



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Instituto de Física

Departamento de Física Nuclear e Altas Energias

Física IV Experimental

Roteiro das Experiências

2^o semestre de 2018

Marcia Begalli
Sandro Fonseca
Helena Malbouisson
Antonio Vilela Pereira
Andre Sznajder
Jorge Montalvo
Carley Martins
Vitor Oguri
Gerson Pech
Wanda Prado
José Soares
Antônio Teixeira

Aluno: _____

Normas Gerais

A parte experimental dos cursos de Física IV é composta de dez práticas de laboratório, as quais são descritas neste roteiro.

Os alunos devem elaborar os gráficos correspondentes a cada uma destas práticas, os quais serão usados na avaliação da parte experimental do curso. É importante que estes gráficos sejam elaborados de acordo com as regras gerais descritas mais adiante.

Receberão nota zero os gráficos entregues fora do prazo, ou relativos a uma prática que o aluno não tenha participado ou assinado a lista de frequência. A assinatura da lista de frequência é de responsabilidade do aluno.

Ao longo do semestre serão aplicadas duas provas práticas, abrangendo todas as experiências realizadas no período.

A média final da parte experimental da disciplina (M_E), será calculada da seguinte forma:

$$M_E = \left(\frac{P_1 + P_2}{2} \right) \times F \quad (1)$$

$$F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \cdot r_i \quad (2)$$

onde P_1 e P_2 são as notas das provas práticas de laboratório. p_i corresponde a presença na prática i , que pode assumir o valor 0, quando o aluno não comparecer à aula e o valor 1 indicando a sua presença; r_i corresponde à entrega do gráfico da prática i , que pode assumir o valor 0 ou 1 e N o número de práticas.

Existe a possibilidade do aluno recuperar apenas uma das práticas perdidas para cada das provas através de uma aula de reposição previamente definida pelo professor.

Elaboração dos gráficos e conclusões

O gráfico deve conter os pontos experimentais e a curva obtida através do método dos mínimos quadrados. Observe as unidades utilizadas, a diferença entre os pontos experimentais e os pontos usados para traçar a reta, a escala do gráfico, os valores e grandezas de cada eixo, o título do gráfico, enfim o gráfico precisa ser compreendido por alguém que não entendesse nada do conteúdo do experimento;

Além do gráfico é obrigatório apresentar suas conclusões a respeito dos resultados obtidos a partir da análise dos dados. Incluir também uma discussão dos principais erros da experiência e uma comparação com a expectativa teórica.

O gráfico é obrigatório, caso contrário, o aluno perde a presença na respectiva aula e deve ser entregue sempre até a aula seguinte.

Prova prática

Prova experimental composta por: sorteio de uma prática onde o professor avalia se o aluno é capaz de:

1. Reproduzir o experimento fazendo a preparação adequada;
2. Elaborar a análise de dados simplificada;
3. Entender, através dos conceitos físicos, as medidas realizadas.

Prática nº 1

Intensidade Luminosa

1.1 Introdução

Aqueles que se expõem ao Sol para se bronzear podem observar que uma onda eletromagnética pode transportar energia, transferindo esta energia a um corpo sobre o qual incida. A taxa de energia transportada pela onda, por unidade de área, é descrita pelo chamado **vetor de Poynting**:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

onde μ_0 é a constante de permeabilidade magnética do vácuo, e \vec{E} e \vec{B} representam os campos elétrico e magnético respectivamente. Como \vec{E} e \vec{B} são perpendiculares entre si na onda eletromagnética plana, então o módulo de \vec{S} é dado por:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E B \quad (1.2)$$

Deve-se contudo notar que, como E e B oscilam continuamente, mantendo-se em fase, seus valores instantâneos estão sempre relacionados por $E = cB$, de modo que podemos lidar apenas com um deles; escolhemos E , porque a grande maioria dos instrumentos detectores de ondas eletromagnéticas são mais sensíveis ao componente elétrico do que ao componente magnético da onda. O vetor de Poynting então é dado por:

$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2 \quad (\text{onda plana}) \quad (1.3)$$

Analisando o vetor de Poynting associado a uma onda plana, vemos que este oscila no tempo, com uma frequência duas vezes maior do que a frequência da onda eletromagnética ($\simeq 10^{14}$ Hz no caso da luz). Tal oscilação é rápida demais para ser percebida em laboratório. Na prática, chamamos de *intensidade da onda* ao valor médio \bar{S} da grandeza variável S . Podemos expressar a intensidade (I) em termos do valor eficaz do campo elétrico, E_{rms} , como:

$$I = \bar{S} = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}}^2 \quad (\text{onda plana}) \quad (1.4)$$

Raios de luz emitidos de uma fonte pontual, se propagam uniformemente em todas as direções, como vemos na Fig. 1.1.

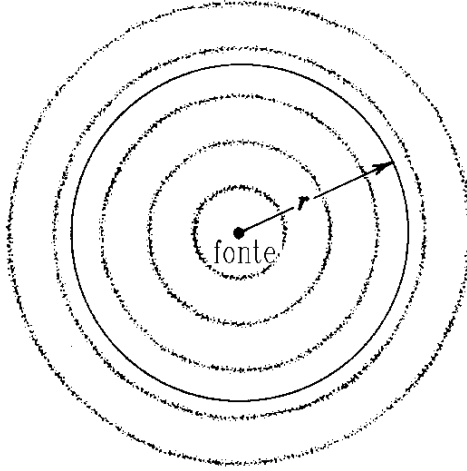


Figura 1.1: Uma fonte pontual envia ondas uniformemente em todas as direções

Se uma dada superfície recebe luz proveniente de uma fonte, diz-se que esta superfície está *iluminada*. De modo análogo ao vetor de Poynting, a intensidade luminosa¹ I observada em uma dada área A , situada a uma distância r da fonte de luz, é definido como a taxa de energia transportada (dU/dt) por unidade de área (A):

$$I = \frac{dU/dt}{A}. \quad (1.5)$$

Uma fonte pontual irradia luz isotropicamente em todas as direções. Tomando-se uma superfície esférica de raio r centrada nesta fonte pontual, teremos uma intensidade luminosa uniforme em qualquer ponto desta superfície. Neste caso, a intensidade em qualquer região desta superfície é dada por:

$$I = \frac{dU/dt}{4\pi r^2}. \quad (1.6)$$

Este resultado mostra que a intensidade da luz emitida por uma fonte pontual varia com o inverso do quadrado da distância em relação à fonte.

Por simplicidade, o resultado acima foi demonstrado usando-se a hipótese de isotropia da emissão de luz pela fonte pontual. Entretanto, o mesmo resultado pode ser obtido sem esta hipótese simplificadora, sob determinadas condições. Como exemplo de fonte não-isotrópica, vejamos a situação ilustrada na Fig. 1.2, no qual a área iluminada A não envolve a fonte completamente. A intensidade luminosa será dada por,

$$I = \frac{dU/dt}{\pi R^2}, \quad (1.7)$$

¹Quando se trata de luz visível, o conceito de intensidade de luz deve ser tomado com cuidado, pois tanto o olho humano como a maioria dos foto-sensores possui uma sensibilidade que varia acentuadamente em função da frequência analisada. Eventualmente, outras grandezas físicas são definidas para o tratamento da radiação visível, dentre as quais o *iluminamento* é a que mais se assemelha à intensidade luminosa, da maneira como definimos. Para maiores detalhes, ver por exemplo Dalton Gonçalves, “Física do Científico e do Vestibular”, vol. 4, capítulo 8.

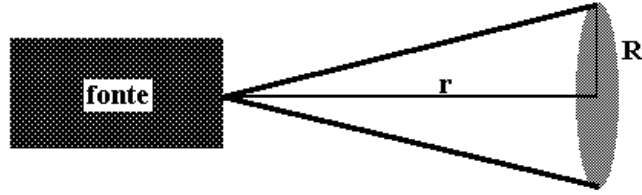


Figura 1.2: Uma fonte envia ondas através de um feixe que se espalha sob a forma de um cone com seção transversal circular.

onde R é o raio da seção transversal de A . Como $R = r \operatorname{tg}\theta$ teremos,

$$I = \frac{dU/dt}{\pi (\operatorname{tg}\theta)^2} \frac{1}{r^2}. \quad (1.8)$$

Este fato nos mostra que, tanto no caso de fonte isotrópica como também no caso de fonte anisotrópica, temos que $I \propto 1/r^2$. Ou seja, a intensidade da luz é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre fonte e observador. E é isto que vamos verificar experimentalmente.

O método que será utilizado nesta experiência é muito simples. Ele consiste na medida da intensidade luminosa produzida por uma fonte de luz a diferentes distâncias da fonte. Medindo-se a intensidade luminosa I com o uso de um fotômetro, e variando-se a distância deste à fonte luminosa, podemos determinar a relação entre estas duas quantidades através de um gráfico.

Para isso utilizaremos um fotômetro, colocado sobre um banco óptico com escala graduada em centímetros, que mede a intensidade a diferentes distâncias da fonte. A luz incide sobre uma pequena ponta de prova, e é transportada por meio de uma fibra óptica até uma fotocélula localizada no interior do fotômetro.

1.2 Objetivo

Determinar a dependência da intensidade luminosa em função da distância entre a fonte luminosa e o ponto de detecção.

1.3 Material Utilizado

- fonte incandescente de luz
- fotômetro
- ponta de prova de fibra óptica
- banco óptico
- suporte para a ponta de prova

1.4 Procedimentos

1. **Alinhe o feixe luminoso** de tal forma que ele **cubra toda a superfície da ponta de prova** tanto na distância mínima – ponto onde se iniciarão as medidas – quanto na distância máxima – ponto onde as medidas terminam;

2. **Calibre o zero do fotômetro.** Apague a luz e cubra a entrada de luz do fotômetro com um objeto preto. **Regule o seletor de sensibilidade para a menor escala – 0.1, ou seja, máxima sensibilidade.** Em seguida gire o botão de ajuste do zero, até que o ponteiro esteja exatamente sobre o *zero* da escala (veja o esquema da Fig. 1.3). Depois de realizado este ajuste, gire o seletor de sensibilidade até a escala 1000 e só então retire o objeto preto do fotômetro;

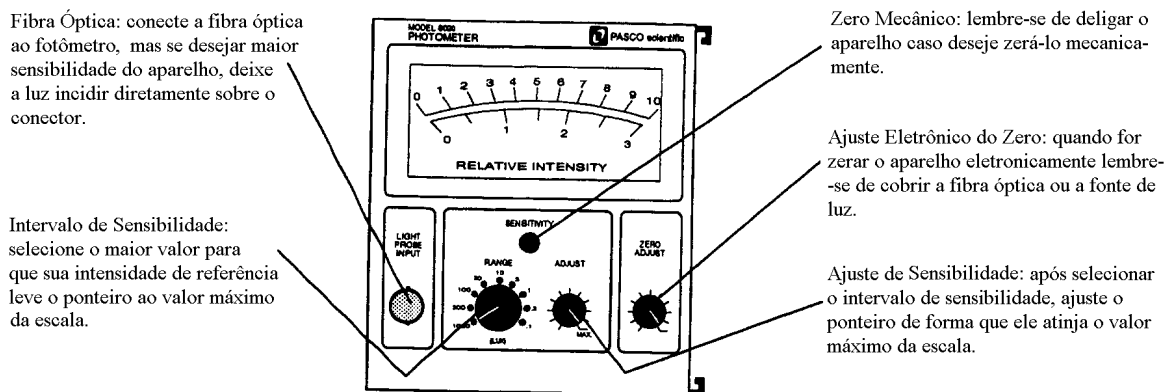


Figura 1.3: Painel de Controle do Fotômetro

3. Use o fotômetro para **medidas relativas**². Em primeiro lugar, com o detetor à distância mínima, ou seja, máxima intensidade que será observada, regule o seletor de sensibilidade para o maior valor possível, tal que o ponteiro permaneça no máximo da escala (10), utilizando para isso o botão de ajuste de sensibilidade;
4. **Com cuidado**, varie a distância no intervalo determinado acima (entre a distância máxima e mínima) para que a tomada de dados de intensidade luminosa possibilite uma verificação correta da lei de variação entre a intensidade e a distância. Ao medir a distância entre fonte e detetor, lembre-se que a lâmpada não se encontra na posição zero da escala;
5. Meça pelo menos 15 pontos e **não se esqueça de anotar os erros a cada medida**. Os intervalos não precisam ser constantes ao longo das medidas (**Sugestão: entre 10,0 - 30,0 cm**);
6. Faça um gráfico de $I \times r$ e outro de $\log I \times \log r$, ambos em papel milimetrado;
7. Determine através do gráfico o coeficiente angular, que no caso é o próprio expoente de r , na relação da intensidade e compare com o valor teórico, 2. Note que, se $I = Ar^{-n}$, então

$$\log I = b - n \log r \quad (1.9)$$

onde³ $b = \log A = \text{constante}$.

²Para realizar **medidas absolutas** de intensidade luminosa, devemos levar em conta a distribuição espectral da fonte luminosa, além de fazer com que a luz incida perpendicularmente, diretamente e de maneira uniforme sobre toda a área sensível da fotocélula

³Consulte o apêndice sobre gráficos em escala logarítmica, ao final deste roteiro

1.5 Questões

1. Uma lâmpada é muito diferente de um ponto. Então, porque podemos considerar a fonte como pontual?
2. Qual o princípio de funcionamento de um fotômetro? (Sugestão: procure entender como funciona uma fotocélula, ou fotodiodo).
3. Por que só podemos fazer medidas relativas de intensidade? Não seria melhor fazer medidas absolutas? Explique.
4. Onde se situa o ponto de distância *zero* da fonte? Qual o valor da intensidade neste ponto?
5. Por que o material é todo preto?
6. Qual a importância do alinhamento do feixe?
7. Na sua opinião, quais as principais fontes de erro neste experimento? Explique.

Prática nº 2

Polarização da Luz

2.1 Introdução

A luz é uma onda transversal com os campos elétrico e magnético oscilando em direções perpendiculares entre si (veja Fig. 2.1). Os vetores campo elétrico e magnético de uma onda que se propaga na direção x podem ser decompostos como

$$\begin{aligned} \vec{E}_z &= \vec{E} \cos \theta, & \vec{E}_y &= \vec{E} \sin \theta, \\ \vec{H}_y &= \vec{H} \sin \theta, & \vec{H}_z &= \vec{H} \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.1)$$

As direções de oscilação dos vetores \vec{E} e \vec{H} são variáveis no tempo. Alguns materiais *anisotrópicos* têm a propriedade de absorver, em quantidades desiguais, as componentes E_x e E_y da radiação incidente. Se a espessura do material for suficientemente grande, a onda transmitida será *polarizada*, isto é, apresentará os campos \vec{E} e \vec{H} oscilando em direções fixas no tempo.

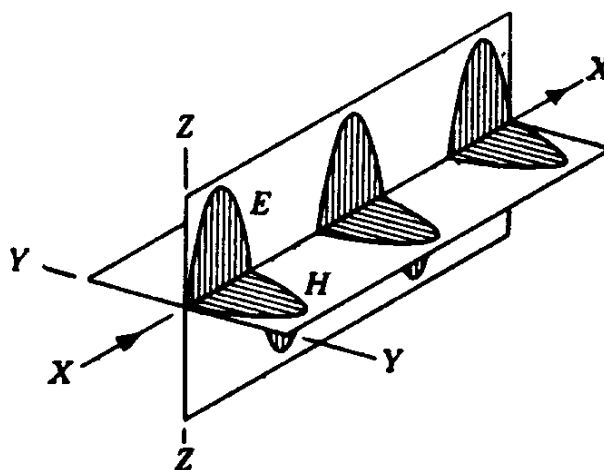


Figura 2.1: Onda polarizada que se propaga na direção X.

Na Fig. 2.2 representamos o plano de vibrações do campo elétrico de uma onda que incide sobre um *polarizador*. A componente transversal é absorvida pelo material. Logo, se colocarmos um segundo *polarizador* (*analisador*) na trajetória do raio luminoso (veja

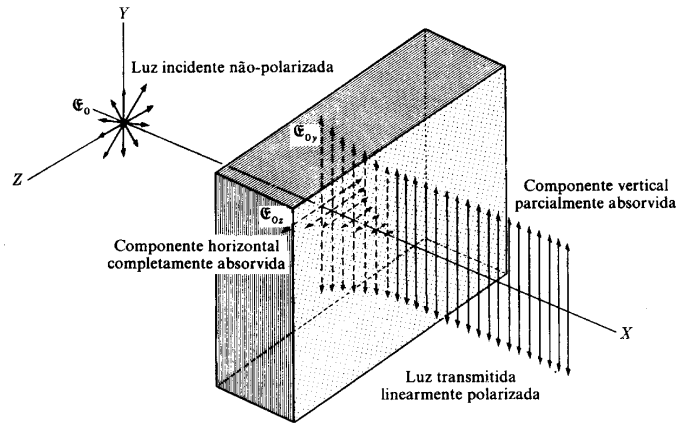


Figura 2.2: Decomposição do vetor campo elétrico de uma onda eletromagnética que incide sobre um polarizador.

Fig. 2.3), poderemos observar que existem duas posições, defasadas entre si de 180° , para as quais quase toda a radiação proveniente do polarizador (P_1) atravessa o analisador (P_2). Isto significa que as direções dos eixos de polarização de P_1 e de P_2 estão em paralelo. Existem outras duas posições para as quais a intensidade da luz transmitida através do analisador quase se anula. Essas posições estão defasadas entre si de 180° e correspondem à situação de transversalidade entre os eixos de polarização de P_1 e de P_2 .

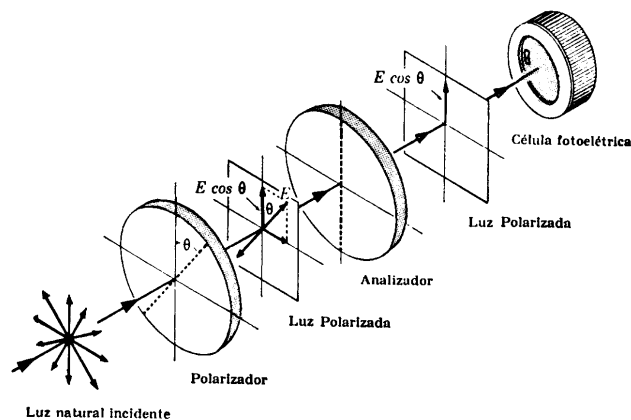


Figura 2.3: Raio luminoso que parte da fonte F e incide sobre dois polarizadores

A amplitude da luz que atravessa P_2 é $E_m \cos \theta$, onde E_m é a amplitude da luz plano polarizada que atinge P_2 e θ é o ângulo entre o vetor campo elétrico e o eixo de polarização. A intensidade I de um feixe luminoso é dada por

$$I \propto A^2 = E_m^2 \cos^2 \theta$$

de onde podemos escrever

$$I = I_m \cos^2 \theta, \tag{1}$$

onde I_m é a intensidade máxima da luz transmitida. Podemos verificar então que a condição de paralelismo dos eixos de polarização de P_1 e de P_2 corresponde a $\theta = 0^\circ$ e a $\theta = 180^\circ$ (intensidade transmitida máxima) e a de transversalidade a $\theta = 90^\circ$ e a $\theta = 270^\circ$ (intensidade transmitida mínima). A expressão (1) é conhecida como *lei de Malus*.

2.2 Objetivos da Experiência

Estudar o fenômeno da polarização de luz, e verificar a *lei de Malus*;

2.3 Material Utilizado

- fonte incandescente de luz
- fonte LASER
- fotômetro e ponta de prova
- 3 polarizadores
- banco óptico
- anteparo
- suporte da ponta de prova
- 3 suportes

CUIDADO!

**Não exponha os olhos ao feixe de LASER.
Mantenha o nível dos olhos sempre acima
do plano horizontal do feixe.**

2.4 Procedimento Experimental

2.4.1 Verificação qualitativa da Lei de Malus

1. Com base na Fig. 2.3, monte o esquema para a verificação da lei de Malus. Use a fonte laser e, no lugar da fotocélula, use um anteparo;
2. Coloque inicialmente o polarizador e o analisador com seus eixos de polarização em paralelo;
3. Ligue a fonte de luz, gire gradativamente o analisador e observe a variação da intensidade da luz no anteparo;
4. A seguir, coloque o polarizador e analisador em condição de ortogonalidade, isto é, com seus eixos de polarização defasados de 90° . Observe que não há transmissão de luz ao anteparo. Coloque então um segundo polarizador imediatamente após o primeiro, fazendo com este um ângulo de 45° . Observe se há luz transmitida ao anteparo.
5. A seguir, gire gradativamente de 360° o segundo polarizador, observando a luz incidente no anteparo. Interprete os fenômenos observados.

2.4.2 Verificação quantitativa da Lei de Malus

1. Substitua a fonte LASER pela fonte de luz incandescente e o anteparo pelo fotômetro. Retire o segundo polarizador introduzido anteriormente;
2. Verifique os ajustes do fotômetro. Defina uma intensidade de referência (por exemplo, aquela em que os eixos de polarização do polarizador e analisador estão em paralelo);
3. Gire o analisador, a partir de uma posição de referência (0°), até 180° fazendo leituras periódicas no fotômetro (de 10° em 10° , por exemplo);
4. Construa o gráfico $(I/I_m) \times \cos^2 \theta$;
5. Verifique a lei de Malus comparando a curva obtida no item anterior com o resultado teórico.

2.5 Questões

1. O que acontece quando um feixe de luz não-polarizada passa através de uma placa polarizadora?
2. Poderíamos ter luz polarizada se esta fosse uma onda longitudinal?
3. O que podemos fazer para verificar se um feixe de luz é polarizado?
4. Qual a função do polarizador colocado antes do anteparo?
5. Por que a intensidade de referência deve ser definida com os dois polarizadores em paralelo? Por que não definí-la sem os polarizadores?
6. Justifique o que foi observado na 1ª parte da experiência, após a introdução do terceiro polarizador a 45° em relação aos outros dois.
7. Quais as vantagens e desvantagens de utilizar a fonte laser ou a fonte de luz incandescente, em cada parte desta experiência?

Prática nº 3

Reflexão

3.1 Introdução

Exceto quando olhamos diretamente para uma fonte luminosa, toda a luz que chega aos nossos olhos o faz após ter sido refletida por algum corpo material. Para um estudo do fenômeno de reflexão deve-se inicialmente classificar as superfícies dos corpos onde a luz incide como refletoras (quando polidas) e difusoras (quando não polidas). Nas superfícies não polidas a reflexão é dita difusa, pois a luz que incide sobre tais superfícies é refletida em várias direções. Uma pequena região de uma superfície não polida, quando iluminada pode ser vista de várias direções. Se a superfície é polida, a reflexão é dita dirigida ou especular.

Se as dimensões usadas no experimento são suficientemente grandes quando comparadas ao comprimento de onda da luz, de modo que podemos desprezar efeitos de difração, nesse caso as ondas se comportam, com boa aproximação, como se viajassem em linha reta. Este caso especial do comportamento das ondas luminosas é tratado pela óptica geométrica.

Segundo a óptica geométrica, sempre que um feixe de luz incide em uma superfície de separação entre dois meios com propriedades ópticas diferentes, podemos observar dois fenômenos concorrentes: a reflexão e a refração¹.

Consideremos uma onda plana propagando-se no meio 1, conforme mostra a Fig. 3.1. A experiência mostra que quando uma onda incide sobre uma superfície plana AB que separa o meio 1 do meio 2, uma parte da onda é transmitida ao segundo meio e outra parte é refletida de volta ao meio 1. Essas ondas são chamadas de *onda refratada* e *onda refletida*, respectivamente. A onda incidente propaga-se na direção do vetor unitário \hat{k}_i e as ondas refratada e refletida propagam-se nas direções dos vetores unitários \hat{k}_r e \hat{k}' respectivamente (ver Fig. 3.1). Os ângulos θ_i , θ_r e θ' definem as direções dos vetores unitários \hat{k}_i , \hat{k}_r e \hat{k}' com relação à direção da reta N normal à superfície AB . As direções destes três vetores são relacionadas pelas seguintes leis (verificadas experimentalmente):

i) As direções de incidência, refração e reflexão estão todas em um mesmo plano, o qual é normal à superfície que separa os dois meios e, portanto, contém a normal N à superfície.

¹Apesar de descrita nesta introdução, o fenômeno da refração será estudado com mais detalhes apenas na próxima prática.

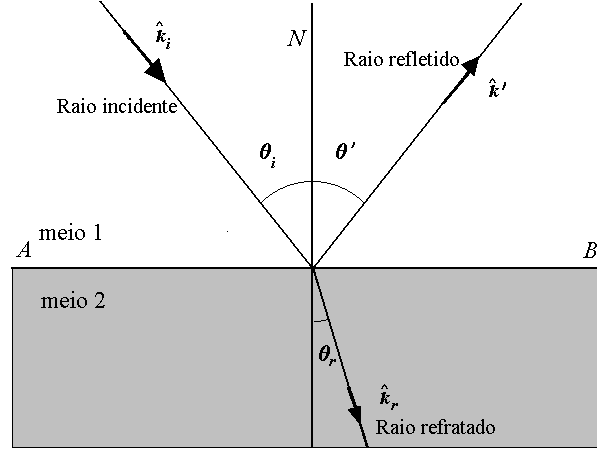


Figura 3.1: Raios incidente, refratado e refletido

ii) O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, isto é:

$$\theta_i = \theta'. \quad (3.1)$$

iii) A razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração é constante. Esta é a chamada Lei de Snell, e é expressa por:

$$\frac{\text{sen}\theta_i}{\text{sen}\theta_r} = n_{21}. \quad (3.2)$$

A constante n_{21} é chamada de índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1. Seu valor numérico depende da natureza da onda e das propriedades dos dois meios. **Fica como exercício mostrar que** $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$, onde n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios 1 e 2 respectivamente.

Polarização por Reflexão

Ao ser refletida, a luz pode emergir da superfície refletora parcial ou totalmente polarizada. Podemos constatar este fato com o uso de um *polarizador*. Existe um ângulo de incidência, chamado *ângulo de Brewster* (veja Fig. 3.2), para o qual o raio luminoso refletido é totalmente polarizado.

Pode-se mostrar que no *ângulo de Brewster* existe uma relação entre a direção do raio refletido e a do refratado, dada por:

$$\theta'_r + \theta_r = \frac{\pi}{2},$$

onde θ'_r é o ângulo de reflexão e θ_r o de refração (Fig. 3.2). Por outro lado, temos

$$n_1 \text{sen}\theta'_r = n_2 \text{sen}\theta_r,$$

onde n_1 é o índice de refração do meio 1, de onde parte o raio luminoso, e n_2 é o do meio 2. Então temos

$$n_1 \text{sen}\theta'_r = n_2 \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta'_r\right) = n_2 \cos\theta'_r,$$

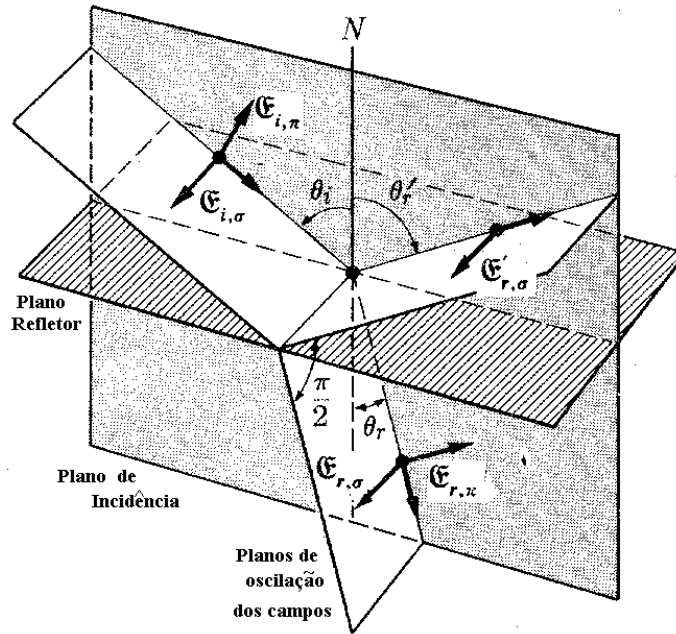


Figura 3.2: Ângulo de Brewster.

o que leva a

$$\tan \theta_r' = \frac{n_2}{n_1},$$

que é a *lei de Brewster*. Esta lei permite então determinar experimentalmente o índice de refração do material.

3.2 Objetivos

- Verificar a lei de reflexão;
- Verificar o fenômeno da polarização por reflexão;
- Medir o índice de refração de alguns materiais, usando a Lei de Brewster.

3.3 Material Utilizado

- fonte LASER
- mesa giratória
- espelhos diversos
- banco óptico
- polarizador
- blocos de materiais diversos

3.4 Procedimento Experimental

CUIDADO!

Não exponha os olhos ao feixe de LASER. Mantenha o nível dos olhos sempre acima do plano horizontal do feixe.

3.4.1 Lei da Reflexão

1. Monte o material de acordo com o esquema experimental apresentado na Fig. 3.3;

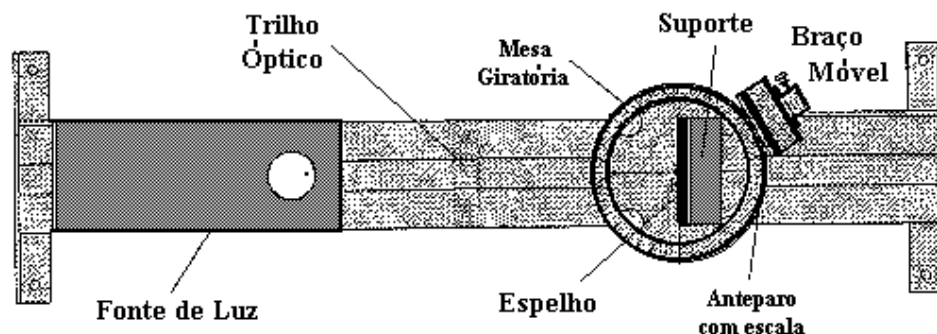


Figura 3.3: Banco óptico

2. Ligue a fonte laser, e certifique-se de que o banco óptico esteja paralelo ao feixe LASER (alinhamento do banco óptico);
3. Coloque a mesa giratória sobre o banco óptico, e certifique-se que o zero da mesa esteja alinhado com a direção do feixe LASER incidente. Além disto, o feixe LASER deve passar sobre o **centro** da mesa giratória (alinhamento da mesa giratória);
4. Coloque o anteparo no braço da mesa giratória, e posicione-o em 180° , de modo a usar o 2 da escala do anteparo como referência para medidas de ângulo;
5. Fixe o espelho plano no suporte e alinhe o conjunto sobre a mesa giratória;
6. Ajuste o espelho de forma que para $\theta_i = 0^\circ$, a luz refletida pelo espelho coincida com a direção do feixe emitido pelo laser;
7. Gire o espelho de um ângulo $\theta_i = 20^\circ$ (ângulo de incidência) e meça o ângulo de reflexão. Para isso, gire o braço da mesa giratória até que o feixe refletido coincida com o valor 2 da escala. Meça o ângulo θ' (ângulo de reflexão) que o braço faz **com a normal** e compare-o com o ângulo de incidência θ_i ;

8. Meça os ângulos de reflexão correspondentes a vários valores de θ_i , entre 20° e 80° . Monte uma tabela $\theta_i \times \theta'$;
9. Repita o procedimento anterior, substituindo o espelho plano pelo espelho côncavo, e depois pela placa de acrílico;

3.4.2 Lei de Brewster

1. Para a verificação da lei de Brewster, monte a fonte LASER e a mesa giratória sobre o banco óptico;
2. Coloque o bloco de vidro sobre a mesa giratória, numa posição de referência (0°), e o anteparo no braço da mesa giratória;
3. Faça o feixe de luz incidir no bloco de vidro e ajuste o sistema de forma que seja possível observar os feixes refletidos no anteparo. Deve ser possível observar dois pontos (por quê?);
4. Coloque um polarizador entre o anteparo e o bloco de vidro, com seu eixo de polarização paralelo ao plano de incidência da Fig. 3.2;
5. Agora, varie o ângulo de incidência, acompanhando no anteparo, a imagem do feixe refletido. Quando a imagem desaparecer, o ângulo de incidência é o ângulo de Brewster. Meça este ângulo e determine o índice de refração do vidro;
6. Repita o procedimento usando um bloco de acrílico.

Observações:

- O índice de refração do acrílico está contido no intervalo 1.48 – 1.50;
- Para o vidro, $n_{\text{vidro}} = 1.52$ (este valor é medido para $\lambda = 588.9 \text{ nm}$. O comprimento da radiação utilizada no experimento (LASER) é 632.8 nm. Portanto, o valor encontrado deverá ser ligeiramente menor.)

3.5 Questões

1. Existe superfície perfeitamente lisa?
2. Quando se pode considerar que uma superfície é polida para ondas luminosas?
3. Deduza as leis da reflexão usando o princípio de Huygens;
4. Em vez de usar o anteparo, valeria a pena usar o fotômetro para medir os ângulos de reflexão?
5. O que você entende por “alinhamento do feixe” nesta prática? Por que este alinhamento é importante?

6. Como você realizou o alinhamento do feixe? **Ângulo de Brewster**
7. Por que a imagem do feixe refletido desapareceu do anteparo, para um θ_i particular?
8. Por que vemos dois pontos refletidos no anteparo quando estamos fazendo as medidas para o ângulo de Brewster?
9. Como determinamos a correta orientação do eixo de transmissão do polarizador, para que possamos encontrar o ângulo de Brewster?

Prática nº 4

Refração

4.1 Introdução

O fenômeno da refração foi brevemente descrito na introdução da prática anterior.

4.2 Objetivos

Verificar a lei de Snell, ou lei da refração. Medir o índice de refração de alguns materiais, usando vários métodos diferentes.

4.3 Material Utilizado

- fonte laser
- banco óptico
- mesa giratória
- suporte (mesa)
- anteparo com escala
- placa de acrílico
- placa de vidro

4.4 Procedimento Experimental

CUIDADO:

**Não exponha os olhos ao feixe de LASER.
Mantenha o nível dos olhos sempre acima do
plano horizontal do feixe.**

O fenômeno da refração será estudado em diferentes arranjos experimentais. Cada arranjo proporciona um método independente de determinação de índices de refração.

Primeiro método: Estudo da refração em uma interface

1. Coloque a mesa giratória sobre o banco óptico, e ajuste a meia-lua de acrílico sobre a mesa. A face plana da meia-lua deve coincidir com a linha transversal no centro da mesa giratória, de modo a que a seta indique a normal à face;
2. Faça o alinhamento do sistema;
3. Coloque o anteparo com escala sobre o braço giratório da mesa, e ajuste-o de modo a usar o 2 da escala como referência para medidas de ângulo de refração, usando a incidência normal;
4. Variando o ângulo de incidência de 10° em 10° , meça os ângulos de refração, e construa uma tabela;
5. Faça um gráfico de $\sin \theta_i \times \sin \theta_r$ em papel milimetrado. A partir da lei de Snell, o que podemos esperar deste gráfico?
6. Use o gráfico do item anterior para extrair o índice de refração do material.

Segundo método: Reflexão total e ângulo crítico

1. Utilize o mesmo arranjo do primeiro método, fazendo o feixe incidir na face curva da meia-lua, de modo a permitir o estudo do comportamento do feixe refratado do acrílico para o ar;
2. Consulte a tabela construída no primeiro método, e verifique o princípio da reversibilidade dos raios luminosos;
3. Verifique que para ângulos de incidência acima de um determinado valor θ_c , chamado de *ângulo crítico*, não existe feixe transmitido, e o feixe incidente sofre o fenômeno da reflexão total (**Sugestão**: observe este fenômeno com as luzes da sala apagadas);
4. Meça o ângulo crítico θ_c , e use esta medida para determinar o índice de refração do acrílico que compõe a meia-lua utilizada, através da expressão $n_{\text{acr}} = 1/\sin \theta_c$, onde assumimos que $n_{\text{ar}} = 1$.

Terceiro método: Distância entre os feixes refletidos

1. Coloque a mesa giratória sobre o banco óptico;
2. Prenda a placa de acrílico no suporte, e alinhe o conjunto sobre a mesa giratória de modo que $\theta_i = \theta_r = 0$;
3. Prenda a escala no braço da mesa giratória;
4. Gire a placa de acrílico de um ângulo qualquer (por exemplo 30°);
5. Ajuste o braço da mesa giratória para medir as posições dos dois feixes refletidos. Meça a distância D entre estes dois feixes (ver Fig. 4.1);

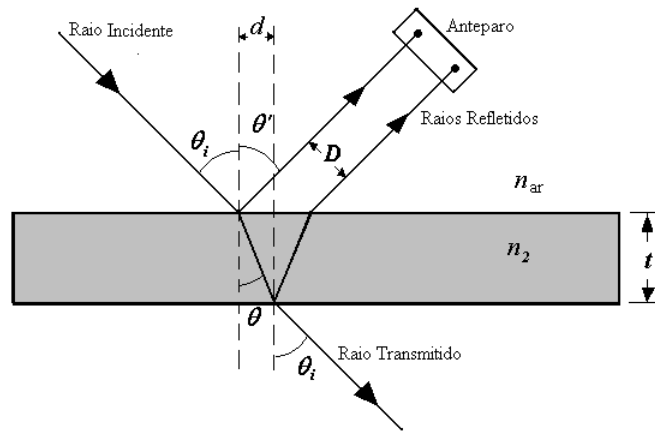


Figura 4.1: Terceiro método de medição do índice de refração.

6. Calcule a distância d entre as normais aos pontos de reflexão de um mesmo raio em cada face (ver Fig. 4.1);
7. Por fim, sabendo que $\tan \theta_r = d/t$, medir a espessura t da placa de acrílico e, usando a Lei de Snell, determine o índice de refração do material refletor utilizado;
8. Repita o procedimento anterior para dois ângulos de incidência diferentes. Faça a média dos valores encontrados e compare com o valor teórico, $n_2 = 1,49$;
9. Repita os procedimentos anteriores, substituindo a placa de acrílico por uma placa de vidro ($n = 1,52$).

Quarto método: Desvio Lateral (opcional)

1. Fixe a placa de acrílico no suporte e alinhe o conjunto à mesa giratória;

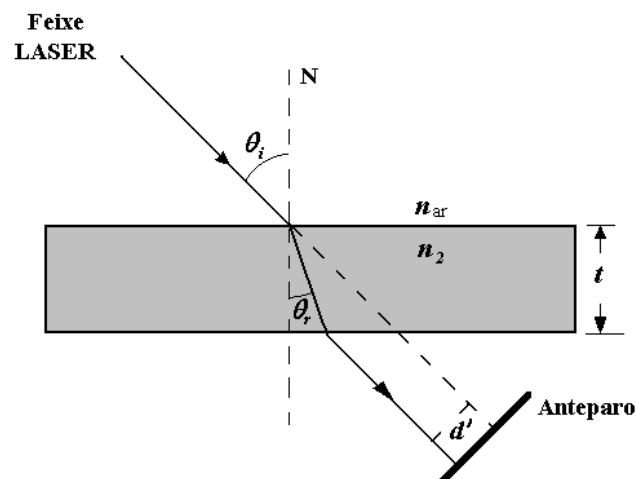


Figura 4.2: Quarto método de medição do índice de refração.

2. Coloque a escala no braço da mesa de modo que ela fique paralela à placa de acrílico;
3. Ligue a fonte laser, fazendo o ponto luminoso coincidir com um ponto de referência na escala (por exemplo, o 2), enquanto o braço giratório está na posição de 180°;
4. Gire a placa de um ângulo de 10° (ângulo de incidência) e meça o deslocamento do ponto luminoso na escala;
5. Repita o procedimento anterior para os ângulos de 20°, 30°, 40° e 50°;
6. Para cada caso, calcule o valor do ângulo de refração através da equação

$$\cos \theta_i \tan \theta_r = \operatorname{sen} \theta_i - \frac{d'}{t}$$

onde d' é o desvio (veja Fig. 4.2) e t é a espessura da placa;

7. Calcule o índice de refração n_2 usando a Lei de Snell;
8. Calcule a média dos valores de n_2 e compare com os valores teóricos;
9. Repita os procedimentos anteriores trocando a placa de acrílico pela placa de vidro ($n_2 = 1,52$).

4.5 Questões

1. Deduza a expressão $n_2 = 1/\operatorname{sen} \theta_c$, usada no segundo método de determinação do índice de refração;
2. Explique como você verificou, em laboratório, o princípio da reversibilidade dos raios luminosos;
3. Deduza as relações entre distâncias e ângulos usadas no terceiro método para determinação de índice de refração.
4. Deduza a equação $\cos \theta_i \tan \theta_r = \operatorname{sen} \theta_i - \frac{d'}{t}$ utilizada no 4º método.
5. Na sua opinião, quais as principais fontes de erro nas suas medidas?
6. Use a tabela abaixo para comparar o efeito dos erros experimentais em cada um dos diferentes métodos de determinação de índices de refração:
 - Preencha as colunas θ_i e n_{acr} com os valores medidos e calculados em cada prática.
 - Em seguida, suponha que você tenha medido o ângulo de incidência θ_i com uma imprecisão de 0,5°. Ou seja, se em cada uma das práticas, você medisse $\theta'_i = \theta_i + 0,5^\circ$ ao invés de θ_i , que efeito este “erro experimental” teria causado no seu resultado (cálculo dos índices de refração)?

Métodos	θ_i (graus)	$n_{\text{acr}} = f(\theta_i)$	$\theta'_i = \theta_i + 0,5^\circ$	$n'_{\text{acr}} = f(\theta'_i)$
(i) ângulo de Brewster				
(ii) ângulo crítico				
(iii) Terceiro método				

7. Com base nos resultados do item anterior, qual o método mais acurado e o menos acurado para a determinação de índices de refração?

Prática nº 5

Interferência de Luz

5.1 Introdução

Os complicados padrões de cores que se observa em uma mancha de óleo sobre o asfalto são resultado de uma das manifestações mais comuns do fenômeno de interferência.

A observação da interferência de raios luminosos, realizada em 1801 por Thomas Young (1773-1829), comprovou de maneira inequívoca o caráter ondulatório da luz.

A interferência é um fenômeno característico de movimentos ondulatórios e sempre ocorre quando duas ou mais frentes de onda atingem um certo ponto P no espaço. Em um instante de tempo arbitrário, t , as ondas se superpoem de tal modo que a amplitude total da onda resultante em P será a soma algébrica das amplitudes de cada uma das diversas frentes de onda incidentes em P .

Em particular, quando no ponto P incidem duas frentes de onda coerentes e de mesma frequência, a amplitude resultante em P será **independente do tempo**, o que permite a observação da interferência em laboratório. Além disto, se as duas frentes de onda possuem a mesma amplitude, e uma defasagem relativa de 180° , a amplitude resultante no ponto P será **nula**, em qualquer instante de tempo. No caso da luz, isto significa que o ponto P ficará escuro, apesar de receber luz de duas fontes!

Seria impossível explicar o fenômeno da interferência considerando-se a luz composta por corpúsculos.

Interferência de Ondas Produzidas por Duas Fontes Síncronas

A luz é um fenômeno vetorial dado que os campos elétrico e magnético são vetores. Isto é fundamental para o entendimento intuitivo da óptica. Não é necessário dizer que existem muitas situações nas quais o sistema óptico está configurado de tal maneira que a natureza vetorial da luz demonstra ter pouco significado prático, porém esses são casos particulares de um fenômeno mais geral. Portanto, deduziremos as equações básicas que descrevem o fenômeno de interferência no contexto vetorial.

A luz é uma onda eletromagnética. Seus campos elétrico e magnético são interdependentes, sendo esta dependência descrita pelas equações de Maxwell.

Devemos lembrar que em nosso laboratório, é impossível medir as oscilações do

campo elétrico para a luz, já que as mesmas ocorrem aproximadamente no intervalo de $4,3 \times 10^{14}$ a $7,5 \times 10^{14}$ Hz. No entanto, podemos observar o fenômeno da interferência em um experimento similar àquele montado por Young, notando a grande semelhança que ocorre com a interferência de duas ondas em um tanque de água, como mostra a Fig. 5.1 .



Figura 5.1: Ondas de água, provenientes de duas fontes pontuais. Observe a figura de interferência que se forma na superfície da água.

No arranjo usado por Young para produzir o fenômeno de interferência, um anteparo é colocado à distância D paralelamente às fendas. Se a separação d das fontes S_1 e S_2 é pequena comparada com a distância D , podemos desprezar a pequena diferença entre r_1 e r_2 e tomar as amplitudes E_{01} e E_{02} como sendo praticamente iguais. Neste caso podemos re-escrever a forma da amplitude da onda resultante no ponto P como:

$$E^2 = 2E_{01}^2(1 + \cos \delta) \quad \text{ou} \quad E = 2E_{01} \cos \left(\frac{1}{2} \delta \right).$$

Da geometria da Fig. 5.2, considerando que θ é **um ângulo pequeno** de tal forma que¹ $\sin \theta \approx \tan \theta = y/D$, temos que $r_1 - r_2 = d \sin \theta \approx dy/D$, e daí

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{D\lambda}.$$

¹A aproximação implícita pelo sinal \approx corresponde à hipótese de que $y \ll D$, que pode ou não ser verdadeira em laboratório. Note que d é sempre muito menor do que D , ou mesmo y .

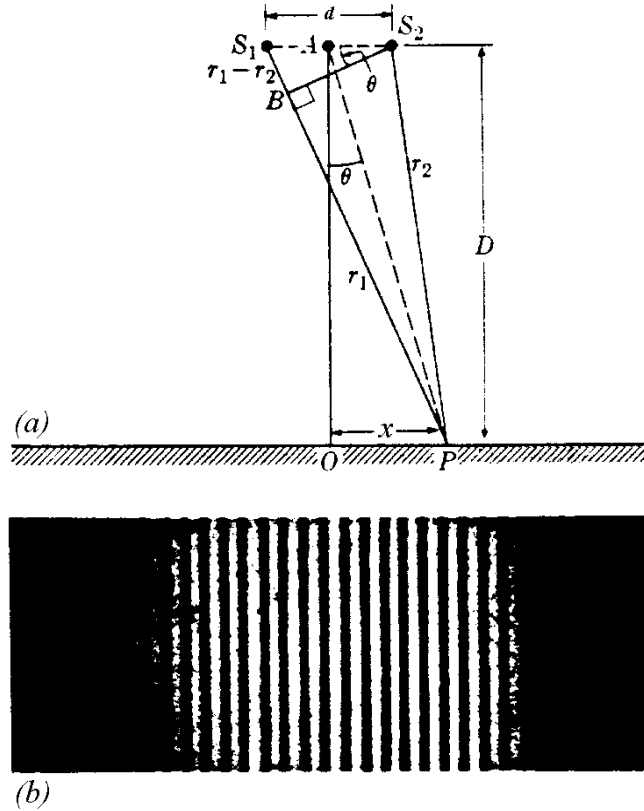


Figura 5.2: Determinação do comprimento de onda usando a interferência de luz.

A intensidade do movimento resultante sobre pontos da tela é proporcional a E^2 . Portanto

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \approx I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{D\lambda} \right),$$

onde I_0 é a intensidade para $\theta = 0$. Esta distribuição de intensidade é tal que os pontos de máxima intensidade correspondem a

$$\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = n\pi \quad \text{ou} \quad d \sin \theta = n\lambda \quad (5.1)$$

onde n é um inteiro. Se tomamos $y \ll D$, temos que

$$\frac{\pi dy}{D\lambda} = n\pi \quad \text{ou} \quad y = \frac{nD}{d}\lambda \quad (\theta \text{ pequeno!}).$$

Neste caso, a separação Δy entre duas franjas brilhantes sucessivas é dada por

$$\Delta y = \frac{D\lambda}{d} \quad (\theta \text{ pequeno!}). \quad (5.2)$$

Portanto, medindo-se Δy , D e d , pode-se obter o comprimento de onda λ . Este é, na realidade, um dos métodos padrão para a medida de comprimentos de onda. Deve-se contudo ter o cuidado de não a eq. (5.2) quando a condição $y \ll D$ não for satisfeita, o que geralmente ocorre quando usamos as redes de difração. Nestes casos, devemos substituir a expressão

$$\sin \theta_n = \frac{y_n}{\sqrt{D^2 + y_n^2}}$$

na eq. (5.1), obtendo λ a partir da medida da posição y_n do máximo de ordem n .

5.2 Objetivos

Estudar o fenômeno da interferência entre feixes de luz, e usar as propriedades deste fenômeno para medir o comprimento de onda de uma fonte LASER.

5.3 Material Utilizado

- fonte LASER
- banco óptico
- fendas duplas
- lentes convergentes
- lâmina de vidro
- suportes
- anteparo (folha branca)
- régua
- trena

5.4 Procedimentos

5.4.1 Interferência usando luz monocromática (LASER)

CUIDADO:

**Não exponha os olhos ao feixe de LASER.
Mantenha o nível dos olhos sempre acima do plano horizontal do feixe.**

1. Ligue a fonte LASER e posicione a fenda dupla a cerca de 10 cm da fonte, no caminho do feixe, de tal forma que ambas as fendas sejam iluminadas de forma simétrica;
2. Prenda uma folha branca no anteparo, para observar o padrão de interferência. Escolha uma distância D que facilite a medida da separação Δy entre franjas consecutivas;
3. Marque no anteparo, os pontos de máximo (contidos no primeiro máximo de difração). Meça com uma régua, a distância entre o primeiro e o último ponto que você marcou. Divida então pelo número de intervalos contidos entre estes dois pontos, para determinar o valor de Δy .
4. Meça a distância D e determine o comprimento de onda λ do feixe de LASER, de acordo com a eq. (5.2) da seção 5.1;
5. Repita os passos anteriores para diferentes separações d entre as fendas;
6. Obtenha o valor médio encontrado para o comprimento de onda λ , e compare com o valor teórico, $\lambda_{\text{teo}} = 632,8$ nm.

5.4.2 Estudo da interferência em um dispositivo de fendas múltiplas

1. Monte sobre o banco, o dispositivo de fendas múltiplas.
2. Começando pelo conjunto de fendas duplas, faça os ajustes como no primeiro ítem. Observe com atenção a figura de difração, formada no anteparo.
3. Mantendo a distância D constante, posicione então o conjunto de fendas triplas, na direção do feixe, observando com atenção as variações ocorridas na figura de difração.
4. Proceda de forma similar para os conjuntos de quatro e cinco fendas.
5. Troque o dispositivo de fendas múltiplas pela rede de difração.
6. Anote todas as suas observações analisando se são compatíveis com as predições teóricas.

5.5 Questões

1. O que é a coerência entre dois feixes de luz?
2. Por que a coerência entre dois feixes é importante para a observação da interferência entre dois feixes de luz?
3. Dois ou mais feixes de luz totalmente incoerentes podem interferir? Como podemos observar a interferência entre estes feixes?
4. Por que a experiência de Young usava uma fenda única, antes da fenda dupla? E por que, em nosso laboratório, nós não precisamos usar esta fenda única quando usamos o feixe de LASER?
5. Na interferência por reflexões múltiplas, qual a origem da diferença de caminho óptico que gera o padrão de interferência observado?

Prática nº 6

Difração

6.1 Introdução

Esta prática será constituída de duas partes. Na prática anterior vimos como a luz se comporta quando passa através de duas fendas muito estreitas (aberturas da ordem de seu comprimento de onda, ou menor), de forma que cada fenda possa ser considerada uma fonte pontual de luz.

A difração é observável quando uma onda é deformada por um obstáculo que tem dimensões comparáveis ao comprimento de onda da mesma. O obstáculo pode ser um anteparo com uma pequena abertura, ou fenda, que permite a passagem de somente uma pequena fração da frente de onda; ou pode ser um pequeno objeto, tal como um fio ou um pequeno disco, que bloqueia a passagem de uma pequena parte da frente de onda.

Quando olhamos a figura que se forma, a difração se parece muito com a interferência e muitos livros chegam a misturar os dois fenômenos, já que na vida real quase sempre os observamos ao mesmo tempo. A diferença entre os dois fenômenos é que na interferência desprezamos a largura de cada uma das fendas enquanto que na difração é a largura estreita da fenda a responsável pelo fenômeno. São as bordas da fenda (ou do obstáculo) que deformam a onda.

Vamos considerar uma fenda estreita e comprida o suficiente para que as deformações causadas pelas bordas superior e inferior possam ser desprezadas. Vamos supor que as ondas incidentes são perpendiculares à fenda. Quando a onda incidente chega à fenda, todos os pontos de seu plano tornam-se fontes de ondas secundárias síncronas, emitindo novas ondas (chamadas, neste caso, de ondas difratadas). Podemos então considerar cada uma das bordas laterais da fenda como uma fonte pontual e a onda que passa pelo centro da fenda, e que não sofreu nenhuma alteração, como sendo uma terceira fonte pontual. Para obtermos a figura de difração, somamos a onda deformada por uma das laterais à onda intacta que passa pelo centro da fenda, levando em conta que a distância entre elas é de $a/2$. Para que haja uma composição destrutiva entre elas, deveremos ter uma diferença de fase, ou diferença de percurso, igual a meio comprimento de onda. Observando a figura 6.1 vemos então que a relação para os mínimos será:

$$a/2 \sin \theta = m\lambda/2. \quad (6.1)$$

Desta forma temos as seguintes relações de máximos e mínimos para a figura de difração a

ser observada no anteparo:

$$a \sin \theta = n\lambda \quad (\text{mínimos}) \quad a \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (\text{máximos}) \quad (6.2)$$

onde n é um inteiro positivo ou negativo, diferente de zero, a é a largura da fenda, λ o comprimento de onda da onda incidente e θ o ângulo entre a direção perpendicular à fenda e o ponto onde estamos observando a luz.

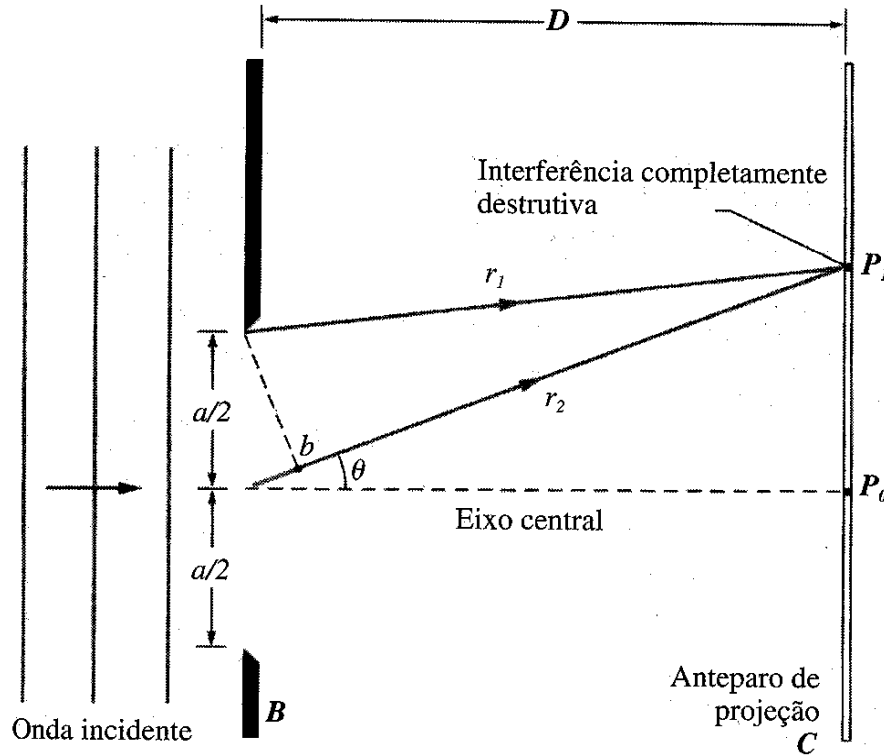


Figura 6.1: Esquema da passagem de uma onda de luz através de uma fenda estreita.

A soma dos vetores campo elétrico de cada onda gerada pelas fontes consideradas pontuais, fornece a intensidade da luz que será observada nas diferentes direções. Este cálculo é similar ao que fizemos para a interferência, sendo porém um pouco mais trabalhoso. Detalhes deste, bem como explicações mais detalhadas sobre a teoria do fenômeno de difração, podem ser vistos no Capítulo 41 do livro *Fundamentos da Física* de Halliday, Resnick & Walker ou no Capítulo 23 do livro *Física um Curso Universitário* de Alonso & Finn. O resultado obtido é:

$$I = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad (6.3)$$

onde I_m é a intensidade máxima e α é relacionado com θ através de

$$\alpha = \left(\frac{\pi a}{\lambda} \right) \sin \theta. \quad (6.4)$$

Veja que a intensidade é proporcional ao seno do ângulo de observação θ , deixando claro que teremos pontos onde ela será zero, ou seja, mínima. Como na interferência, temos pontos iluminados onde nenhuma luz é observada.

Vamos agora considerar duas fendas, cada uma com largura a e separadas por uma distância d . Para uma direção dada pelo ângulo θ , temos dois conjuntos de ondas difratadas. Em outras palavras, combinamos processos de difração e de interferência, e o resultado é uma figura de máximos e mínimos onde os máximos de interferência, são modulados pela figura de difração. A intensidade dos pontos observados é descrita pelo gráfico da Fig. 6.2.

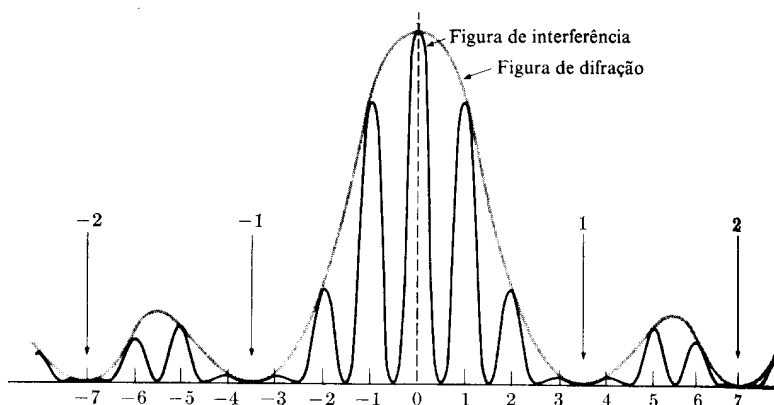


Figura 6.2: Distribuição de intensidade (ao longo de um plano colocado perpendicularmente à luz incidente) resultante de duas fendas estreitas compridas e paralelas.

Observe que o *máximo* da figura de *interferência* ocorre para

$$\text{sen } \theta = n(\lambda/d), \quad (6.5)$$

enquanto que os **mínimos** (ou zeros) da figura de *difração* são dados por

$$\text{sen } \theta = m(\lambda/a). \quad (6.6)$$

Aqui, n e m são inteiros não nulos. Note que os mínimos de difração são muito mais espaçados, já que $a < d$. Portanto, quando existem duas fendas, as franjas brilhantes são muito mais estreitas e menos espaçadas do que as produzidas por uma única fenda.¹

A relação $\text{sen } \theta = m(\lambda/a)$ é exatamente a mesma que tínhamos para o caso da luz ser difratada por uma única fenda. Isto ocorre porque podemos dividir a fenda única pela metade; dividir cada metade em duas partes; e assim por diante. Assim teremos a seguinte relação para os mínimos de difração:

$$\frac{a}{2m} \text{sen } \theta = \lambda/2. \quad (6.7)$$

Isto ocorre porque a distância entre as fendas não implica em modificações no fenômeno da difração, continuaremos a ter a mesma relação para os mínimos da figura observada, independentemente do número de fendas que utilizamos. É necessário somente levarmos em conta a largura de **cada** fenda.

Note bem, quando estudamos a difração por fendas múltiplas é necessário que cada fenda que compõe a fenda múltipla tenha a mesma largura. Se tivermos uma composição de fendas com larguras diferentes, precisaremos utilizar um formalismo matemático mais sofisticado do que as relações geométricas apresentadas aqui.

¹Preste atenção: A **interferência** depende unicamente da distância d entre as fendas, enquanto que a **difração** depende unicamente da largura a da fenda.

6.2 Objetivo

Estudar um dos fenômenos característicos do movimento ondulatório da luz e, através dele, determinar a largura de fendas muito estreitas e o comprimento de onda da luz incidente.

6.3 Material Utilizado

- fonte LASER
- fonte incandescente de luz
- fendas para difração
- rede de difração
- fio de cabelo
- banco óptico
- 2 suportes
- anteparo
- régua
- trena

6.4 Procedimentos

O método a ser utilizado nesta experiência consiste em estudar o comportamento da luz quando esta passa através de fendas e obstáculos de geometria simples.

Primeira Parte:

1. Determinação da largura de uma fenda muito estreita

- Monte a fonte LASER sobre o banco e o dispositivo de fenda única, posicionando aquela mais estreita de forma que o feixe luminoso a atinja perpendicularmente. Por meio de um anteparo, observe a figura de difração que é formada.
- Ajuste o aparato, de forma que os máximos e mínimos da figura fiquem bem nítidos e separados. Então, marque alguns pontos de mínimo (aproximadamente 4) no anteparo, de forma que os ângulos de desvio em relação à direção de incidência sejam pequenos.
- Meça a distância D entre o plano das fendas e o anteparo.
- Determine a distância Δy entre dois mínimos consecutivos. Para isto, meça com uma régua a distância entre o primeiro e último ponto marcado, dividindo-a pelo número de intervalos existentes entre estes mínimos.
- Determine então, a largura da fenda a , considerando o comprimento de onda da fonte LASER, $632,8 \text{ nm}$.
- Mantendo a mesma distância D , entre o plano das fendas e o anteparo, posicione as outras fendas e observe as diferenças entre as figuras de difração formadas em cada caso.
- Ajustando o aparato de maneira conveniente, faça as mesmas medidas para cada uma das três fendas restantes.

2. Determinação da espessura de um fio de cabelo.

- Monte sobre o banco, o dispositivo que contém o fio de cabelo.
- Ajuste o sistema, como no caso anterior e proceda de forma similar para fazer as medidas.
- Determine assim, a espessura do fio de cabelo.

Segunda Parte:

3. Determinação do diâmetro de orifícios circulares

- Coloque um dos orifícios circulares no caminho do feixe laser, e observe a figura de difração formada;
- Meça o diâmetro do primeiro anel de mínimo, e com isto determine o diâmetro do orifício, através da expressão $d \sin \theta = 1,22\lambda$. Note que a eq. (6.2) não pode ser usada para orifícios circulares!
- Determine também o diâmetro do outro orifício circular.

4. Observação de diferentes figuras de difração.

- Monte sobre o banco, o dispositivo que contém aberturas com diferentes geometrias (quadrangular e hexagonal).
- Observe as figuras de difração formadas em cada caso, e tente entendê-las.

5. Determinação aproximada dos comprimentos de onda de diferentes cores.

- Troque a fonte LASER, pela fonte de luz incandescente.
- Use dispositivos de abertura vertical, de modo a **colimar** convenientemente, o feixe de luz.
- Verifique o espectro que é formado no anteparo.
- Marque um ponto no centro da faixa branca e para cada uma das cores que é formada, marque também um ponto no centro da faixa, obtendo assim, valores y_m relativos a cada cor.
- Meça a distância D entre o plano da rede de difração e o anteparo.
- A partir destes dados, calcule o $\sin \theta$ e determine então os comprimentos de onda das diversas cores observadas.

Observação:

Fornecemos a seguir, uma tabela com os intervalos de comprimentos de onda das cores que compõem o espectro visível.

Cor	λ (nm)
Violeta	390 - 455
Azul	455 - 492
Verde	492 - 577
Amarelo	577 - 597
Laranja	597 - 622
Vermelho	622 - 780

6.5 Questões

1. Partindo da eq. (6.2) e usando a aproximação de pequenos ângulos, demonstre a relação $\Delta y = \lambda D/a$ entre as distâncias dos mínimos de difração adjacentes e o comprimento de onda da luz. (Sugestão: analise a dedução da eq. (5.2))
2. Nas figuras de difração por múltiplas fendas, porque a intensidade de alguns **máximos principais** são maiores do que a de outros?
3. Explique o aparecimento, nestas figuras, de **máximos secundários**.
4. Qual a vantagem de utilizarmos um dispositivo cujo número de fendas é cada vez maior? Este fato ajudou na sua medida?
5. Para que utilizamos redes de difração?
6. Na experiência de rede de difração com luz incandescente, porque o máximo central é claro? Qual é a cor deste máximo? Explique sua resposta.
7. Na sua opinião, quais as principais fontes de erro neste experimento? Explique.
8. Na sua opinião, este experimento poderia ser feito se a luz fosse composta de partículas ao invés de ondas eletromagnéticas? Explique.
9. Cite algumas das várias situações diárias onde você observa o fenômeno de difração.
10. Você acha que a difração pode ter alguma aplicação em processos industriais? Quais, por exemplo?

Prática nº 7

Espectroscopia

7.1 Introdução

É bem conhecido que um gás monoatômico, quando tem seus átomos excitados, emite luz numa cor característica do elemento químico que o compõe. O gás neon, por exemplo, emite luz vermelho-alaranjada, o mercúrio emite luz azul-esverdeada e o hidrogênio, azul-violeta. Ao dispersar a luz emitida pelo gás, fazendo-a passar por um prisma ou por uma rede de difração, observa-se um espectro de linhas cujo padrão é característico do respectivo elemento químico. Algumas linhas do espectro do hidrogênio são mostradas na Fig. 7.1.

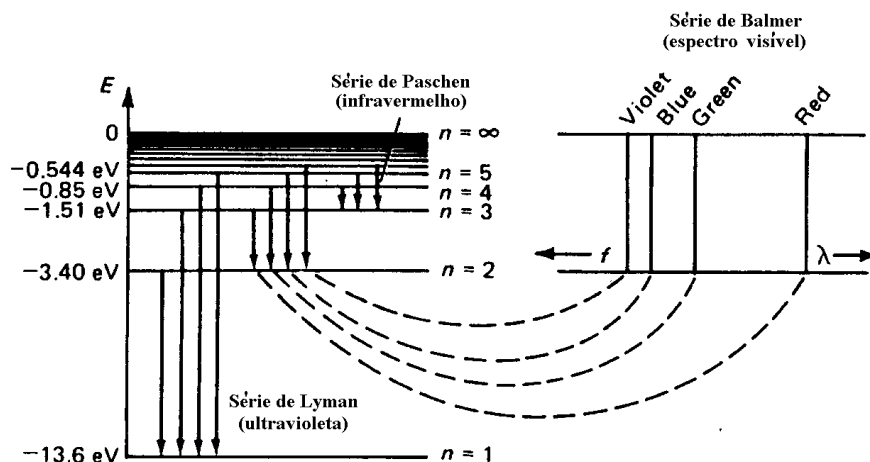


Figura 7.1: Níveis de energia do átomo de hidrogênio.

A rede de difração é um elemento analisador do espectro que consiste basicamente de um grande número de fendas paralelas e igualmente espaçadas. Quando luz de comprimento de onda λ incide sobre ela, ocorre o fenômeno da difração. Cada fenda se comporta como se fosse uma nova fonte de luz. Consideremos o caso da luz incidente ser paralela à normal à rede, situação que é representada na Fig. 7.2 para um caso simples de duas fendas apenas. Nesse caso, as fontes de luz são coerentes entre si com diferença de fase nula. A diferença de caminho óptico da luz proveniente de fendas adjacentes é dada por

$$\Delta x = d \sin \theta, \quad (7.1)$$

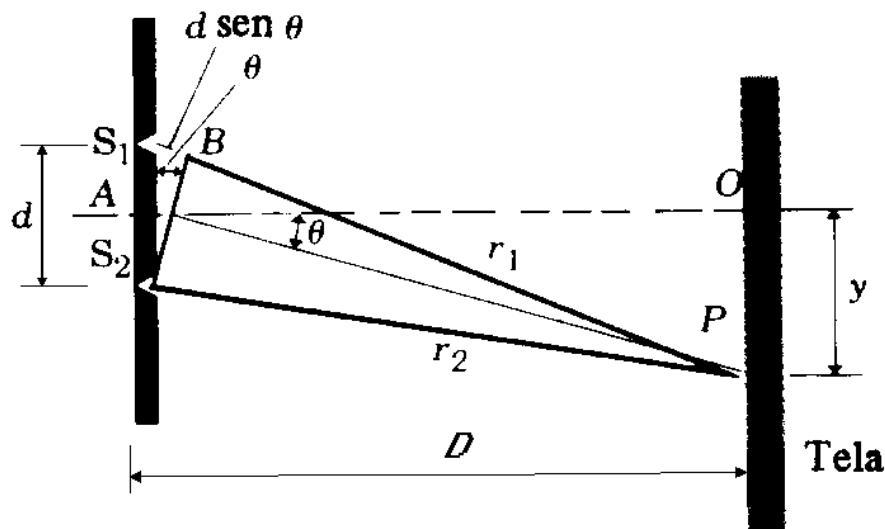


Figura 7.2: Difração por duas fendas.

onde $d = 1/N$ é a distância entre as duas fendas, N é o número delas por unidade de comprimento e θ é o ângulo de difração. A Fig. 7.2 mostra uma tela onde a luz incide após passar pela rede. Se a distância D , da tela à rede satisfaz $D \gg d$, podemos escrever a diferença de fase causada pelas duas fendas adjacentes, com boa aproximação, como

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta. \quad (7.2)$$

Logo, os máximos de intensidade da luz difratada, que ocorrem para interferência construtiva, *i.e.*, $\varphi = 2\pi m$ devem satisfazer

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (7.3)$$

$m = 0$ corresponde a máximos para quaisquer λ 's, provocando uma imagem com mesma coloração da luz incidente. Para $m > 0$, θ é função de λ e então, uma luz policromática é decomposta em suas componentes monocromáticas (Fig. 7.3). Se $m = 1$ temos o espectro de primeira ordem, $m = 2$ segunda ordem e assim por diante.

O parâmetro que caracteriza a imagem produzida pela rede é a dispersão definida por

$$Q = \frac{d\theta}{d\lambda} \quad (7.4)$$

e o poder de resolução é dado como

$$r = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (7.5)$$

A Fig. 7.3 ilustra o que ocorre quando o espectro atômico de emissão é analisado por uma rede de difração. A natureza discreta desses espectros é um fato que não pode ser explicado pela Física Clássica. Esse foi, na verdade, um dos resultados experimentais que levaram a mudanças radicais nos conceitos da Física no final do século passado e início deste, e que culminaram com o nascimento da Mecânica Quântica. Os detalhes dessa teoria, que explica com sucesso os fenômenos da estrutura microscópica da matéria, somente poderão

ser vistos nas disciplinas de Estrutura da Matéria e de Mecânica Quântica, que fazem parte apenas do currículo dos cursos de Física. Aqui apresentaremos muito resumidamente apenas os resultados pertinentes. Na bibliografia relacionamos alguns textos introdutórios sobre o assunto.

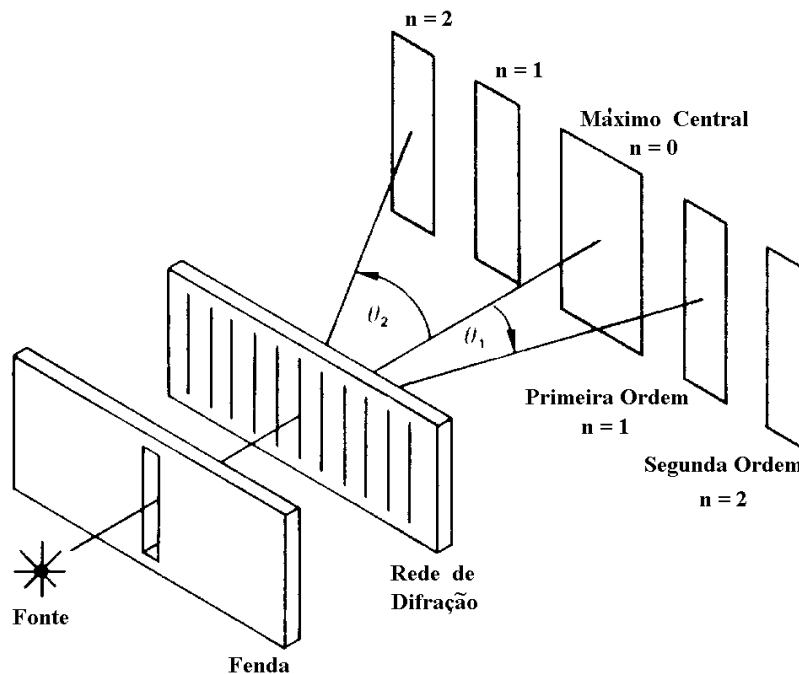


Figura 7.3: Difração da luz por uma rede de difração.

O hidrogênio, formado por um próton e um elétron, é o elemento químico mais simples. A primeira explicação bem sucedida para o espectro do hidrogênio foi obtida por Bohr em 1913. O modelo de Bohr explica não apenas porque o espectro é descontínuo, mas também fornece os respectivos comprimentos de onda. Entretanto, para átomos mais pesados esse modelo falha dramaticamente. Para esses átomos resultados satisfatórios só podem ser obtidos por uma teoria mais elaborada e, ainda assim, na forma de soluções aproximadas.

A discretização dos espectros atômicos de emissão é consequência da *quantização* da energia, isto é, o elétron ligado somente pode assumir determinados valores de energia. Ao mudar sua energia (isto é, fazer uma transição de nível) ele absorve (ou emite) um fóton se o nível final for mais (ou menos) energético que o nível inicial. O fóton absorvido (ou emitido) tem energia igual à diferença de energia entre os níveis em questão.

Em 1885 Balmer identificou 35 linhas do espectro de emissão do hidrogênio nas regiões visível e ultravioleta próximo (Fig. 7.1). As medidas de Balmer mostraram que os comprimentos de onda das linhas espectrais do hidrogênio no vácuo obedecem a uma relação empírica dada por

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (7.6)$$

onde n é o número quântico principal, que pode assumir os valores 3, 4, 5, \dots ∞ e caracteriza os níveis de energia. R é um parâmetro chamado constante de Rydberg, cujo valor previsto

pelo modelo de Bohr é

$$R = 2\pi^2 \frac{\mu e^4}{ch^3}. \quad (7.7)$$

Aqui, e é a carga do elétron, c é a velocidade da luz, h é a constante de Planck e μ é a massa reduzida do sistema elétron-próton definida como

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_p + m_e}, \quad (7.8)$$

onde m_e é a massa do elétron e m_p é a massa do próton.

Em 1906 Lyman descobriu outra série do átomo de hidrogênio análoga à de Balmer na região do ultravioleta. Paschen descobriu uma terceira em 1909. Essas séries espectrais aparecem na Fig. 7.1. É possível representá-las todas através de uma generalização da fórmula de Balmer (7.6) como

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad (7.9)$$

onde n_f permite os valores 1, 2, 3, ..., ∞ e $n_i = n_f + 1, n_f + 2, \dots, \infty$. A constante de Rydberg pode ser determinada experimentalmente. O melhor valor experimental disponível hoje é $R = 1,097373155 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$, com incerteza de 0,30 partes por milhão, para o átomo de hidrogênio.

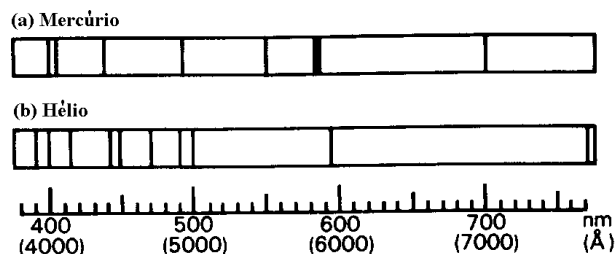


Figura 7.4: Espectros visíveis para (a) mercúrio e (b) hélio.

Raia	λ (Å)	Intensidade Relativa
violeta	4046,6	média
violeta	4077,8	fraca
azul-violeta	4358,3	forte
turqueza	4916,0	fraca
verde	5460,7	forte
amarela	5769,6	forte
amarela	5790,7	forte

Tabela 9.1: Comprimentos de onda para algumas raias espectrais do mercúrio.

Átomos mais pesados têm espectros mais complicados, mas apresentam raias em séries parecidas com as do hidrogênio. Nas tabelas 9.1 e 9.2 fornecemos alguns comprimentos

de onda dos espectros do hélio e do mercúrio, respectivamente, que serão usados para calibrar um espectroscópio, o qual servirá depois para determinar a constante de Rydberg através da observação do espectro do hidrogênio. A Fig. 7.4 mostra as posições das linhas do espectro desses elementos na região visível.

Raia	λ (Å)	Intensidade Relativa
violeta	3889	fraca
violeta	3965	fraca
violeta	4026	fraca
azul-violeta	4388	fraca
azul-escura	4471	forte
azul	4713	média
azul-esverdeada	4922	média
verde	5015	forte
amarela	5876	forte
vermelha	6678	forte
vermelha	7065	fraca

Tabela 9.2: Comprimentos de onda para algumas raias espectrais do hélio. Algumas raias não são visíveis a olho nu.

7.2 Objetivos

Estudar o funcionamento de um espectroscópio, calibrá-lo e utilizá-lo para determinar a constante de Rydberg.

7.3 Material Utilizado

- Espectroscópio
- Rede de difração
- Lâmpadas a vapor (Hg, He, H₂)
- Lanterna

O espectroscópio (ver Fig. 7.5) é um aparelho composto de um telescópio, um colimador e uma base giratória com escala graduada (vernier) onde se coloca o elemento analisador de luz.

Atenção:

As redes de difração são muito delicadas e suas superfícies não podem ser tocadas em nenhuma hipótese. Da mesma forma, manipule com muito cuidado as lâmpadas. Elas são tubos de descarga muito frágeis, e operam em altas voltagens.

7.4 Procedimento Experimental

1. Antes de colocar a rede de difração sobre a mesa giratória do espectroscópio, aponte o telescópio para um objeto distante e ajuste o foco (manipulando a ocular e a objetiva) de forma que os fios capilares possam ser vistos com nitidez;
2. Coloque a lâmpada de mercúrio em frente ao colimador e ajuste a fenda até obter uma imagem estreita e nítida. Posicione o telescópio alinhado com o colimador. Olhando através do telescópio, ajuste o foco do colimador intervindo na lente da objetiva;
3. Posicione um dos fios capilares na vertical sobre a imagem da fenda (use o parafuso de ajuste fino);
4. Fixe o suporte da rede de difração sobre a mesa giratória. Faça o alinhamento de forma que a rede fique na perpendicular da linha de visada (Fig. 7.5). Isso pode ser feito observando-se duas raias correspondentes do espectro, uma de cada lado da imagem direta da fenda;

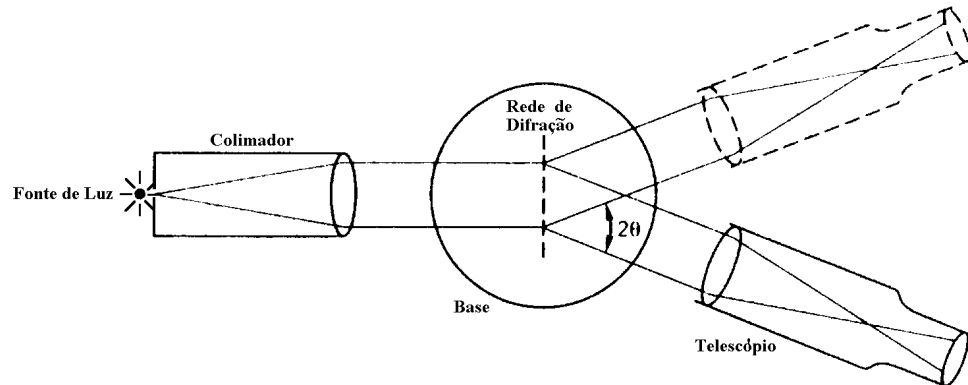


Figura 7.5: Esquema para a montagem do experimento.

5. O espectroscópio faz medidas relativas dos ângulos de difração. Portanto, antes de começar as medidas estabeleça um ponto de referência (a imagem direta da fenda, por exemplo) na escala vernier;
6. Variando a posição angular do telescópio, encontre as raias do espectro do mercúrio e associe as cores aos respectivos ângulos de difração (Sugestão: pode ser mais conveniente trabalhar com o espectro de segunda ordem);

7. Substitua a lâmpada de mercúrio por uma de hélio e meça os ângulos de difração das raias espectrais;
8. Usando os **valores tabelados de λ** (v. Tabs. 9.1 e 9.2) e os correspondentes valores de θ medidos, construa um gráfico $\lambda \times \sin \theta$ em papel milimetrado. Este gráfico característico do espectroscópio utilizado, é chamado de *reta de calibração*.
9. Utilizando a lâmpada de hidrogênio e a reta de calibração construída no item anterior, determine o comprimento de onda de cada uma das raias do hidrogênio.
10. A partir dos valores encontrados no item anterior, determine a constante de Rydberg **através do gráfico** $1/\lambda \times (1/4 - 1/n^2)$.

7.5 Questões

1. Sabendo-se que as posições dos máximos de ordem n são dadas por $d \sin \theta = n\lambda$, calcule a constante d da rede de difração utilizada no experimento, **a partir da reta de calibração**;
2. Explique porque existe um espectro para cada ordem de difração quando se usa luz policromática;
3. Explique teoricamente porque o espectro de segunda ordem é mais espalhado que o de primeira ordem;
4. Existiria alguma diferença, em termos de precisão, se na determinação dos comprimentos de onda do mercúrio usássemos os espectros de primeira e de segunda ordem? Explique sua resposta.

Prática nº 8

Determinação da Relação Carga-Massa do Elétron

8.1 Introdução

O método que vai ser utilizado nesta experiência é similar ao que foi usado por J. J. Thomson em 1897. Ele consiste em acelerar um feixe de elétrons pela ação de uma potencial elétrico. Em seguida o feixe penetra na região (rarefeita) onde existe um campo magnético criado por um par de bobinas de Helmholtz. O campo magnético causa deflexão no feixe de elétrons.

Medindo o potencial V , a corrente I nas bobinas que geram o campo magnético e o raio r da órbita circular do feixe, podemos determinar facilmente a relação entre a carga e a massa do elétron, como veremos a seguir.

A força magnética \vec{F}_m sobre uma partícula carregada com carga q que se move com velocidade \vec{v} em um campo magnético \vec{B} é dada por:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (8.1)$$

No presente experimento considera-se um feixe de elétrons se deslocando perpendicularmente ao campo magnético, portanto a eq.(8.1) pode ser reescrita na forma escalar como segue:

$$F_m = -evB, \quad (8.2)$$

onde $-e$ é a carga do elétron.

Sendo a força resultante perpendicular à velocidade dos elétrons, estes descrevem trajetórias circulares cuja aceleração centrípeta é dada por:

$$a = v^2/r. \quad (8.3)$$

Sendo m a massa do elétron, v o módulo de sua velocidade, e r o raio de sua trajetória, usando a segunda lei de *Newton* $F_m = mv^2/r$ e, da eq.(8.2) decorre $evB = mv^2/r$ ou:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}. \quad (8.4)$$

A eq.(8.4) mostra que para determinar a relação e/m , é necessário conhecer apenas a velocidade do elétron, o campo magnético produzido pela bobina e o raio do feixe de elétrons.

Nesta experiência os elétrons são acelerados pelo potencial V , logo a sua energia potencial U , por definição é dada por $U = eV$. Por conservação de energia mecânica, temos que $eV = \frac{1}{2}mv^2$, portanto a velocidade do elétron é

$$v = \left(\frac{e}{m}2V\right)^{1/2}. \quad (8.5)$$

O campo magnético produzido pelas bobinas de Helmholtz é uniforme na região central próxima ao eixo das bobinas, e sua intensidade é dada por:

$$B = \frac{[N\mu_0]IR^2}{[R^2 + (A/2)^2]^{3/2}}, \quad (8.6)$$

onde R é o raio médio das bobinas, e A é a distância de separação entre elas. No equipamento utilizado em nossa prática, temos que $A = R$, e portanto o valor do campo magnético B no ponto médio entre as bobinas é dado por:

$$B = \frac{[N\mu_0]I}{(5/4)^{3/2}R}. \quad (8.7)$$

Substituindo as eqs. (8.5) e (8.7) na eq. (8.4) chegamos à relação procurada entre a carga e a massa do elétron:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} = \frac{125VR^2}{32(N\mu_0Ir)^2} \quad (8.8)$$

onde:

V é a diferença de potencial aplicada ao feixe de elétrons,

R é o raio médio das bobinas de Helmholtz,

N é o número de espiras em cada uma das bobinas,

$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} H/m$ é a constante de permeabilidade magnética do vácuo,

I é a corrente que circula nas espiras,

r é o raio da trajetória do feixe de elétrons.

8.2 Objetivos

Determinação da relação carga-massa (e/m) do elétron através do estudo do comportamento de elétrons na presença de campos eletromagnéticos estacionários.

8.3 Material Utilizado

- aparato e/m
- fonte de alta tensão
- fonte de baixa tensão
- amperímetro para correntes de até 2 A
- voltímetro para tensões de até 300 V
- cabos diversos

O aparato e/m contém um tubo de elétrons e um par de bobinas de Helmholtz, conforme ilustrado na Fig. 8.1. Este equipamento possui as seguintes características:

$N = 130$ espiras em cada bobina

$A = R = 15$ cm, onde R é o raio de cada bobina, e A é a separação entre elas.

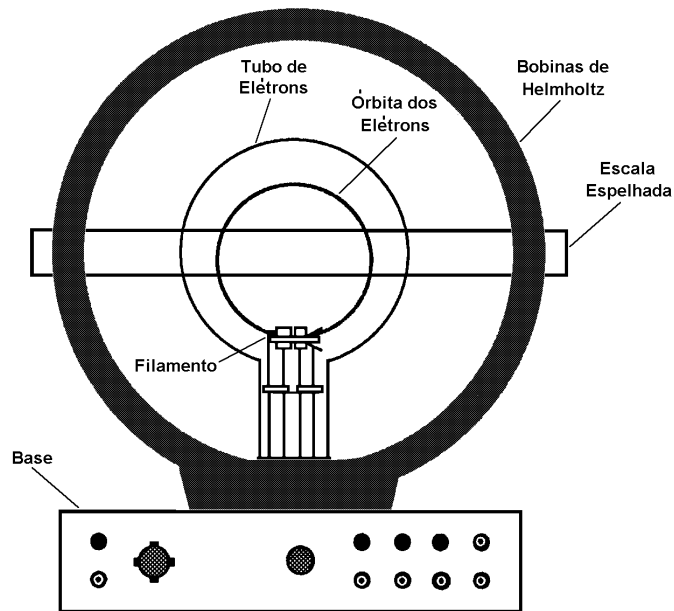


Figura 8.1: Equipamento para medir a relação carga-massa do elétron

8.4 Procedimentos

Cuidado

A tensão aplicada no filamento nunca deverá exceder 6 V, pois tensões maiores poderão queimar o filamento, inutilizando o canhão de elétrons. A corrente através das bobinas de Helmholtz também não deverá exceder 2 A.

1. Cobrir o tubo com uma capa escura, para facilitar a visualização e medição da órbita eletrônica;
2. Certificar-se de que o interruptor frontal está na posição adequada para a medida da relação carga-massa (*e/m experiment*);
3. Ajustar a corrente das bobinas de Helmholtz para a posição *off*. Por que usamos bobinas de Helmholtz neste experimento? Poderíamos usar um pequeno ímã permanente qualquer?
4. Conectar as fontes de tensão e os multímetros de acordo com o esquema ilustrado na Fig. 8.2. Certificar-se de que o amperímetro é capaz de medir correntes de até 2 A¹;

¹Caso a fonte de corrente para as bobinas de Helmholtz possua medidor de corrente próprio, comparar o resultado deste medidor com a leitura do amperímetro externo.

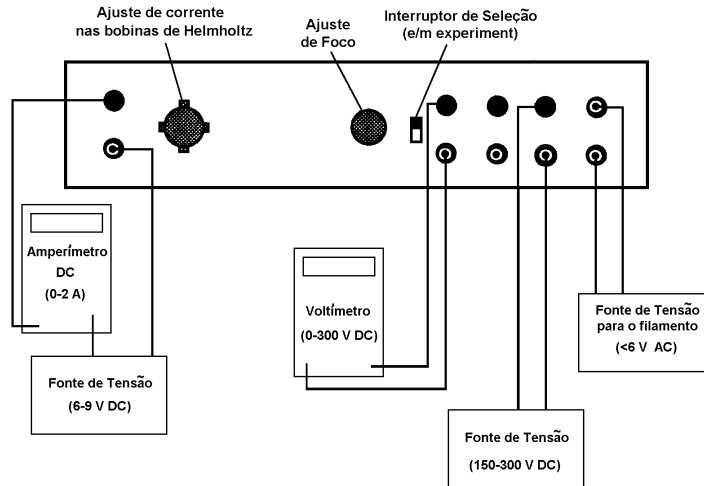


Figura 8.2: Esquema de montagem do equipamento

5. Ajustar as fontes para os seguintes níveis de tensão:

Filamento	5.5 VAC
Eletrodos de aceleração	150 a 300 VDC
Bobinas de Helmholtz	6 a 9 VDC

6. Ajustar lentamente a corrente nas bobinas de Helmholtz, sem que esta corrente ultrapasse 2 A. Verificar a órbita circular do feixe de elétrons;
7. **Com cuidado** para não desconectar o tubo de seu soquete, gire o tubo para que o feixe de elétrons fique perpendicular às bobinas de Helmholtz. Verifique o caráter helicoidal da trajetória dos elétrons. Qual a origem desse comportamento?
8. Certificar-se de que a órbita dos elétrons é paralela às bobinas de Helmholtz. Caso contrário, girar o tubo **cuidadosamente**, até que o feixe retorne novamente ao canhão de elétrons. Cuidado para não desconectar o tubo de seu soquete;
9. Sem exceder 2 A, variar a corrente I nas bobinas de Helmholtz e verificar a variação de r , o raio da órbita dos elétrons;
10. Escolher um valor de r adequado (aquele em que a régua espelhada fique no centro da trajetória); variar I e V de forma que r permaneça **aproximadamente** constante (meça novamente r para confirmar o valor escolhido e evitar maiores erros), anotando as medidas em uma tabela. Repetir o procedimento até obter 5 medidas para diferentes valores de I e V .

Usar a escala espelhada para evitar erros de paralaxe na medida de r .

11. Para cada conjunto de medidas (V , I e r), calcular o valor da relação e/m a partir da eq.(8.8). Calcular a média dos valores encontrados e o erro no valor médio, dado por:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N ((e/m)_i - \overline{(e/m)})^2}{N(N-1)}}, \quad (8.9)$$

onde $\overline{(e/m)}$ é o valor médio da relação e/m . A partir deste cálculo, verifique se a experiência está compatível com o valor esperado (teórico).

Apêndice A

Propagação de erros

Veamos a importância do erro cometido em cada uma de nossas medidas experimentais, e seu efeito no resultado final.

Como vimos, a relação carga-massa do elétron é determinada a partir das medidas da tensão V de aceleração dos elétrons, da corrente elétrica I através das bobinas de Helmholtz, e do raio r da órbita dos elétrons. Além destas, vamos assumir também que exista um erro associado à medida do raio médio R das bobinas de Helmholtz e da distância A entre elas (sem esquecer que, em nosso caso, tomamos $A = R$).

A partir da eq.(8.8), e definindo $\rho \equiv e/m$, temos que:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{V} + 2\frac{dR}{R} - 2\frac{dI}{I} - 2\frac{dr}{r} \quad (10)$$

Portanto, assumindo que não existe nenhuma correlação entre qualquer destas grandezas, temos que:

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{\delta V}{V}\right)^2 + 4\left[\left(\frac{\delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2\right] \quad (11)$$

onde $\delta\rho$, δV , δR , δI e δr representam os erros associados à medida de cada uma destas grandezas.

A expressão acima nos mostra que a precisão com a qual podemos medir o valor da relação carga-massa do elétron, em nossa experiência, é duas vezes mais sensível aos erros associados a cada uma das grandezas R , I e r do que em relação à tensão V . Desta forma, a partir da estimativa do erro associado a cada uma das grandezas primitivas (aquelas diretamente medidas), podemos obter uma estimativa do erro associado à grandeza derivada (calculada indiretamente, a partir das grandezas primitivas, ou seja, em nosso caso, a relação e/m).

Exercício: Estimar o erro associado à medida da relação e/m em nossa experiência. Levando em conta este erro, a sua medida está de acordo com o valor teórico esperado?

Apêndice A

Gráficos com Escala Logarítmica

A.1 Funções exponenciais

Muitos fenômenos em física são descritos por funções exponenciais. Por exemplo, a carga/descarga de um capacitor e decaimento radioativo de uma amostra que obedece a lei exponencial

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

onde N_0 é o número de núcleos presentes na amostra, no instante em que se começa a fazer as contagens e λ é a constante de decaimento.

Suponha que em uma experiência, obtivemos um conjunto de dados x_i e y_i , que são distribuídos segundo uma função,

$$y = A e^{ax} \tag{A.1}$$

Esta função representada em um gráfico em escala linear, é mostrada na figura ??, considerando $A = 1$ e $a = -0.43$.

Existem papéis gráficos especiais, chamados *semi-log*, que são impressos com graduações ao longo do eixo das ordenadas Y logaritmicamente espaçados; a abscissa X é graduada linearmente. Na figura ?? os mesmos dados do exemplo anterior são plotados em um gráfico semi-log.

Note que neste caso obtém-se o gráfico de uma reta. Vejamos então porque.

Podemos aplicar o logaritmo natural (base e^1), em ambos os lados da equação A.1.

$$\begin{aligned} \ln(y) &= \ln [A \cdot e^{(ax)}] \\ &= \ln A + \ln [e^{(ax)}] \end{aligned}$$

ou ainda,

$$\ln(y) = a \cdot x + \ln A$$

que é equivalente à equação linear

$$y' = m \cdot x + b$$

¹ $e = 2,71828\dots$

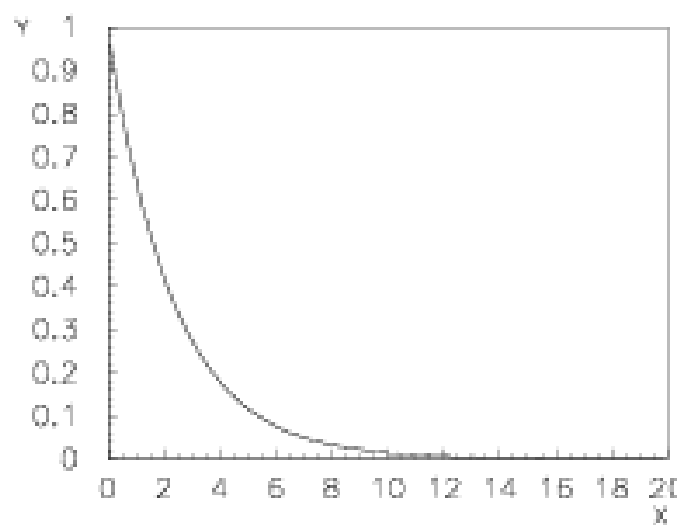


Figura A.1: Gráfico de uma função exponencial em escala linear.

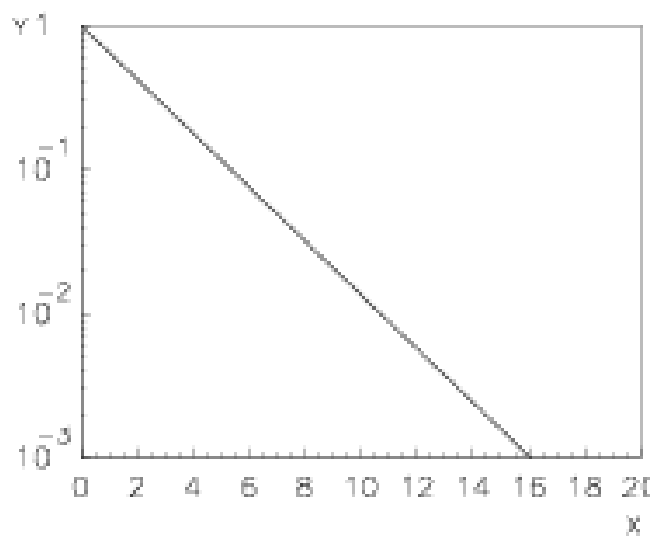


Figura A.2: Gráfico de uma função exponencial em escala semi-logarítmica.

com $y' = \ln(y)$, $m = a$ e $b = \ln A$.

Assim, a equação A.1 torna-se linear quando aplicamos o logaritmo natural. Deste modo, se temos um conjunto de dados x_i, y_i , os quais obedecem a uma função exponencial, podemos calcular o logaritmo natural de y_i , e plotá-los em um gráfico com escala linear, obtendo assim, uma reta. Este procedimento é similar àquele em que plotamos o conjunto de dados em um papel semi-log. A escala logarítmica automaticamente toma o logaritmo, não sendo portanto necessário calculá-lo.

Entretanto, os papéis gráficos semi-log comercialmente disponíveis são preparados usando o logaritmo comum. Assim, quando tratamos o caso no qual a distribuição de dados obedece a uma equação do tipo exponencial, a esta equação devemos aplicar a função logaritmo comum, ou seja,

$$\begin{aligned}\log(y) &= \log [A \cdot e^{(ax)}] \\ &= \log A + \log [e^{(ax)}] \\ \log(y) &= \log A + ax \cdot \log(e) \\ \log y &= \log A + (0.4343)ax\end{aligned}$$

Neste caso, o coeficiente angular da reta em questão é $(0.4343)a$.

Em um gráfico cartesiano, o coeficiente angular de uma reta é determinado pela razão

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Em um gráfico semi-log, o coeficiente angular da reta é dado por:

$$\frac{\Delta \log(y)}{\Delta x}$$

Devemos então calcular explicitamente os logaritmos dos valores da ordenada, nos pontos y_1 e y_2 , para determinar o coeficiente angular de interesse.

$$\frac{\Delta \log(y)}{\Delta x} = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{x_2 - x_1}$$

A.2 Função Potência

Outra função muito comum em física é

$$y = a \cdot x^n$$

Por exemplo, o campo elétrico, $E = kq/r^2 = kqr^{-2}$, é desta forma, com $a = kq$ e $n = -2$. Normalmente em um experimento, são medidos x_i e y_i , de modo que o expoente n , da função representativa dos dados não é conhecido. Aplicando logaritmo, transformamos então a equação em uma equação linear com coeficiente angular n .

$$\begin{aligned}\log(y) &= \log [a \cdot x^n] \\ &= \log(a) + n \cdot \log(x)\end{aligned}$$

Plotando então os dados em um papel de escala gráfica logarítmica, a constante n , pode ser determinada facilmente. Note que neste caso, ambos os eixos coordenados possuem a escala logarítmica e por isto é chamado papel gráfico *log-log* ou *di-log*. Outra vez, as graduações nos eixos automaticamente tomam os logaritmos de x_i e y_i .

Apêndice B

Método dos mínimos quadrados

Suponha que, em uma experiência, sejam medidos N valores x_i e y_i . Em física experimental, é geralmente conveniente determinar uma função teórica que represente, o mais fielmente possível, o conjunto de dados experimentais. Não podemos simplesmente unir os pontos obtidos ou traçar uma curva que “julgamos” ser a que melhor se ajusta aos dados experimentais em questão. Devemos usar uma técnica que **independa** de critérios pessoais na determinação da função representativa dos dados experimentais.

Uma técnica de ajuste de dados, de uso frequente em física, é o chamado **método dos mínimos quadrados**. Esta técnica é aplicável a diversos tipos de distribuição, seja ela linear, polinomial, exponencial, Em nossa análise, nos restringiremos ao caso mais simples, isto é, suporemos que nossa distribuição seja caracterizada por um comportamento linear.

O método dos mínimos quadrados, estabelece que a função linear $y' = m'x + b'$, que melhor se ajusta ao conjunto de dados experimentais, é aquela que minimiza a soma dos quadrados dos desvios ($\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2$) entre o valor experimental y e o valor esperado y' .

As equações que determinam o coeficiente angular m' e o coeficiente linear b' (ponto onde a reta intercepta o eixo y') são obtidas por meio de análise probabilística e cálculo diferencial. Aqui apresentaremos somente as equações determinantes dos parâmetros m' e b' .

$$m' = \frac{M_{xy}}{M_{xx}}$$

e

$$b' = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_i - m' \sum_{i=1}^n x_i \right)$$

onde

$$M_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)$$

$$M_{xx} = \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Para os estudantes interessados em uma análise mais detalhada desta técnica, sugerimos consultar as referências listadas no final desta nota.

Exercícios

1. Com base nos dados fornecidos na tabela abaixo, execute os seguintes procedimentos:
 - Plote os dados x_i e y_i em papel milimetrado, trace a reta que você **julga** que melhor se ajuste a estes dados e calcule os coeficientes linear e angular.
 - Agora, utilizando o método dos mínimos quadrados, determine a equação da reta representativa dos dados.
 - Compare os coeficientes angular e linear obtidos nos dois itens precedentes.

	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
	12	25		
	28	44		
	47	78		
	70	80		
	16	43		
	53	58		
	72	95		
	38	67		
Σ				

Bibliografia

- [1] M. Alonso & E.J. Finn, *Física Um curso Universitário*, volume II, Editora Edgard Blücher LTDA., 1972.
- [2] D. Halliday, R. Resnick & J. Walker, *Fundamentos de Física*, volume IV, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995.
- [3] D. Halliday & R. Resnick, *Física*, volume IV, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- [4] F. S. Crawford Jr., *Berkeley Physics Course*, volumes II e III, Editorial Reverté S.A.
- [5] F. Weston Sears, *Óptica*, 1956.
- [6] F. Weston Sears, *Eletricidade e Magnetismo*, Ao Livro Técnico S.A., 1967.
- [7] F.W. Sears & M.W. Zemansky, *Física*, volume III, Ao Livro Técnico S.A., 1965.
- [8] F.W. Sears, M.W. Zemansky & H.D. Young, *Física*, volume III, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- [9] P.A. Tipler, *Física*, volume II, Editora Guanabara Koogan.
- [10] R. Eisberg e R. Resnick, *Física Quântica. Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*, Ed. Campus Ltda, Rio de Janeiro (1979);