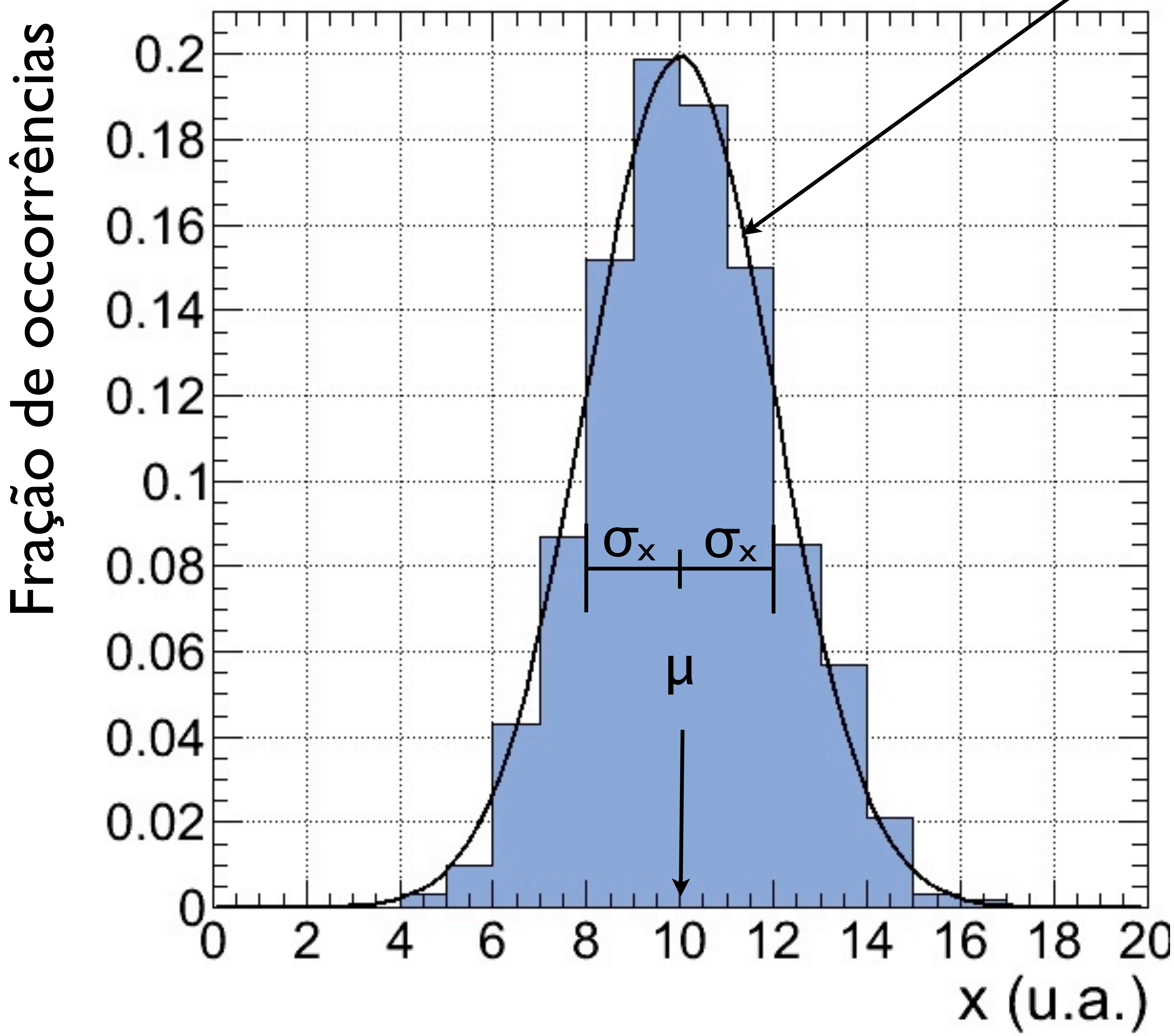


Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



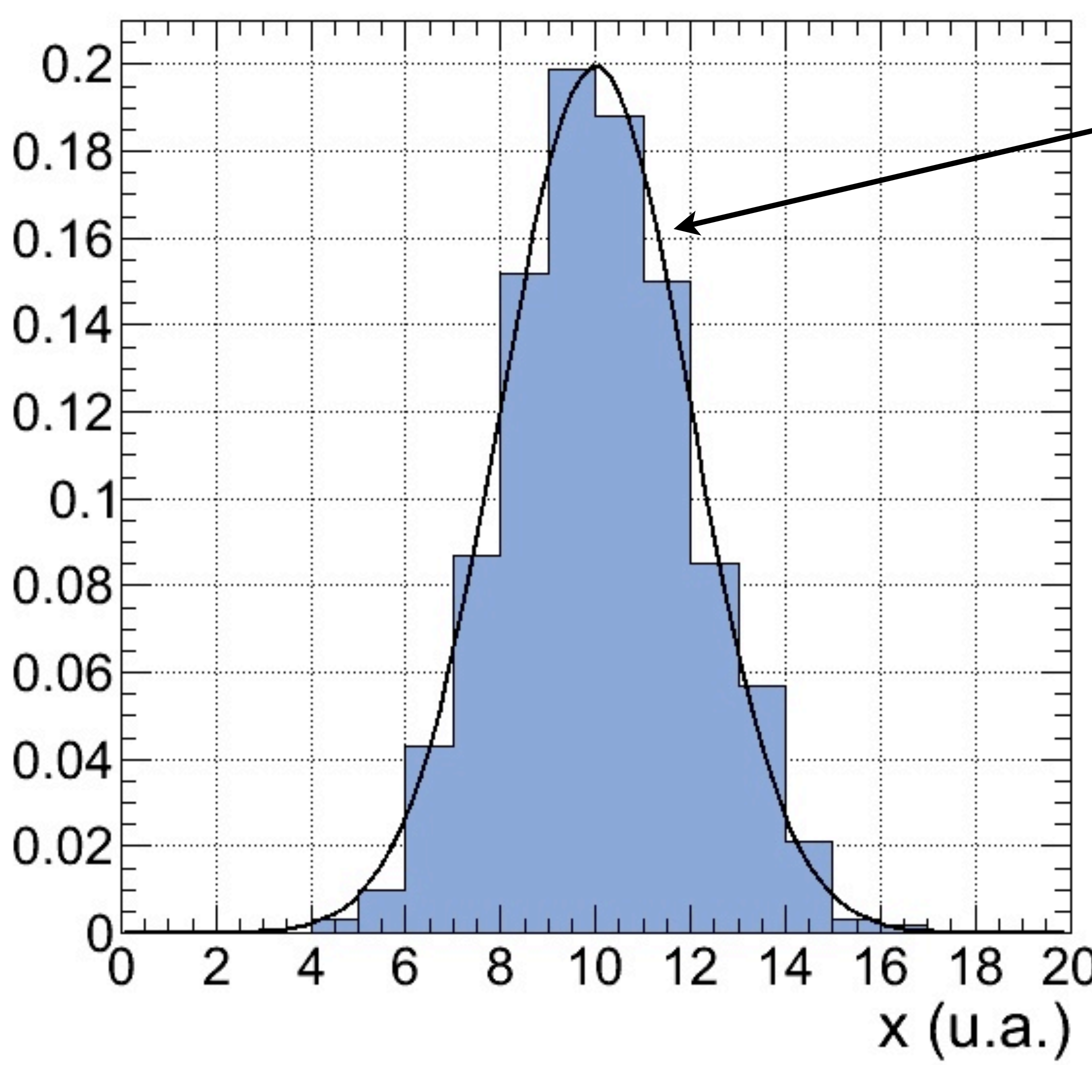
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss

$$f(x;\mu,\sigma_x) = A \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_x^2}}$$



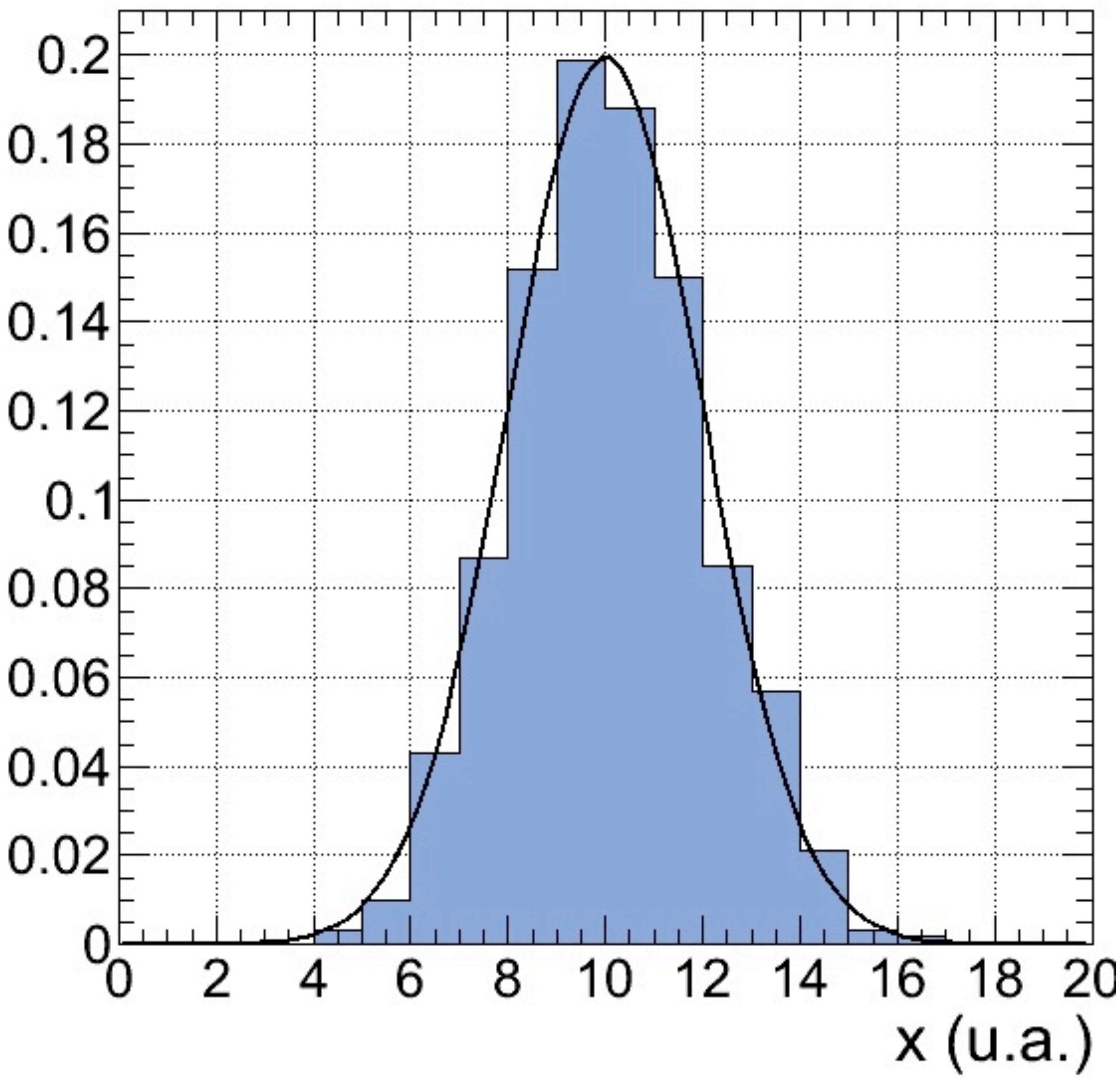
Incertezas aleatórias: Lei dos Erros

"Lei dos Erros": Para um número indefinidamente grande de medidas a distribuição das frequências se comporta como uma distribuição de Gauss

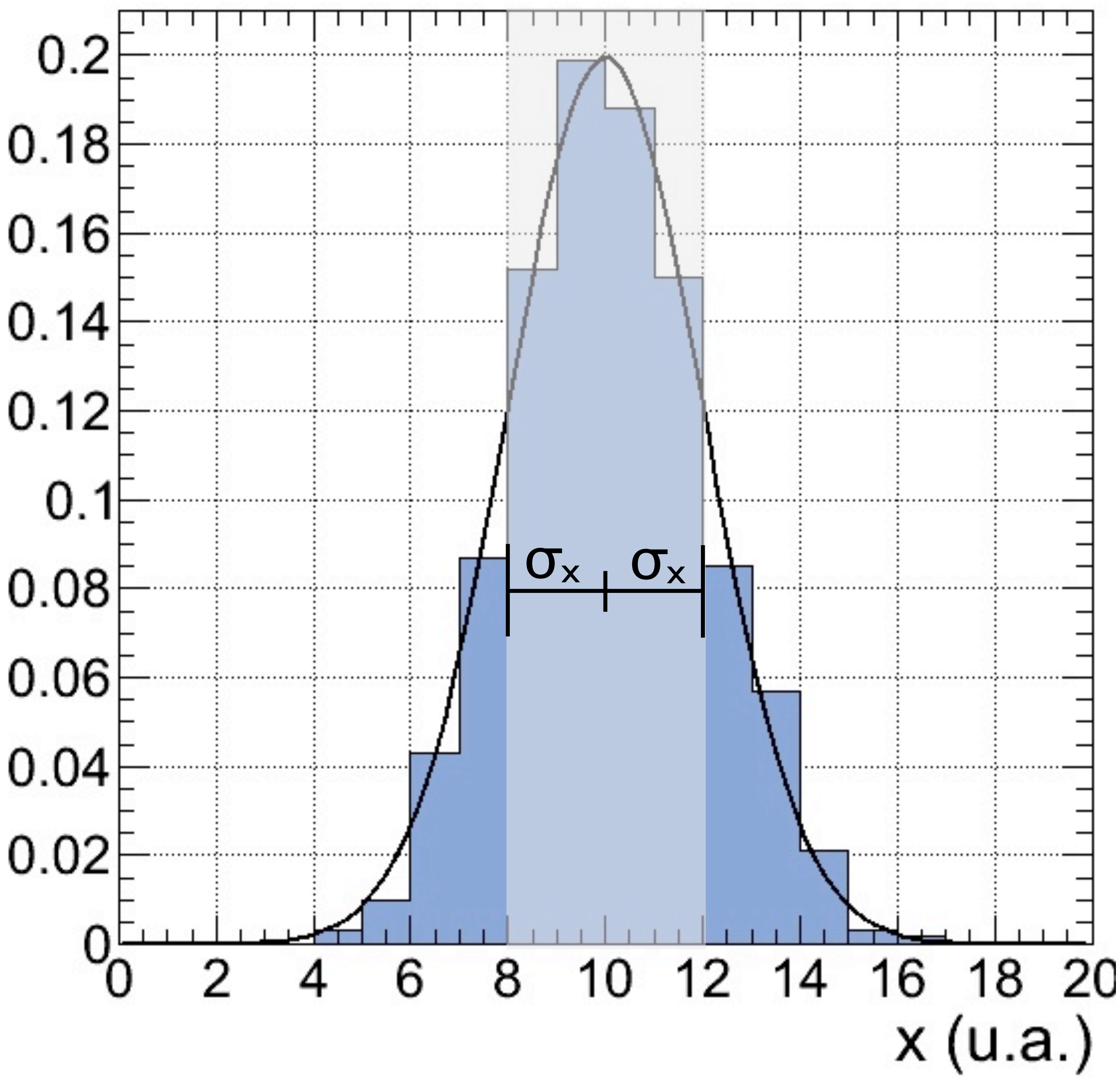


$$f\left(x;\mu,\sigma_x\right) = A\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_x^2}}$$

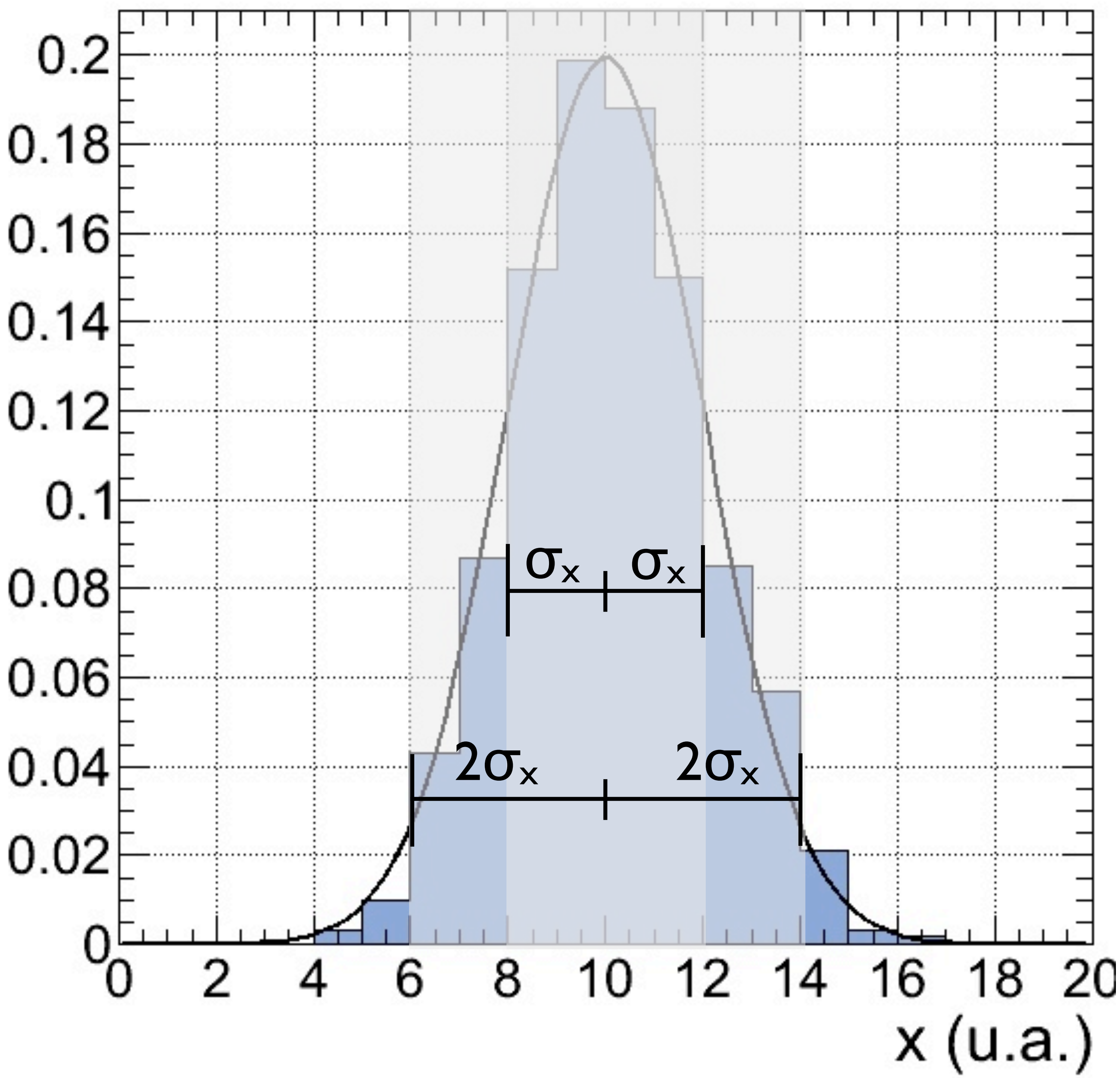
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



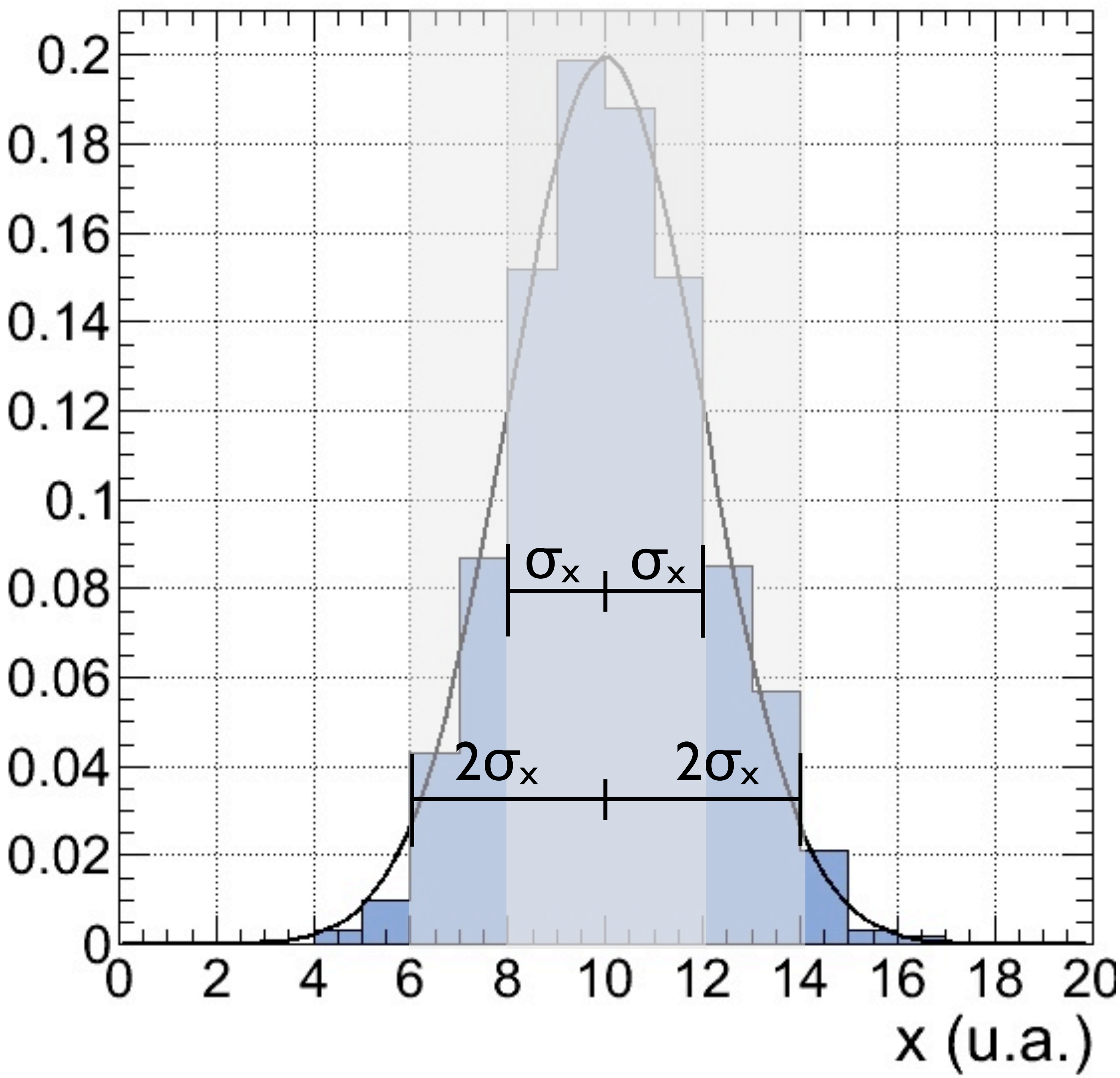
Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



Incertezas aleatórias: distribuição de Gauss



68,3% da área entre $(\mu - \sigma_x)$ e $(\mu + \sigma_x)$

95,5% da área entre $(\mu - 2\sigma_x)$ e $(\mu + 2\sigma_x)$

99,7% da área entre $(\mu - 3\sigma_x)$ e $(\mu + 3\sigma_x)$

...

Incertezas aleatórias: Intervalo de confiança

$$\boxed{\textit{estimativa do valor esperado} \ \pm \ \textit{erro (unidade)}}$$

$$\bar{x}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Incertezas aleatórias: Intervalo de confiança

$$\boxed{\textit{estimativa do valor esperado} \pm \textit{erro (unidade)}}$$

$$\bar{x}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

As estimativas do valor esperado e de seu erro associado definem um intervalo, ao qual atribuímos um *nível de confiança,* de que o intervalo contenha o valor esperado

Se considerarmos que as medidas se distribuem de acordo com uma distribuição de Gauss (Lei dos Erros), os valores dos níveis de confiança são determinados pela sua área correspondente

Incertezas aleatórias: Intervalo de confiança

$\boxed{\textit{estimativa do valor esperado} \pm \textit{erro (unidade)}}$

$$\bar{x}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Intervalo de Confiança	Nível de Confiança (cl)
$(\bar{x} - 0{,}67\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 0{,}67\,\sigma_{\bar{x}})$	50,0 %
$(\bar{x} - 1{,}00\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 1{,}00\,\sigma_{\bar{x}})$	68,3 %
$(\bar{x} - 1{,}65\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 1{,}65\,\sigma_{\bar{x}})$	90,0 %
$(\bar{x} - 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}})$	95,0 %
$(\bar{x} - 2{,}00\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 2{,}00\sigma_{\bar{x}})$	95,5 %
$(\bar{x} - 3{,}00\,\sigma_{\bar{x}}\ ,\ \bar{x} + 3{,}00\,\sigma_{\bar{x}})$	99,7 %

Intervalo de confiança de 68,3%

Intervalo de confiança de 95,5%

Exercício (3.7.1): De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o erro padrão são, respectivamente, 16 e 2. Que frações percentuais de leitura são esperadas nos intervalos:

a) (14,18)

b) (12,16)

c) (18,20)

Exercício (3.7.1): De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o erro padrão são, respectivamente, 16 e 2. Que frações percentuais de leitura são esperadas nos intervalos:

a) (14,18)

b) (12,16)

c) (18,20)

a) (14,18) $\rightarrow$ (16 - 2, 16 + 2) $\rightarrow$ (16 - σ, 16 + σ)

$\rightarrow$ Associamos ao intervalo o nível de confiança de aprox. 68,3% Para um grande número de leituras, 68,3% delas estarão no intervalo (16 - σ, 16 + σ)

Exercício (3.7.1): De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o erro padrão são, respectivamente, 16 e 2. Que frações percentuais de leitura são esperadas nos intervalos:

a) (14,18)

b) (12,16)

c) (18,20)

a) (14,18) → (16 - 2, 16 + 2) → (16 - σ, 16 + σ)

→ Associamos ao intervalo o nível de confiança de aprox. 68,3% Para um grande número de leituras, 68,3% delas estarão no intervalo (16 - σ, 16 + σ)

b) (12,16) → (16 - 4, 16 + 0) → (16 - 2σ, 16 + 0σ)

→ Nível de confiança correspondente ao intervalo (16 - 2σ, 16 + 2σ): 95,5% → O nível de confiança correspondente ao intervalo (16 - 2σ, 16 + 0σ) será a metade: 47,75%

Exercício (3.7.1): De um conjunto de medidas de uma grandeza, a média e o erro padrão são, respectivamente, 16 e 2. Que frações percentuais de leitura são esperadas nos intervalos:

a) (14,18)

b) (12,16)

c) (18,20)

a) (14,18) → (16 - 2, 16 + 2) → ($16 - \sigma$, $16 + \sigma$)

→ Associamos ao intervalo o nível de confiança de aprox. 68,3% Para um grande número de leituras, 68,3% delas estarão no intervalo ($16 - \sigma$, $16 + \sigma$)

b) (12,16) → (16 - 4, 16 + 0) → ($16 - 2\sigma$, $16 + 0\sigma$)

→ Nível de confiança correspondente ao intervalo ($16 - 2\sigma$, $16 + 2\sigma$): 95,5% → O nível de confiança correspondente ao intervalo ($16 - 2\sigma$, $16 + 0\sigma$) será a metade: 47,75%

c) (18,20) → ($16 + 1\sigma$, $16 + 2\sigma$)

→ Nível de confiança: 95,5% / 2 - 68,3% / 2 = 13,6%

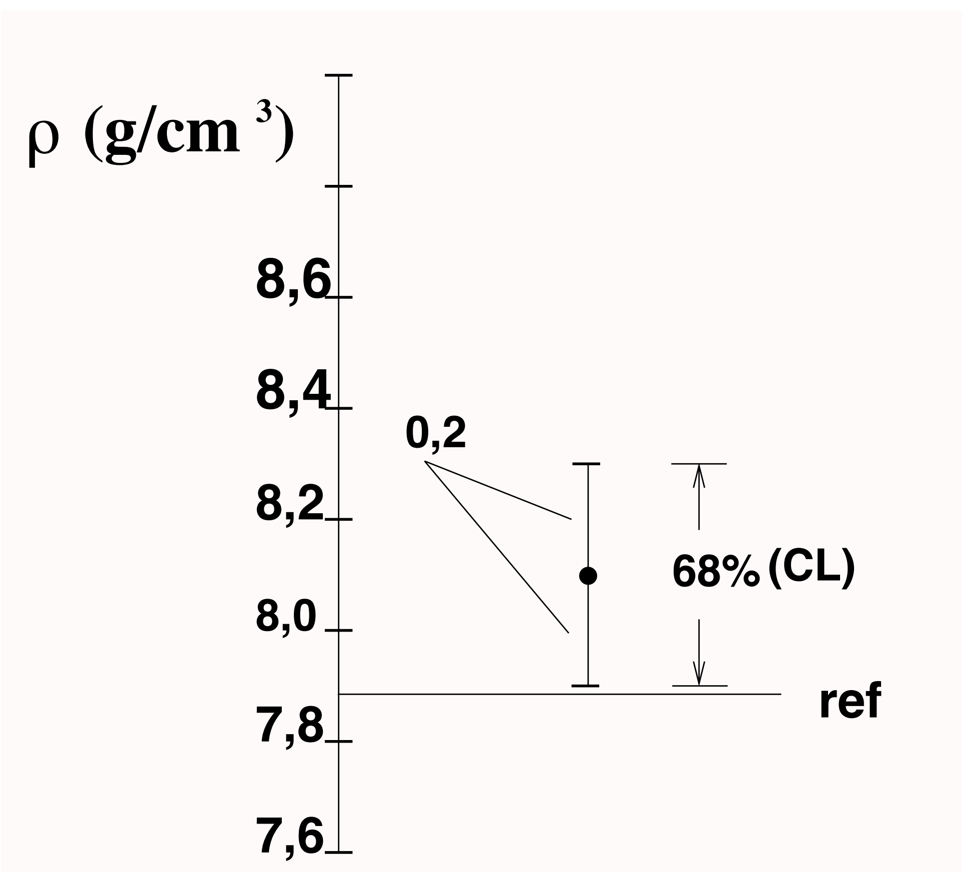
Compatibilidade com um valor de referência

Exemplo: Suponha que estamos medindo a densidade do ferro, com valor de referência ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3

Compatibilidade com um valor de referência

Exemplo: Suponha que estamos medindo a densidade do ferro, com valor de referência ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3

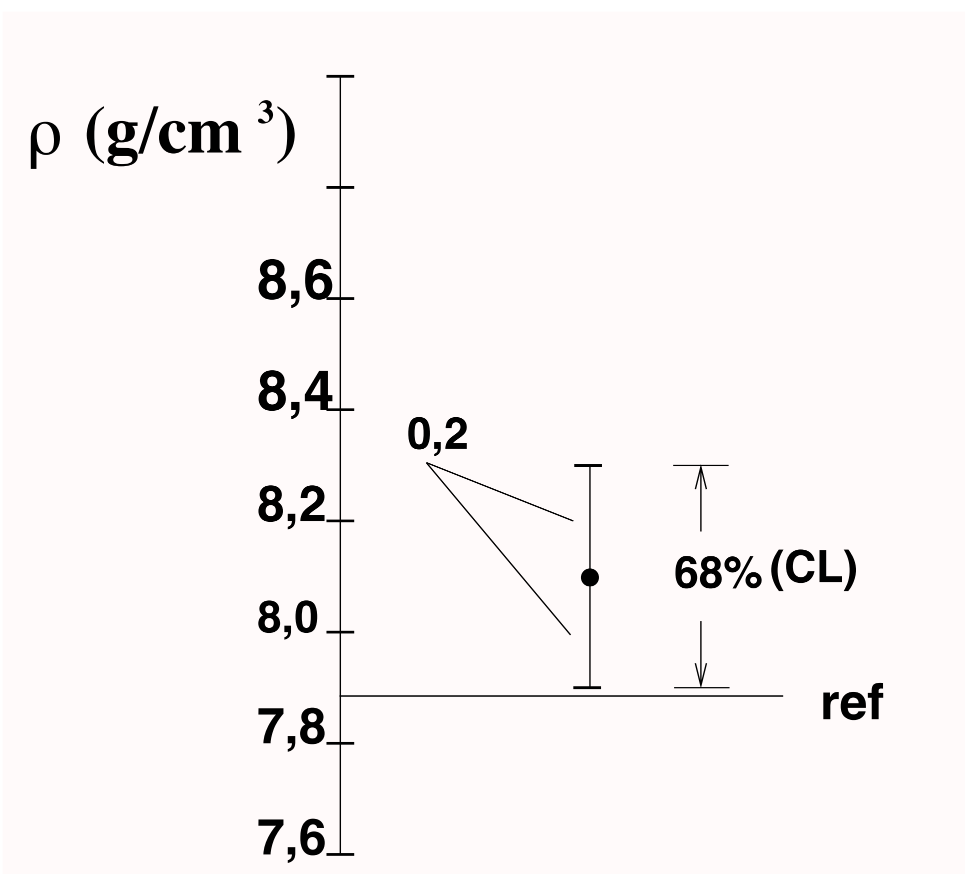
Resultado Exp. 1:
ρ_1 = 8,1 ± 0,2 g/cm^3



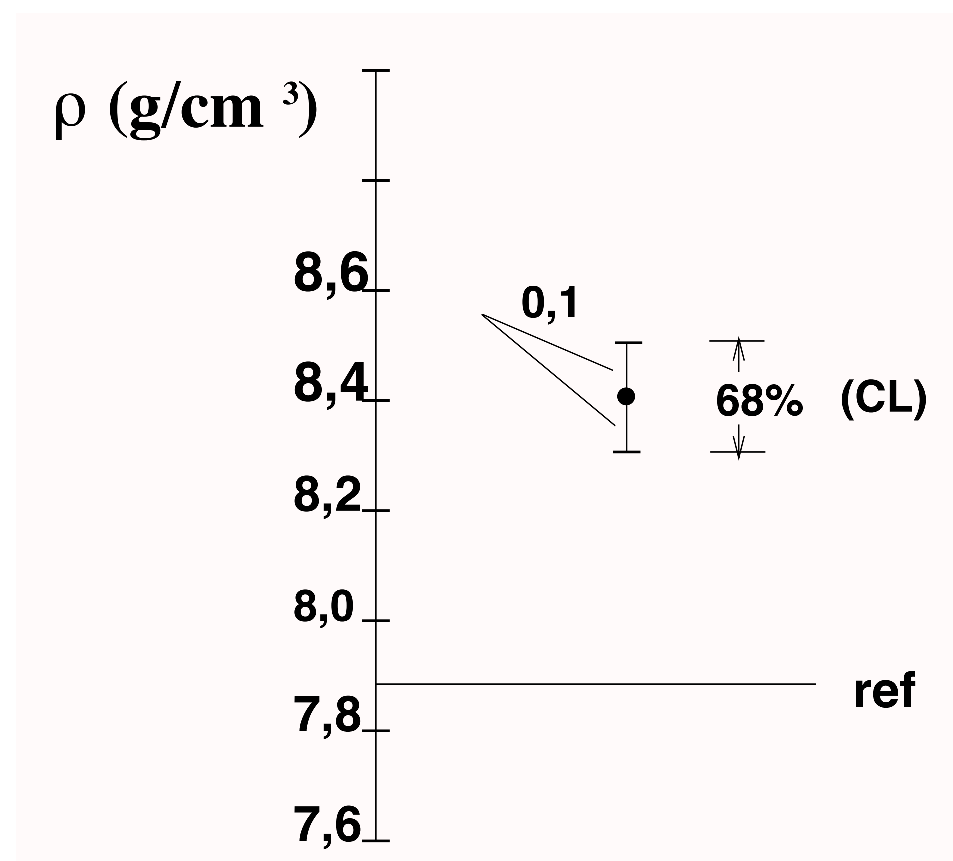
Compatibilidade com um valor de referência

Exemplo: Suponha que estamos medindo a densidade do ferro, com valor de referência ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3

Resultado Exp. 1:
ρ_1 = 8,1 ± 0,2 g/cm^3



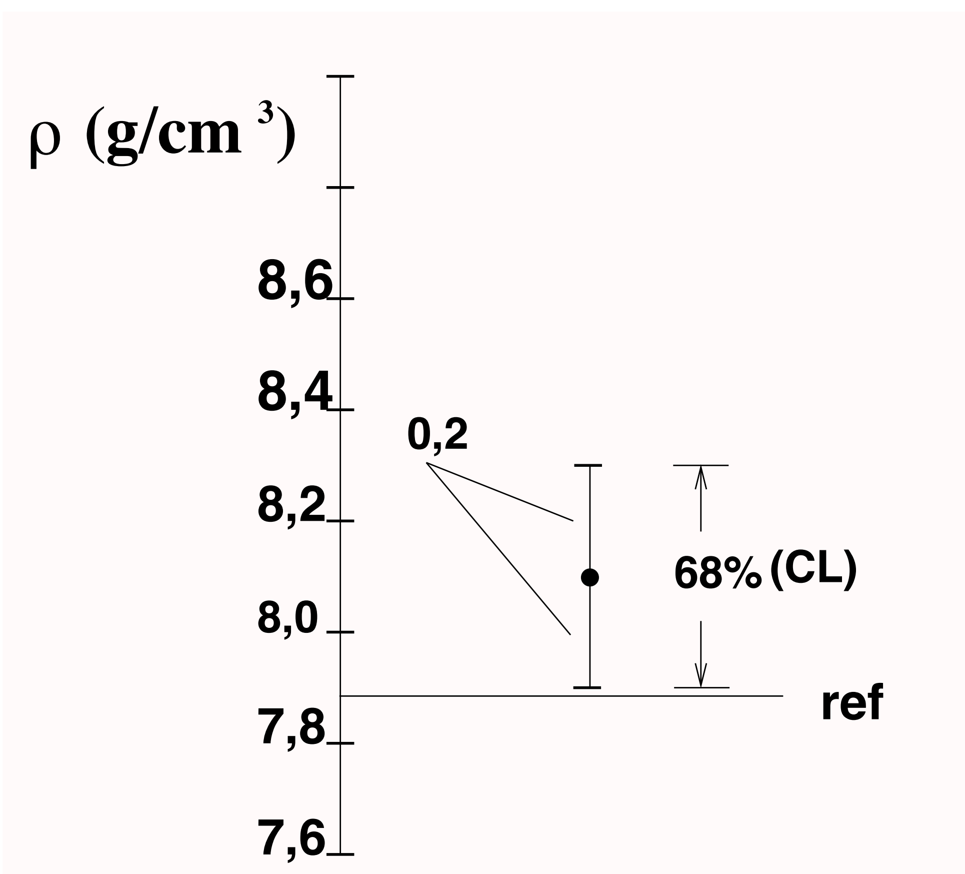
Resultado Exp. 2:
ρ_2 = 8,4 ± 0,1 g/cm^3



Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

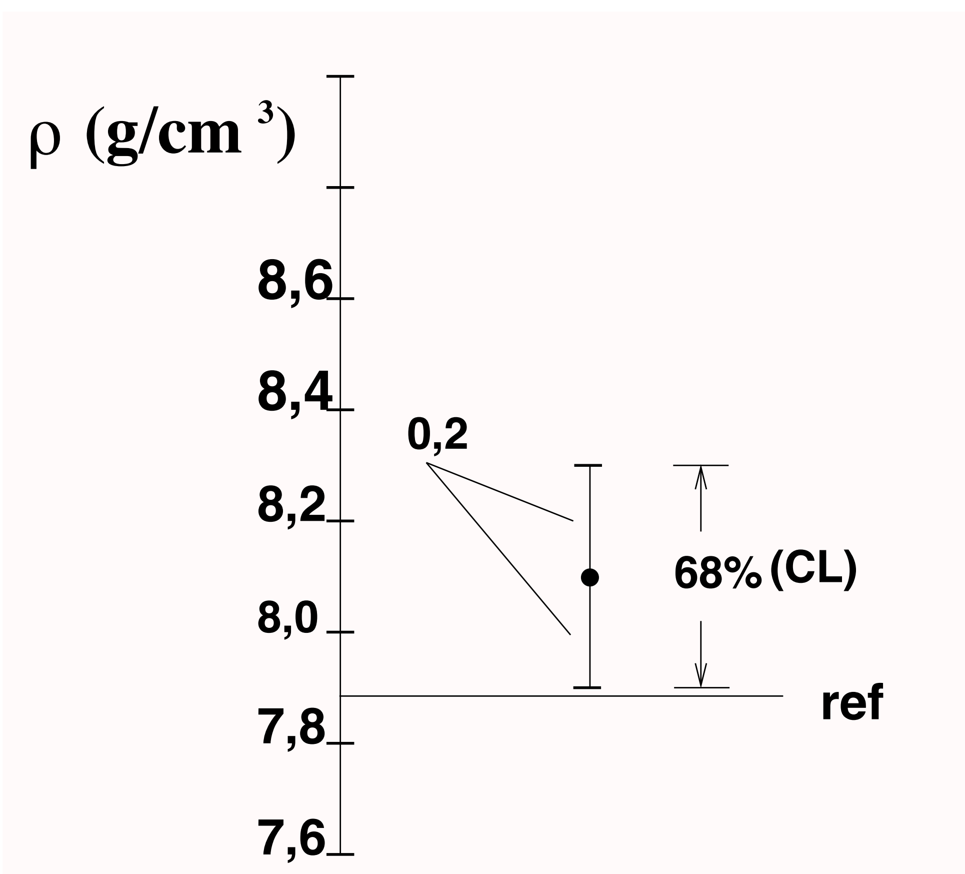
Resultado Exp. 1:
$\rho_1 = 8,1 \pm 0,2$ g/cm^3



Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 1:
$\rho_1 = 8{,}1 \pm 0{,}2$ g/cm^3

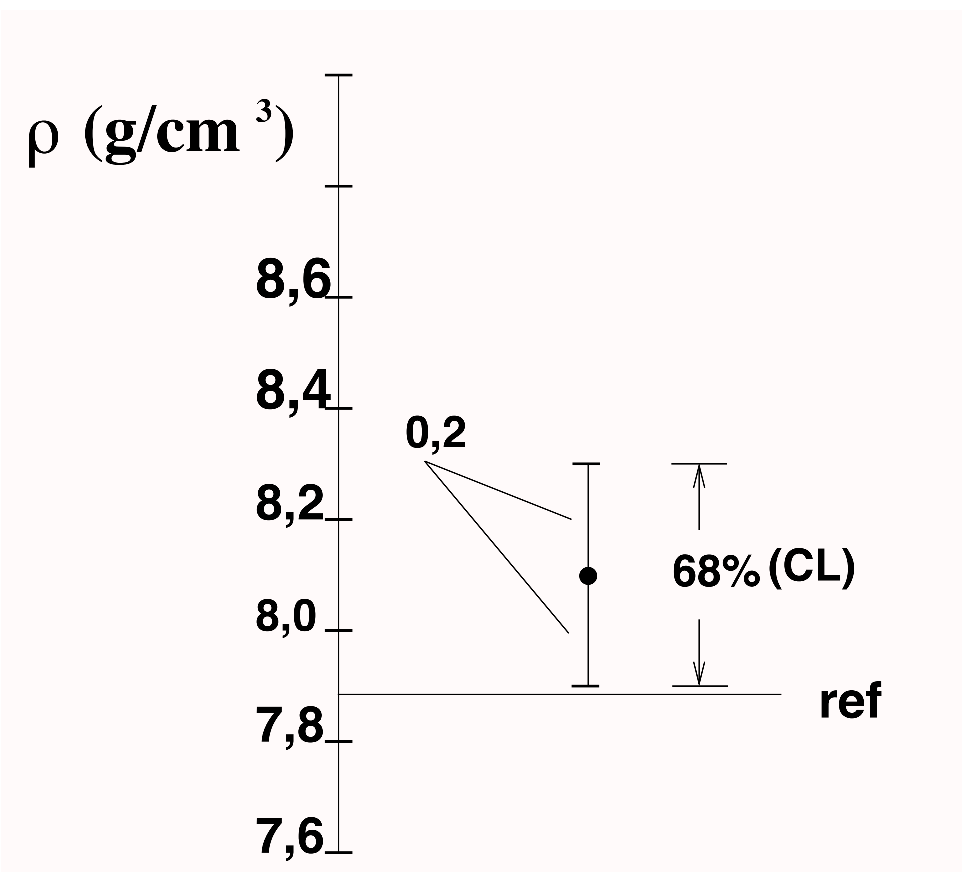


Discrepância
$| \rho_1 - \rho_{ref} | = | 8{,}1 - 7{,}86 | = 0{,}24 \sim 1\sigma$

Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 1:
$\rho_1 = 8{,}1 \pm 0{,}2\ g/cm^3$



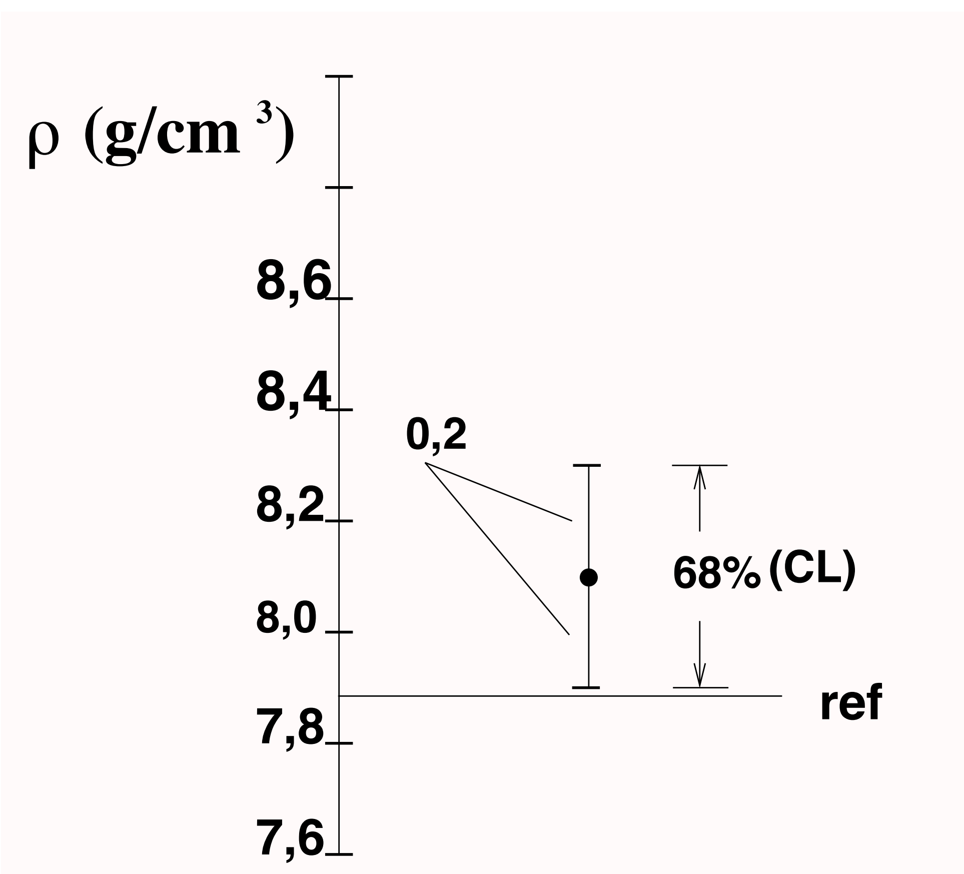
Discrepância
$| \rho_1 - \rho_{ref} | = | 8{,}1 - 7{,}86 | = 0{,}24 \sim 1\sigma$

Note que, segundo a Lei dos erros, há uma expectiva de apenas ~68% de que o intervalo contenha o valor esperado

Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 1:
$\rho_1 = 8{,}1 \pm 0{,}2$ g/cm^3



Discrepância
$| \rho_1 - \rho_{ref} | = | 8{,}1 - 7{,}86 | = 0{,}24 \sim 1\sigma$

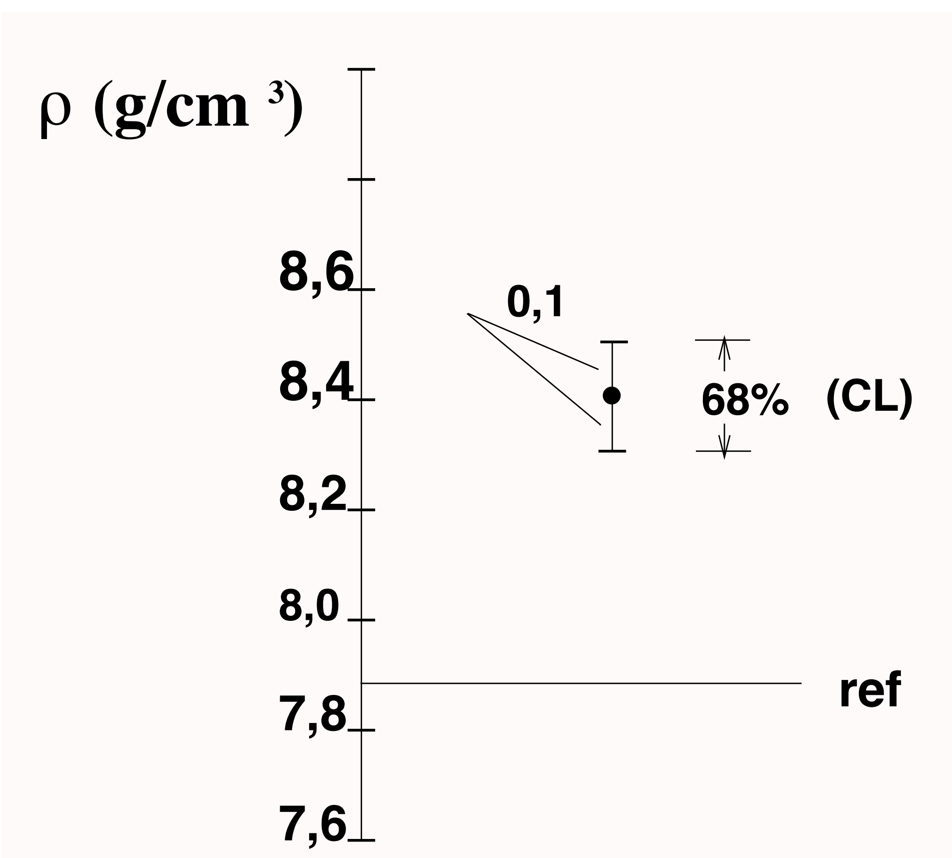
Note que, segundo a Lei dos erros, há uma expectiva de apenas ~68% de que o intervalo contenha o valor esperado

A discrepância não é *estatisticamente significativa*

Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

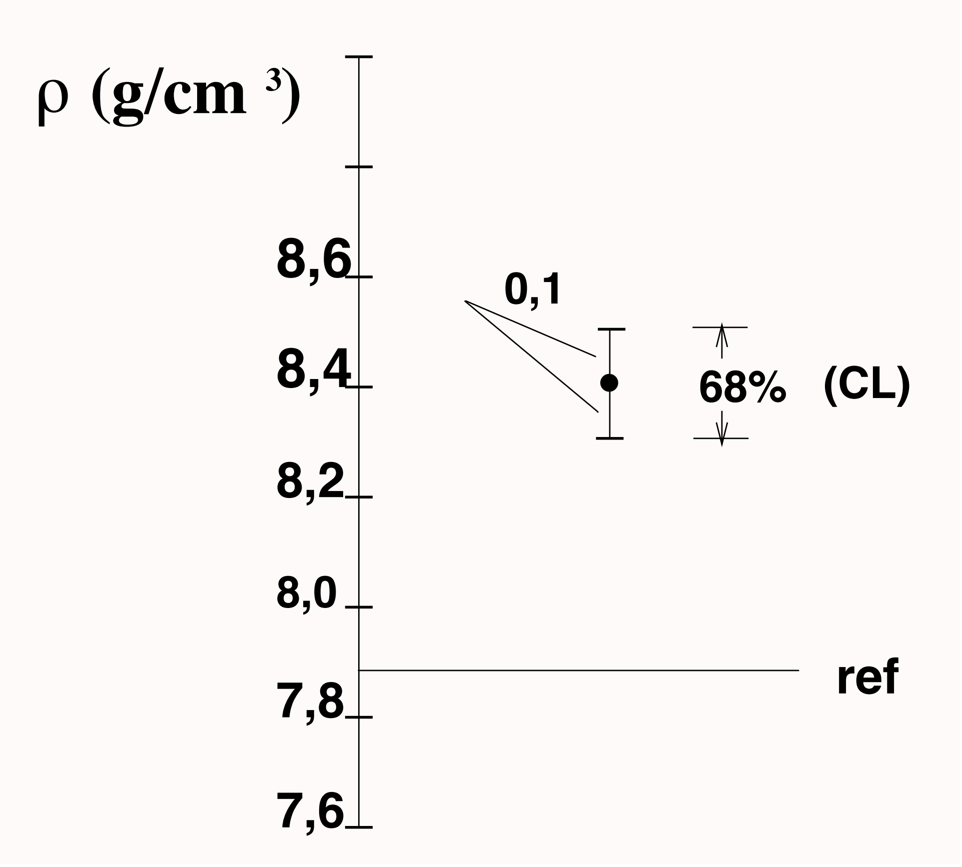
Resultado Exp. 2:
$\rho_2 = 8{,}4 \pm 0{,}1$ g/cm^3



Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 2:
$\rho_2 = 8{,}4 \pm 0{,}1$ g/cm^3

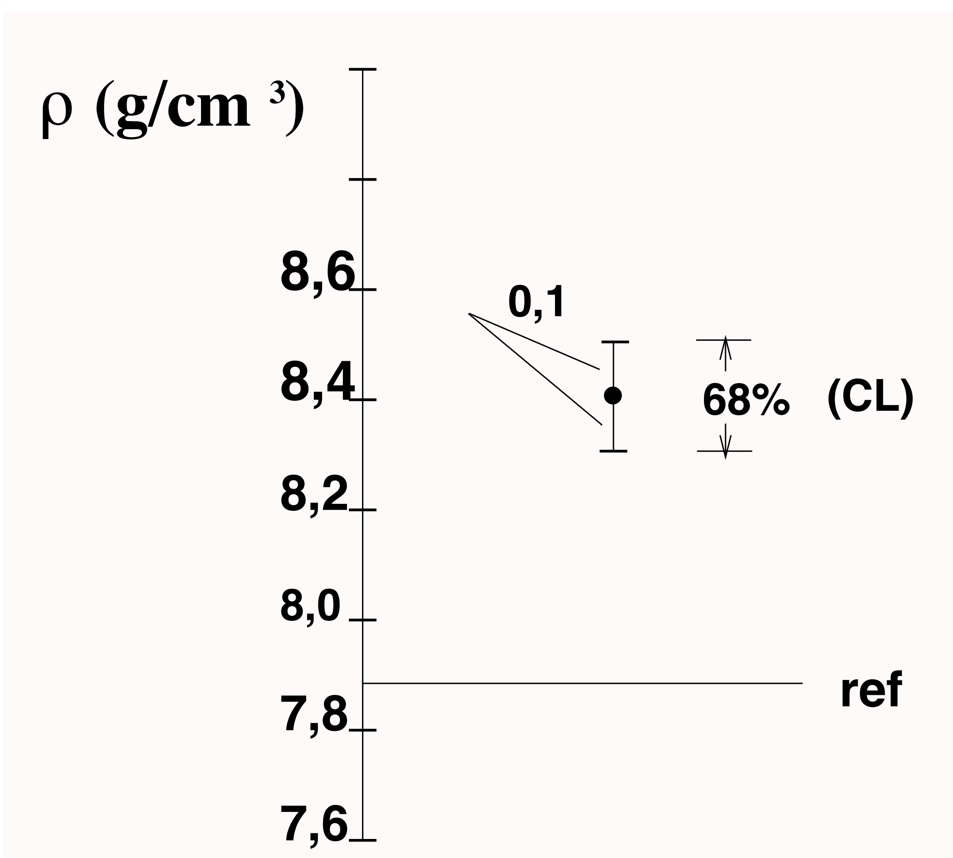


Discrepância
$| \rho_2 - \rho_{ref} | = | 8{,}4 - 7{,}86 | = 0{,}54 > 3\sigma$

Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 2:
$\rho_2 = 8{,}4 \pm 0{,}1$ g/cm^3



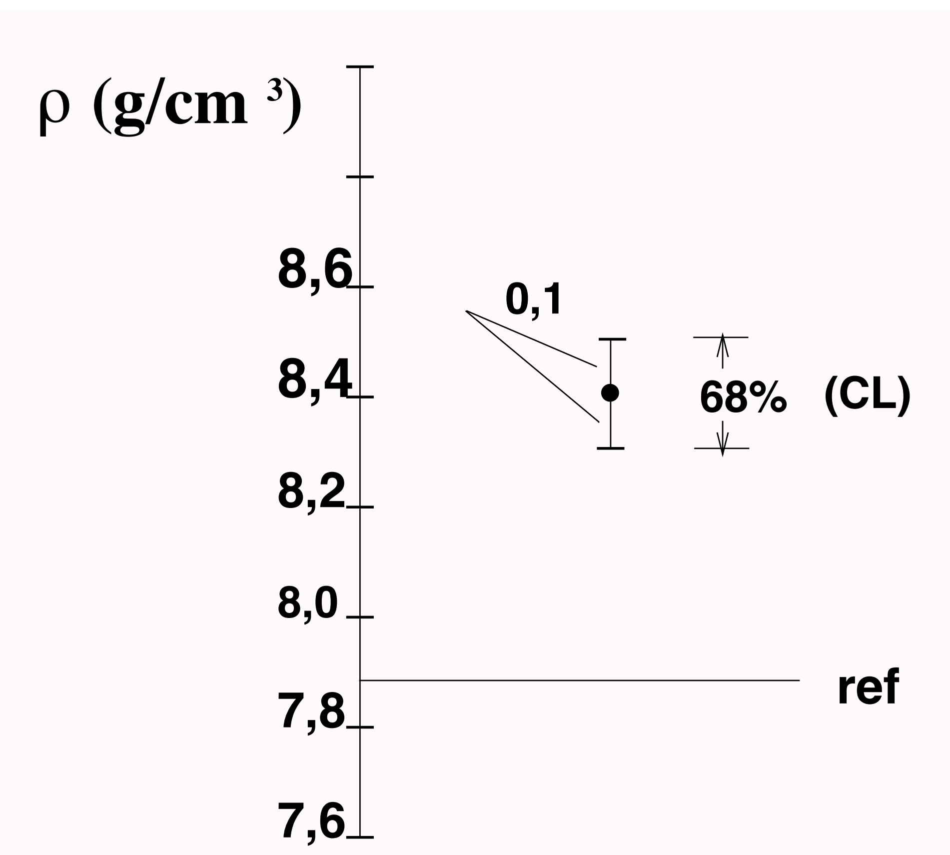
Discrepância
$| \rho_2 - \rho_{ref} | = | 8{,}4 - 7{,}86 | = 0{,}54 > 3\sigma$

Uma discrepância de valor maior que 3 erros padrão é muito pouco provável (< 1%) e podemos dizer que o resultado é incompatível com o valor de referência

Compatibilidade com um valor de referência

Os resultados ρ_1 e ρ_2 são compatíveis com o valor de referência (ρ_{ref}) ?

Resultado Exp. 2:
$\rho_2 = 8{,}4 \pm 0{,}1$ g/cm^3



Discrepância
$| \rho_2 - \rho_{ref} | = | 8{,}4 - 7{,}86 | = 0{,}54 > 3\sigma$

Uma discrepância de valor maior que 3 erros padrão é muito pouco provável (< 1%) e podemos dizer que o resultado é incompatível com o valor de referência

A discrepância é *significativa*

Compatibilidade com um valor de referência

A compatibilidade ou incompatibilidade de um resultado com um valor de referência depende portanto do nível de confiança associado. Por exemplo, dizemos que o resultado é incompatível quando a expectativa de se obter uma determinada discrepância é menor que 5%, 1% ou 0,1%?

Compatibilidade com um valor de referência

A compatibilidade ou incompatibilidade de um resultado com um valor de referência depende portanto do nível de confiança associado. Por exemplo, dizemos que o resultado é incompatível quando a expectativa de se obter uma determinada discrepância é menor que 5%, 1% ou 0,1%?

Regra prática: Vamos considerar um resultado compatível com um valor de referência quando a discrepância for menor que dois erros padrão. Se a discrepância for maior que três erros padrão ela é significativa e os resultados incompatíveis:

$$|\bar{x} - x_{\mathrm{ref}}| < 2\sigma_{\bar{x}} \longrightarrow \text{Compatíveis}$$

$$|\bar{x} - x_{\mathrm{ref}}| > 3\sigma_{\bar{x}} \longrightarrow \text{Incompatíveis}$$

$$2\sigma_{\bar{x}} < |\bar{x} - x_{\mathrm{ref}}| < 3\sigma_{\bar{x}} \longrightarrow \text{Inconclusivo}$$

Exercício (3.7.5): A partir de três medidas da carga do elétron, com nível de confiança de 68%:

$$e_1 = (1{,}72 \pm 0{,}04)\ .\ 10^{-19}\ C$$
$$e_2 = (1{,}75 \pm 0{,}07)\ .\ 10^{-19}\ C$$
$$e_3 = (1{,}62 \pm 0{,}03)\ .\ 10^{-19}\ C$$

Determine se cada uma das medidas é compatível com o valor de referência para a carga do elétron: $1{,}60217733(49)\ .\ 10^{-19}$ C

Exercício (3.7.5): A partir de três medidas da carga do elétron, com nível de confiança de 68%:

$$e_1 = (1{,}72 \pm 0{,}04) \,.\, 10^{-19}\ C$$
$$e_2 = (1{,}75 \pm 0{,}07) \,.\, 10^{-19}\ C$$
$$e_3 = (1{,}62 \pm 0{,}03) \,.\, 10^{-19}\ C$$

Determine se cada uma das medidas é compatível com o valor de referência para a carga do elétron: 1,60217733(49) . 10^{-19} C

i) Discrepância para e_1: $|1{,}72 - 1{,}60217733| \,.\, 10^{-19}\ C = 0{,}12 \,.\, 10^{-19}\ C$

$\rightarrow |\ e_1 - e_{ref}\ | \sim 3\sigma$ ($\sigma = 0.04 \,.\, 10^{-19}$ C)

Exercício (3.7.5): A partir de três medidas da carga do elétron, com nível de confiança de 68%:

$$e_1 = (1{,}72 \pm 0{,}04)\ .\ 10^{-19}\ C$$
$$e_2 = (1{,}75 \pm 0{,}07)\ .\ 10^{-19}\ C$$
$$e_3 = (1{,}62 \pm 0{,}03)\ .\ 10^{-19}\ C$$

Determine se cada uma das medidas é compatível com o valor de referência para a carga do elétron: $1{,}60217733(49)\ .\ 10^{-19}$ C

i) Discrepância para e_1: $|1{,}72 - 1{,}60217733|\ .\ 10^{-19}\ C = 0{,}12\ .\ 10^{-19}\ C$

$\rightarrow |\ e_1 - e_{ref}\ | \sim 3\sigma$ ($\sigma = 0.04\ .\ 10^{-19}$ C)

ii) Discrepância para e_2: $|1{,}75 - 1{,}60217733|\ .\ 10^{-19}\ C = 0{,}15\ .\ 10^{-19}\ C$

$\rightarrow 2\sigma < |\ e_2 - e_{ref}\ | < 3\sigma$ ($\sigma = 0.07\ .\ 10^{-19}$ C)

Exercício (3.7.5): A partir de três medidas da carga do elétron, com nível de confiança de 68%:

$$e_1 = (1{,}72 \pm 0{,}04) \,.\, 10^{-19}\ C$$
$$e_2 = (1{,}75 \pm 0{,}07) \,.\, 10^{-19}\ C$$
$$e_3 = (1{,}62 \pm 0{,}03) \,.\, 10^{-19}\ C$$

Determine se cada uma das medidas é compatível com o valor de referência para a carga do elétron: 1,60217733(49) . 10^{-19} C

i) Discrepância para e_1: $|1{,}72 - 1{,}60217733| \,.\, 10^{-19}\ C = 0{,}12 \,.\, 10^{-19}\ C$

$\rightarrow |\, e_1 - e_{ref} \,| \sim 3\sigma$ $(\sigma = 0.04 \,.\, 10^{-19}\ C)$

ii) Discrepância para e_2: $|1{,}75 - 1{,}60217733| \,.\, 10^{-19}\ C = 0{,}15 \,.\, 10^{-19}\ C$

$\rightarrow 2\sigma < |\, e_2 - e_{ref} \,| < 3\sigma$ $(\sigma = 0.07 \,.\, 10^{-19}\ C)$

iii) Discrepância para e_3: $|1{,}62 - 1{,}60217733| \,.\, 10^{-19}\ C = 0{,}02 \,.\, 10^{-19}\ C$

$\rightarrow |\, e_3 - e_{ref} \,| < 1\sigma$ $(\sigma = 0.03 \,.\, 10^{-19}\ C)$

Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Estimativa 1: $\bar{x}_1 \pm \sigma_{\bar{x}_1}$

Estimativa 2: $\bar{x}_2 \pm \sigma_{\bar{x}_2}$

Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Estimativa 1: $\bar{x}_1 \pm \sigma_{\bar{x}_1}$

Estimativa 2: $\bar{x}_2 \pm \sigma_{\bar{x}_2}$

Discrepância: $|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$

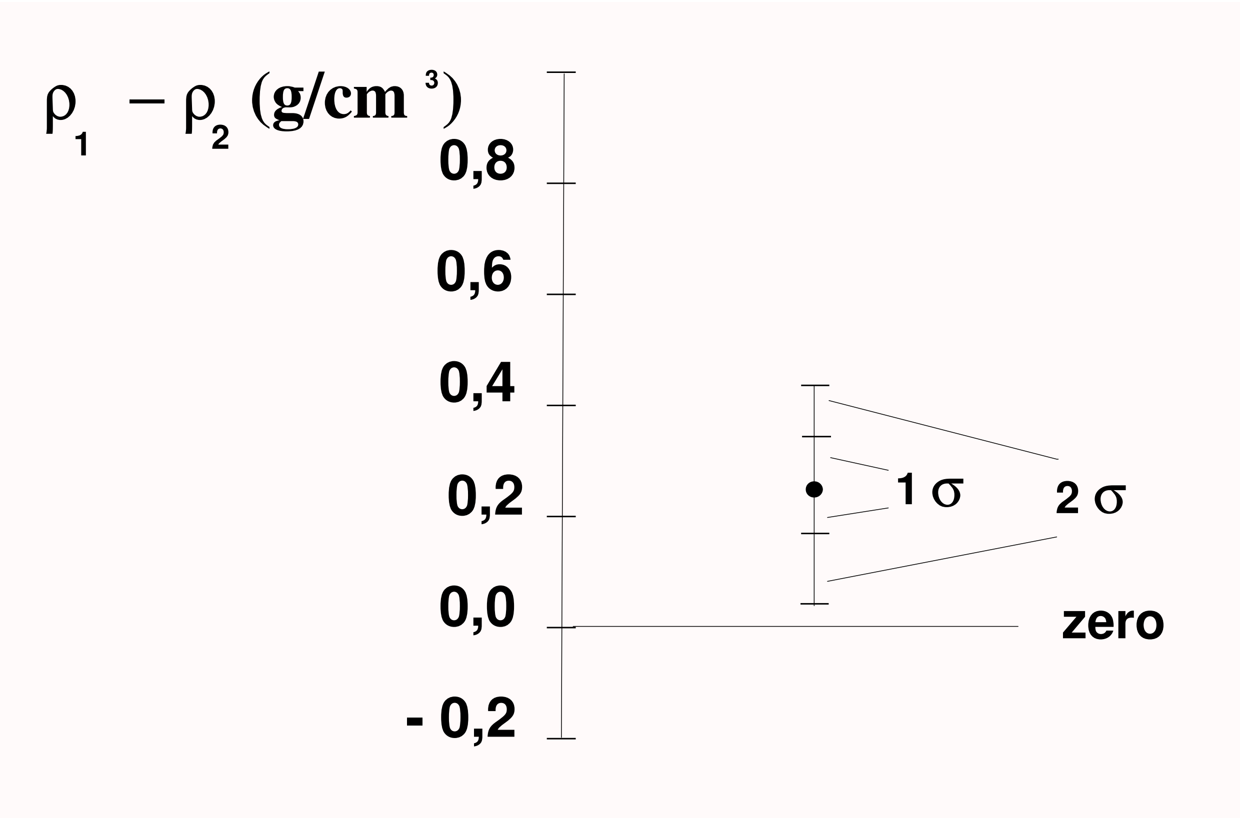
Erro associado: $\sigma = \sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2}$

Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Exemplo (ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3):

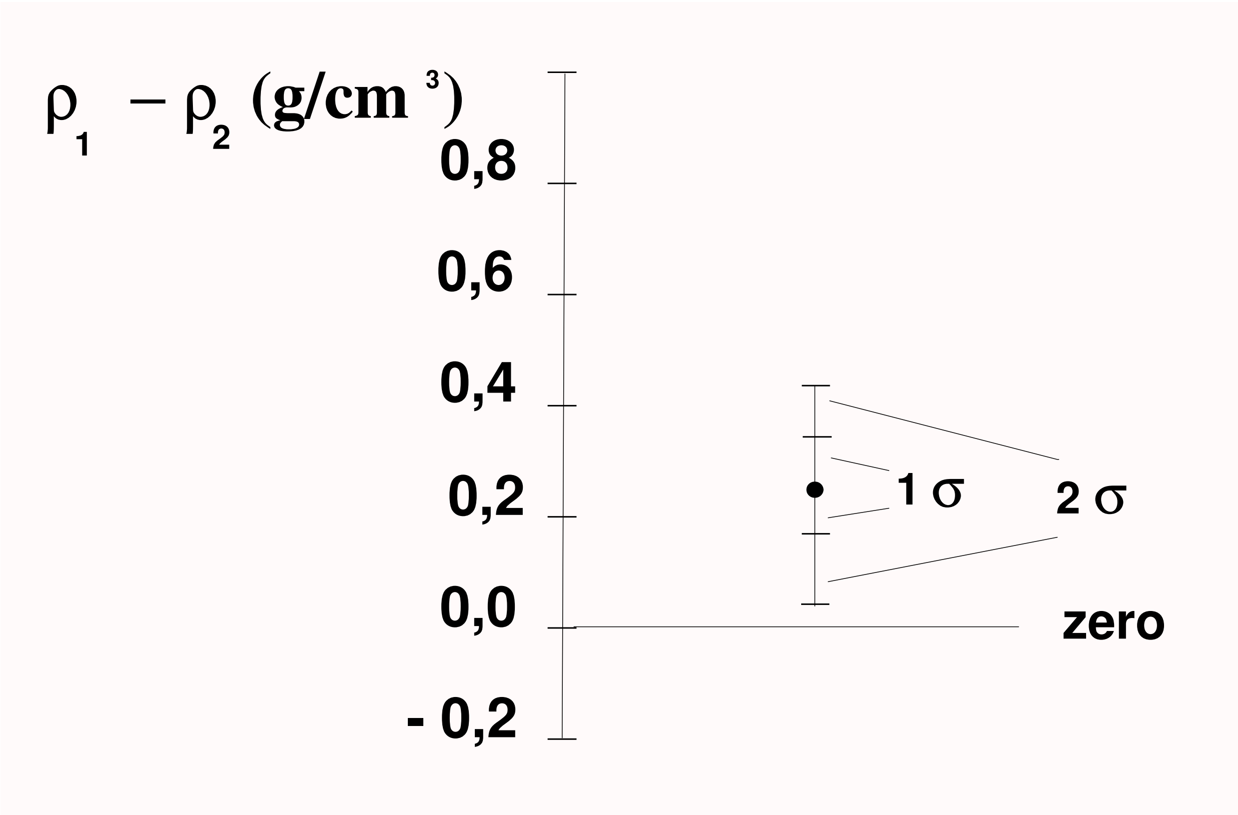
ρ_1 = 8,1 ± 0,2 g/cm^3 $\quad$ ρ_2 = 8,4 ± 0,1 g/cm^3



Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Exemplo (ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3):
ρ_1 = 8,1 ± 0,2 g/cm^3 ρ_2 = 8,4 ± 0,1 g/cm^3



Discrepância

$$|\rho_1 - \rho_2| = 0,3 \text{ g/cm}^3$$

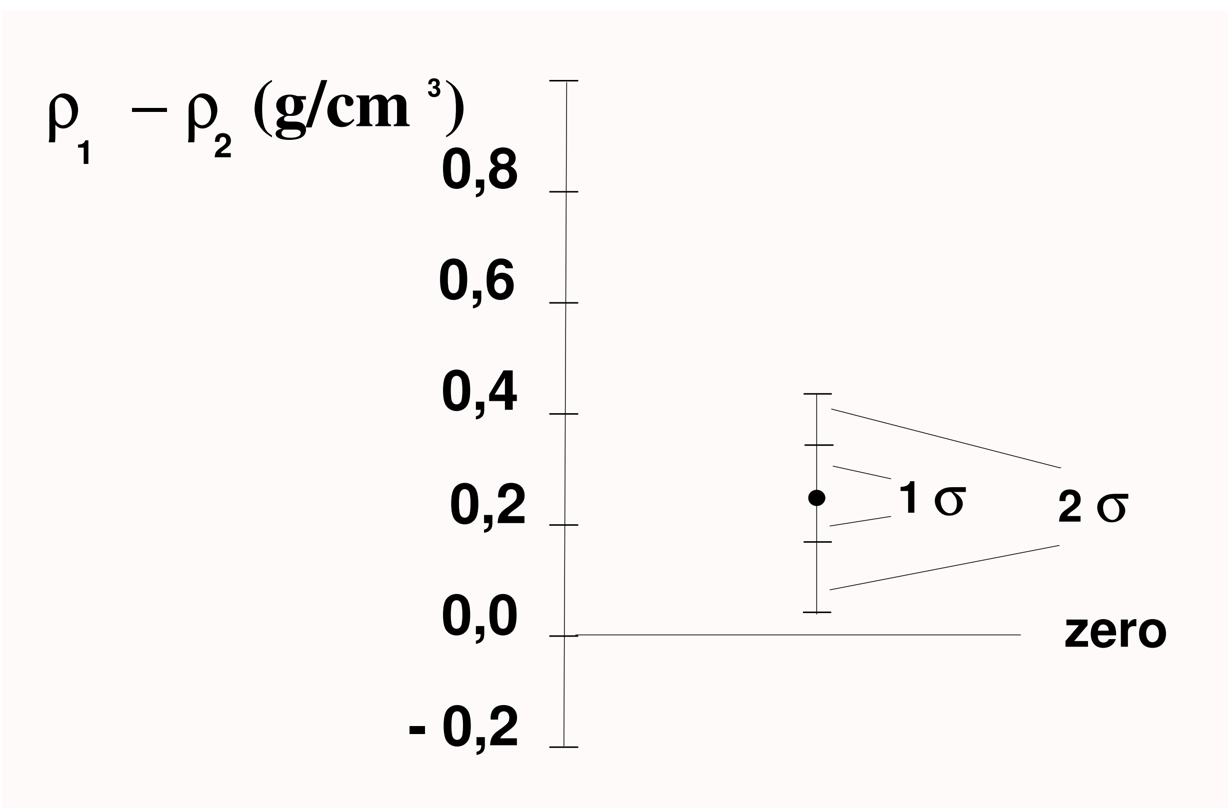
Erro associado:

$$\sigma = \sqrt{(0,2)^2 + (0,1)^2} \approx 0,2 \text{ g/cm}^3$$

Compatibilidade de duas estimativas

Se queremos avaliar a compatibilidade entre duas estimativas, podemos considerar a compatibilidade da *diferença* entre elas em relação ao valor de referência zero e considerando o *erro associado entre as estimativas*

Exemplo (ρ_{ref} = 7,86 g/cm^3):
ρ_1 = 8,1 ± 0,2 g/cm^3 ρ_2 = 8,4 ± 0,1 g/cm^3



Discrepância

$$|\rho_1 - \rho_2| = 0,3 \text{ g/cm}^3$$

Erro associado:

$$\sigma = \sqrt{(0,2)^2 + (0,1)^2} \approx 0,2 \text{ g/cm}^3$$

As estimativas são compatíveis *entre si* (discrepância < 2σ)

Exercício (3.7.6): Dois experimentos anunciam a descoberta de uma nova partícula, com a medição da massa apresentada, com nível de confiança de 68%, por :

$$m_1 = (7{,}8 \pm 0{,}2)\ .\ 10^{-27}\ \text{kg}$$
$$m_2 = (7{,}0 \pm 0{,}3)\ .\ 10^{-27}\ \text{kg}$$

Esses valores podem representar a massa de uma mesma partícula?

Exercício (3.7.6): Dois experimentos anunciam a descoberta de uma nova partícula, com a medição da massa apresentada, com nível de confiança de 68%, por :

$$m_1 = (7{,}8 \pm 0{,}2) \, . \, 10^{-27} \text{ kg}$$
$$m_2 = (7{,}0 \pm 0{,}3) \, . \, 10^{-27} \text{ kg}$$

Esses valores podem representar a massa de uma mesma partícula?

i) Erro associado entre m_1 e m_2: $\sigma = 0{,}4 \, . \, 10^{-27}$ kg $\quad \sigma = \sqrt{\sigma^2_{\bar{x}_1} + \sigma^2_{\bar{x}_2}}$

Exercício (3.7.6): Dois experimentos anunciam a descoberta de uma nova partícula, com a medição da massa apresentada, com nível de confiança de 68%, por :

$$m_1 = (7,8 \pm 0,2) \, . \, 10^{-27} \text{ kg}$$
$$m_2 = (7,0 \pm 0,3) \, . \, 10^{-27} \text{ kg}$$

Esses valores podem representar a massa de uma mesma partícula?

i) Erro associado entre m_1 e m_2: $\sigma = 0,4 \, . \, 10^{-27}$ kg $\qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2_{\bar{x}_1} + \sigma^2_{\bar{x}_2}}$

ii) Discrepância entre m_1 e m_2: $|7,8 - 7,0| \, . \, 10^{-27}$ kg $= 0,8 \, . \, 10^{-27}$ kg

→ $| m_1 - m_2 | = 2\sigma$

→ Discrepância no nível de 2σ. Podemos dizer que o experimento é inconclusivo

Atividade de aula (Roteiro)

1- Realizar a medição dos valores do *período de oscilação* de um pêndulo

2- As medições serão feitas em 8 grupos de medidas, cada grupo com 10 medidas

3 - Calcular a média e o desvio padrão de cada grupo de medidas. Compare os valores entre os grupos de medidas

4- Calcular a média e o desvio padrão do conjunto completo de 80 medidas. Compare com os valores dos 8 grupos de medidas

5 - Calcular o erro da média de cada grupo de medidas, e o desvio padrão das 8 médias obtidas anteriormente. Compare os valores